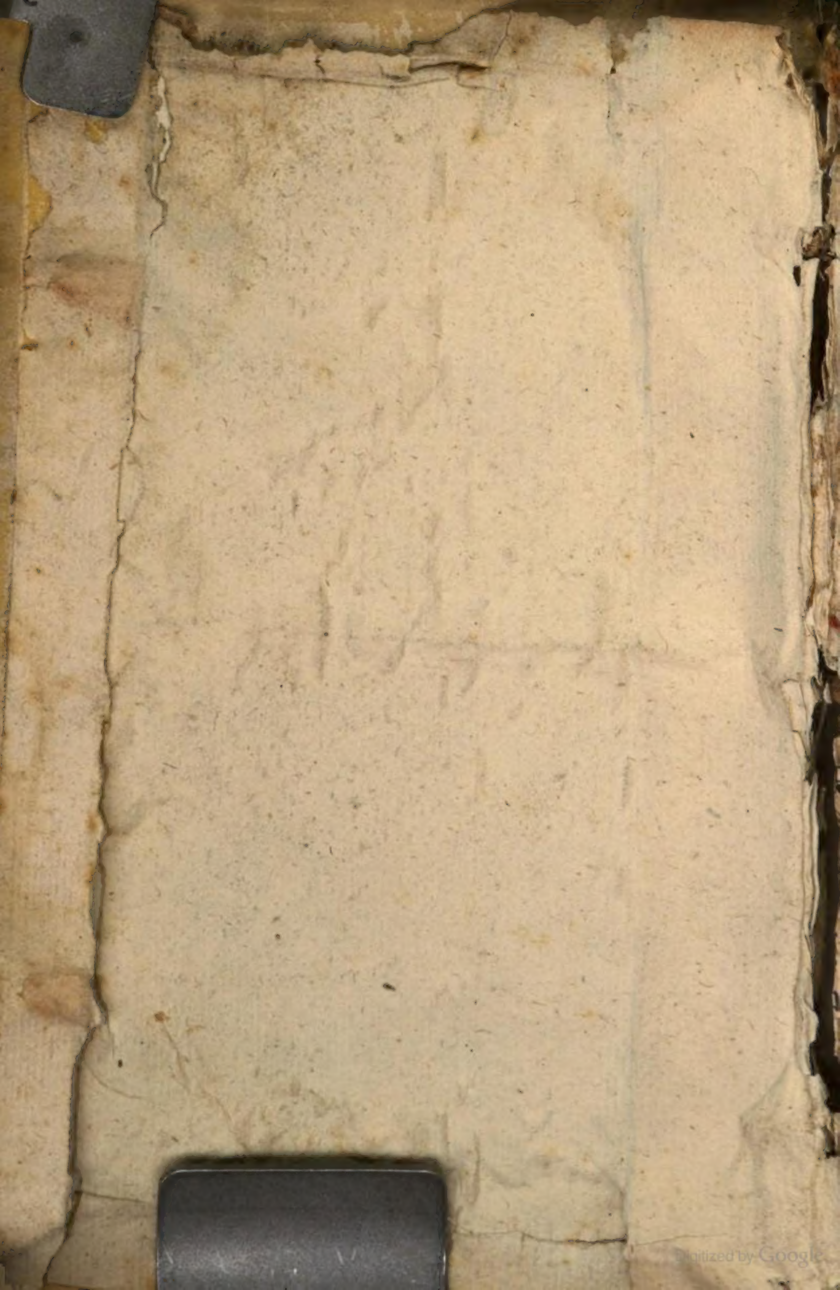
Tartaglia

R

Digitized by Google



Digitized by Google

<36601505360018

<36601505360018

Bayer. Staatsbibliothek

Math. P. 575

Jn. 5079

Mathesi applicata 387.

R

Digitized by Google

L'ARITHMETIQVE DE NICOLAS TARTAGLIA BRESCIAN, GRAND MATHEMATICIEN, ET PRINCE DES PRATICIENS.

Diuisée en deux parties.

La declaration se verra en la page suyuante.

Recueillie & traduite d'Italien en François, par GVILLAVME GOSSELIN de Caen.

Auec toutes les demonstrations Mathematiques: & plusieurs inuentions dudit GOSSELIN, *esparses chacune en son lieu.*

PREMIERE PARTIE.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

A PARIS,
Chez ADRIAN PERIER, ruë sainct Iacques, au Compas d'or.
M. D C. XIII.

Digitized by Google

La premiere partie du traité general des nombres & mesures, & premiere de l'Arithmetique de NICOLAS TARTAGLIA Brescian, grand Mathematicien, & Prince de Praticiens.

Qui est diuisee en XVIII. liures, esquels sont contenues & expliquees toutes les pratiques & regles necessaires, non seulement pour les Marchans & tout l'art negociaire, mais aussi pour tout autre art, science, ou discipline, laquelle à besoin du calcul.

Et tout ce par reigles les plus briefues, promptes, & faciles, qui ayent esté iamais mises en lumiere.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

GVILLAVME GOSSELIN
Au Lecteur.

AMy Lecteur, mon intẽtiõ n'est point de te deduire icy au long l'origine, perfection, excellẽce, & necessité de l'Arithmetique, car ceste sciẽnce se loüe assez de soy mesme, veu que ce qui a la louange & dignité nées auec soy, n'a q̃ faire d'vn qui l'exalte ou magnifie, non plus que le bon vin a besoing d'haitre mis en la porte. D'auantage tu peux lire les autheurs qui ont escrit de ceste science, & traité amplement de toutes ces choses: entre lesquels frere Luc du Bourg Italien, & Estienne de Ville Franche François, nous ont ouuert le chemin, toutesfois l'Italien à mon opinion a beaucoup surpassé le François, tant en la pratique, qu'au traicté des nombres irationels, & de ceste diuine Algebre: apres ces deux maistres, lesquels ont flory presque d'vn mesme temps, sont venus infinis disciples & escoliers, lesquels comme petis ruisseaux ont esté tous deriuez de ces deux

fontaines, dans lesquelles ils ne se sont plõgez totalement, soit ou qu'ils n'ayent peu, ou bien qu'ils n'ayent voulu. I'auois deliberé de mettre tous les noms des Arithmeticiens, toutesfois ie m'en suis deporté pour le present, pour estre vne curiosité trop fascheuse, ennuyeuse, de peu de profit, & de trop long discours. Or les plus excellẽs de toutes les nations, ont esté, pour l'Arabie, Moyse, Mammeth son fils, qu'on dit estre inuenteur de l'Algebre, Algue, Rabbi Abraham, & Rabbi Isaac. Pour la Grece, Diophante, qu'aucuns aultres disent estre inuenteur de l'Algebre, Planude, Pythagore, Platon, & Hypatie femme d'Alexandrie, qui a commenté sur Diophãte. Pour l'Italie, frere Luc, Cõmẽdin, Leonard Pisan, Tartaglia, Cardan, Louys de Ferrare, François Peuenel. Pour l'Espagne, Pierre Nunnez. Pour l'Allemagne Ianuer, Stifel, Achilin, Volummie, Shebelliõ, & Gemme Phrisien. Pour la France, Estienne de Ville Franche, Ramus, Tonstalle, Trenchant, Oronce, Peletier, Forcadel & Buteon. Et des modernes qui ont escrit de ceste science de nombres, Xylandre Alleman, & Sauonne François. Il y en peut auoir beaucoup d'autres, qui ont escrit, desquels ie ne

parleray, consideré que ie n'ay deliberé de traiter que des plus excellens en cest art. Que si i'eusse voulu faire à la façon de ces modernes, iamais le nom de Tartaglia ne fust venu en la cognoissance des François: car qui eust voulu traduire ou recueillir les Reigles necessaires de cest autheur, voyant vne Arithmetique mise en lumiere sous le nom d'vn autre, qui ne chanteroit que les propres regles, façõs & instructions de Tartaglia, qui procederoit d'vn mesme stile, & par les mesmes exemples? Mais ie n'ay voulu supprimer le nom d'vn si grand personnage, ou bien le frustrer de l'hõneur qui luy est deu, car cest celuy, cest celuy dije de tous les Arithmeticiēs, qui a chassé nostre miserable ignorãce, & a introduit vne pratique telle, qu'il n'est au monde possible en declarer vne plus briefue & facile, c'est nostre autheur, aupres duquel ce grand Mathematicien Luc Paccioli est comme vne verruë comparee à vne montaigne, de sorte que ie diray (sauf l'honneur & reuerēce de tous les Arithmeticiēs) que frere Luc, Pisan, & Ville Frãche ont ouuert la porte, inuenté auec plusieurs ambages, erreurs, & falcitez. Nicolas Tartaglia est entré, a dressé toutes leurs inuentions a tout

Digitized by Google

poly & l'vne a donné couleur aux gros lineamens qu'ils auoient tirez & proiectez, & finalement a infinement amplifié leurs inuentions, a descouuert leurs falsitez, & a introduit la verité. Et qu'il soit ainsi, tous ceux qui s'entendent en l'art de calculer m'en seroiēt temoings. Mais tous les Arithmeticiens qui sont venus apres, n'ont fait autre chose que traduire de mot à mot les reigles des autheurs Italiens, & principalement de Tartaglia, & les mettre en public sous leur nom, & qui est pire, ne voulās que cela fust cōgnu, ont inuerti tout l'ordre de nostre autheur, & si n'ont desrobé que les choses plus vulgaires, dont ils ont farcy leurs escrits confusément, qui est cause que nous n'auons pour le present en France que des Arithmetiques, les pratiques & reigles desquelles sont tirees de la subtilité de l'Italien, l'ordre seul ou plustost le desordre est du François, l'obcurité est du François, la facilité de l'Italiē, ainsi a il esté necessaire, car ce seroit vne chose trop apparente de veoir l'ordre, la reigle, l'exemple, & la briefueté d'vn autheur mis en public sous le nom d'vn autre: tellement qu'il nous est force de confesser auec nostre hôte, que la cognoissance de ceste science

n'est encore sortie hors les portes de l'e-
stranger. Et qui sera celuy qui nous deliure-
ra de ceste pauureté? Il n'est besoing que de
surpasser vn seul (Amy lecteur) qui est no-
stre autheur, car puisque icelluy est le
Prince de tous les autres, celuy excelle-
ra sur tous les autres, qui pourra exceller
sur cestuy-cy. Or afin qu'il ne tienne à
moy, i'ay prins la peine de traduire son
Arithmetique en nostre langue, & te faire
part de tout ce qu'il a de plus beau & ne-
cessaire pour t'instruire en toutes sortes de
pratiques & theoriques, mesmes afin que
la chose fust plus delectable & plus facile à
comprendre, i'ay reduit toutes les mon-
noyes, poids, & mesures d'Italie aux nom-
noyes, poids, & mesures de nostre France,
& si i'ay encor reduit en reigles generales
infinis exemples particuliers; finalement
i'ay mis beaucoup de pratiques & theori-
ques de mon inuentiõ, auec toutes les de-
monstrations, tant de mon inuention, que
de l'inuentiõ de Pierre Nunnez Epagnol,
ainsi que ie diray sur chacune demonstra-
tion, & la où ie ne parleray dudit Nonius,
la demonstration sera mienne, en sorte que
ie pourrois aisément affermer, que ceste
Arithmetique est mienne, & veritablemẽt

elle depend autant demoy, que de nostre autheur. Il reste (Lecteur Beneuole) que tu reçoiues ce labeur, que nous auons entreprins pour l'amour de toy, sans aucune enuie, ny detraction. Que si tu le fais, (ainsi que i'espere) ie te feray part en bref d'autres miennes veilles sur l'autre partie des nombres, qu'on appelle Algebre, & te rendray Diophante facile, en restituant ce que l'Interprete n'a point entendu. A Dieu.

TABLE DES CHAPITRES DE CHAQVE Liure.

Du premier liure.

DEs especes de quantité entant qu'elle est Mathematique. chap. I.
Que c'est qu'Arithmetique. chap. II.
Addition.
Des especes de l'Arithmetique. chap. III.
Definition de l'Vnité. chap. IIII.
Definition & diuision du nombre. chap. V.

Du second liure.

DE la diuision du Nombre pratique. chap. I
Des especes de l'Algorithme, ou Arithmetique, tant Pratique, que Theorique. chap. II.
De la premiere espece de l'Arithmetique pratique, dite Numeration, & de la definition d'icelle. chap. III.
Addition.
De la seconde espece de l'Arithmetique pratique, qui est appellee Addition. chap. IIII.
Comment se fait la preuue de l'Addition. chap. V.
Addition.
De la troisiesme espece, dite Soustraction. chap. VI. p. 9. B
Addition.

De la quatriesme espeçe, appellee Multiplication, chap.vii, pag 11 - B
Addition.
Demonstration de la Multiplication en croix, & de ceste espece d'Arithmetiquer.
De la cinquiesme espece, dite comunément Diuision, ou Partition, pag - 16 chap.viii.

Du troisiesme liure.

Comment les Naturels se sont efforcez de tout leur pouuoir, d'imiter l'Vnité indiuisible des Mathematiciens, & semblablement le point, és nombres denommez de monnoye, poids, & mesure, chap.i.
De la façon de reduire toute sorte de monnoye, poids, ou mesure, en plus petite espeçe, chap.ii.
De la façon, & maniere de reduire toute sorte de monnoye, poids, ou mesure, en plus grande espeçe, chap.iii.
De l'Addition des monnoyes, poids, & mesures, chap.iiii.
De la Soustraction des monnoyes, poids, & mesures, chap. v.
Addition.
De la Multiplication des monnoyes, poids, & mesures. chap. vi.
Addition,
De la façon de Diuiser toute sorte de monnoye, poids & mesure d diuerse appellation, par nombre. chap.vii,
Addition.

Du quatriesme liure.

Comment en cognoiſſant vne partie, on peut cognoiſtre le tout, chap.I.
Comment en cognoiſſant le tout, on peut cognoiſtre vne partie, chap.II.
De la Tare, & comment elle ſe pratique, chap.III.
De la bonté & pureté de l'or. chap.IIII.

Du cinquieſme liure.

Chap.I.
Addition.

Du ſixiéme liure.

Addition.

Du ſeptieſme liure.

Que c'eſt que fraction, ou Partie, & de ſes eſpeçes, chap.I.
De la Numeration, ou Repreſentation des parties, chap.II.
De l'origine, & creation des parties, ou nombres rompus, chap.III.
De la façon de reduire les parties à leur moindre denomination, chap.IIII.
Demonſtration de ceſte reduction.
Comment il faut reduire les nombres entiers en parties, & ſemblablement faire des entiers des parties. chap.V.
Trouuer vn nombre, qui aye les parties demandees, chap.VI.
Commẽt il faut reduire deux parties, ou pluſieurs de diuerſes denominations, en vne denomination, chap.VII.
Demonſtration de ceſte reduction.
De l'Addition des parties chap. VIII.
De la Souſtraction des parties chap.IX.

De la multipleation des parties, chap. x.
De la diuision des parties, chap. xi.
Demonstration de ceste Diuision,
Comment on peut trouuer telle partie, ou parties d'vn nombre, qu'on veut, chap. xi.
Demonstration.
Comment on peut cognoistre quelle partie, ou parties est vn moindre nombre d'vn plus grand, chap. xiii.
Comment on peut trouuer vn nombre, duquel le nombre donné soit telle partie, ou parties, qu'on veut, chap xiiii.
Comment il faut changer vne partie en vne autre sorte de partie, chap. xv.
Reigle generale.
Comment on peut reduire diuerses sortes de monnoyes, & mesures, en la partie, ou parties de leur tout principal, chap, xvi.
Autre façon generalle, & facile,
Comment on peut trouuer deux tels nombres, qu'vne partie, ou plusieurs de l'vn, soyent égalles à vne partie, ou plusieurs d'vn autre, chap. xvii.
Autre voye, & façon.
Demonstration,

Du huictiesme liure.

Chap. i.
De la Reigle de Trois, chap. ii.
Exemple de la Regle de Trois en parties, chap. iii.
La preuue de la Reigle de Trois chap. iiii.
De la Tare, chap. v.
De la pratique de Florence, chap. vi.

Du neufiéme liure.

DE la Reuente. chap.I.
Regle generalle, pour cognoistre si on perd, ou gaigne, en achetant en gros, & reuendant en detail, & combien pour cent. chap.II.
Chap. III.
Regle generale pour conuertir toute sorte de mõnoye, poix, & mesure d'vne Prouince, en quelconque sorte d'vne autre. chap.IIII.
Addition.

Du dixiéme liure.

DE la Reigle, qu'on appelle Reigle de Trois Rebourse, chap. I.
Addition,
Poursuite de la Reigle, qu'on appelle Regle de Trois Rebourse, chap.II.
Demonstration de ceste Reigle,
De la Reigle de cinq choses, chap.III.
Addition.

Du liure Onziéme.

Du Merite, Vsure, ou Interest. chap.I

Du douziéme liure.

De la Reigle de Compagnie. chap.I.
Chap.II.
De diuerses sortes de Testamens. chap.III.
Addition.
Chap. IIII.
Addition.
Regle de l'imposion, & fait des Tailles. chap.V.

Demonstration de la regle de Compagnie,

Du treziéme liure.

De la troque, & eschange, chap.i.
Addition.

Du quatorziéme liure.

Des lettres de change, & de banque,
Les termes du change de Venise par plusieurs places, & Pronuices auec leur contraire, chap.i.
Les termes du change de Florence, par plusieurs places, & Prouinces, auec leur contraire, chap.ii.
Les termes du change de Milan, par plusieurs places & Prouinces, auec leur contraire, chap. iii.
Les termes du change de Bolongne, par plusieurs places, & Prouinces, auec leur contraire, chap. iiii.
Les termes du change de Genes, par plusieurs places, & Prouinces auec leur contraire, chap.v.
Les termes du change d'Auignon, par plusieurs places, & Prouinces auec leur contraire, chap.vi.
La forme & maniere des lettres de change, ch.vii.
Chapitre viii.
Addition.

Du quinziesme liure.

Des especes de Metaux, chap.i.
De la bonté de l'or & argent, chap.ii.
Addition.
Regle generale, pour sçauoir cognoistre, de quelle bonté sera l'or, ou argent, fait de la meslange de diuerses sortes d'or, ou argent. chap.iii.
Regle pour empirer l'or ou argent, ou changer l'or, ou argent plus fin, en or, ou argent de moindre loy, en diuerses, sortes & manieres, auec leur contraire, chap. iiii.

Regles generales pour toutes ſortes de diminutions d'or, ou argent, ſelon le poids, pris, loy, & bonté, meſlanges, & chãgemens, neceſſaires à tous Orfeures, argentiers, & Maiſtres de monnoyes, auec leur contraire, chap. v.
Regle d'Alligation, chap. vi.
Addition.
Reigle generale pour les Tauerniers, & tous autres Marchans, qui peuuent meſler leurs denrees, l'vne auec l'autre, chap. vii.
Demonſtration de la Regle d'Alligation.

Du ſeiziéme liure.

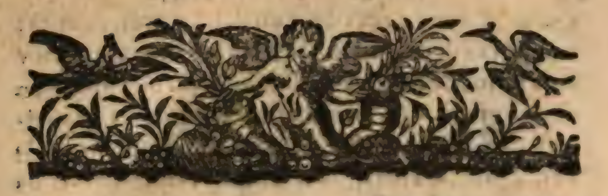
De la premiere partie, ou eſpece de Helcaltaym, dite Poſitiõ ſimple, ou premiere, cha. i.
Additions.
Demonſtration de ceſte Regle de ſimple Hypotheſe, ou Poſition premiere.

Du dixſeptieſme liure

De la ſecõde Reigle, ou eſpece de Helcataym, dite communément Reigle de double Poſition. chap. i.
Additions.
Demonſtration de ceſte Regle de double Poſition.
Regle generale, & naturelle, pour expliquer toute Poſition double, auec vne treſpetite diuiſion, & par le moyen d'icelle ſeule, trouuer le nombre demandé de quelconque queſtion, qui peut eſtre expliquee par l'vne des deux Regles de fauſſe Hypotheſe inuentee & demonſtree par le preſent Traducteur, chap. ii.
Deux problemes pratiques expliquez tant par

par voye d'Arithmetique, que d'Algebre.
Regle generale, & necessaire aux Changeurs. chap. III.
Addition.
De diuerses sortes de questions. chap. IIII.
Additions, & Demonstrations.
Regles de plaisir, belles, & subtiles, par le moyen du nombre 350. chap. V.
Regles generales aux Regles superieures, auec leur demonstrations.

Fin de la Table des Chapitres.



RECVEIL DV PREMIER *LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Des especes de quantité.

Chapitre I.

OVTE quantité selon Pythagore, ou elle est continuë, ou discontinuë: la continuë est appellée magnitude ou grandeur, & la discontinuë multitude ou nombre, desquelles deux les proprietez sont differentes, à raison que la multitude commence en la quantité finie, & ainsi accroissante se prolonge en infiny, tellement qu'il n'y a point de fin à son accroissement, & le commencement d'icelle est l'vnité: mais la magnitude ou grandeur reçoit pour mesure la quantité finie, & décroist en infiny, comme s'il y a vne ligne d'vn pas, ou de quelque autre mesure, elle pourra estre diuisée en deux parties

égales,& l'vne de ces deux en deux autres, & encor vne de ces deux en deux autres, tellement qu'il n'y aura point de fin à ceste diuision. Or des magnitudes ou grandeurs, les vnes sont immobiles, comme la Terre, le Triangle, le Quarré ou Quadrangle, le Pentagone, le Hexagone, & figures semblables: les autres sont mobiles, comme la sphere du Monde, & toute autre chose qui se meut de semblable visteffe. Mais des choses qui appartiennent à la quantité discontinuë, les vnes subsistent de soy sans aucun respect ou relation, comme vn, deux, trois, quatre, & autres nombres: les autres subsistent par le respect qu'ils ont à autre chose, comme le double, triple, quadruple, & semblablement la moitié, le tiers, le quart, & autres semblables qui viennent de comparaison. Et pourtant la grandeur ou magnitude immobile à la Geometrie pour speculation, & la magnitude mobile à l'Astronomie, semblablement la quantité discontinuë considerée selon soy à l'Arithmetique, & celle qui a respect à autre la Musique.

Que c'est qu'Arithmetique. Chap. II.

L'ARITHMETIQVE (laissant les autres parties pour le present) selon Isidore Papias, Michel l'Escossois, & Albert Teutonique, est science de quantité discontinuë, qui subsiste de soy mesme, & n'a point de respect à autre, laquelle aucuns appellent vertu de nombrer, pour estre toutes choses formées à sa semblance, & laquelle les autheurs ont voulu estre la premiere des sciences Mathema-

tiques, comme escrit le mesme Isidore au troisiesme liure des Ethymologies, pource qu'elle n'a point besoin des autres sciences (quant à son essence) comme les autres ont besoin d'icelle, & qu'il soit ainsi, Seuerin Boëce l'afferme au proëme de son Arithmetique: c'est doncques l'Arithmetique, la science de nombrer, ou comme aucuns ont voulu la science du Createur & des creatures, laquelle science tres-noble & tres-excellente a esté trouuée des Phænitiens selon aucuns, & comme veulent les autres des Egyptiens, ainsi qu'escriuent Polidore Vergile, & Diodore Sicilien, en laquelle ont esté excellens Pythagore, Nicomache, Euclide, Campan Apuléïe, Georges Valle, & Leonard Pisan, qui a apporté d'Arabie en Italie la pratique de ces trois sciences, Arithmetique, Geometrie, & Algebre.

GOSSELIN.

Nostre Autheur ne fait mention en cét endroit des principaux inuenteurs des nombres quels ont esté Mahomet inuenteur de l'Algebre, Geber, Algus, Diophante, Barlaam, Xenocrate, Thales Milesien, Archimede, Eudoxe, lequel a inuenté tout le cinquiesme d'Euclide, Iordan, Laac, frere Luc, & Villefranche.

Des especes de l'Arithmetique. Chap. III.

LEs Especes de l'Arithmetique sont deux, c'est à sçauoir Theorique & Pratique, la Theorique considere la cause, la qualité, la quantité, & la proportion des nombres auec vne contemplation, & sa fin n'est autre que la verité, & de ceste-cy a traicté amplement nostre maistre Euclide de Megare, en son 7, 8, & 9, liure, desquels nous parlerons en leur temps & lieu : mais la Pratique considere seulement l'action ou calcul, & sa fin n'est autre que l'accomplissement d'vne telle action, touchant laquelle est nostre intention de discourir amplement, en commençant premierement aux reigles generales & particulieres appartenantes à tout l'art negociaire.

Definition de l'vnité, Chap. IV.

L'VNITÉ (comme definit Euclide en la premiere definition du 7) est ce dont chacune chose est dicte vne.

Definition du nombre, Chap. V.

LE nombre (comme definit Euclide en la seconde definition du 7) n'est autre chose qu'vne multitude composée d'vnitez : Or il y en a de trois sortes & non plus, ainsi que disent Albert le Grand, Michel l'Escossois, & Pierre de Lombardie, c'est à sçauoir le nombre qui nombre, le nombre qui est

nombré, & le nombre qui peut nombrer. Le nombre qui nombre, est nostre ame qui nombre les choses par l'instrument de la bouche, de la langue & du cœur. Le nombre qui est nombré, est la chose qui est nombrée, comme sont les animaux, les monnoyes, & autres matieres qui sont vendues & acheptées à nombre, pois, & mesure: & tel nombre est celuy que nous appellõs nombre naturel. Le nombre qui se peut nombrer, est tout nombre lequel nous appellons nombre Mathematique, comme 1 2 3 4, & ainsi en infiny, le premier ordre duquel commence à l'vnité & finit à dix, & s'appelle nombre d'vnitez, le second s'appelle nombre de dizaine, qui commence à dix, & finit à cent: le troisiesme est appellé nombre de centaine, pource qu'il commence à cent, & dure iusques à mille: le quatriesme se dit nombre de millier, pour-autant qu'il commence à mille, & procede en infiny, toutesfois nos Praticiens modernes nous ont adiousté vn cinquiesme ordre, qui est appellé nombre de million, qui signifie mille milliers, c'est à dire mille fois mille, & de cecy vont procedans en infiny.

Fin du premier Liure.

RECVEIL DV SECOND LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du Traicté general des nombres, & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

De la diuision du nombre entant qu'il est pratiqué. Chap. I.

LE nombre practiqué se diuise en trois especes, c'est à sçauoir en nombre digite, nombre d'article, & nombre composé : le nombre digite ou simple est tout nombre qui est au dessous de dix, comme sont 1 2 3 4 5 6 7 8 9, & s'appellent nombres digites ou simples, pource que simplement ils comprennent les vnitez dont ils sont faits, & encor à cause que les anciens auoient accoustumé de representer leur Arithmetique par les doigts de la main : le nombre article s'estend par tout nombre qui est diuisible en dix parties égales, tellement qu'il ne reste rien de superflu, comme 10 20 30 40 50 100 1000 10000. & ainsi procedant en infiny, & s'appelle nombre article (comme dict Perdocine) à raison que les anciens auoient coustume de representer vn tel nombre par leurs articles, c'est à dire, par les nœuds des mains : mais

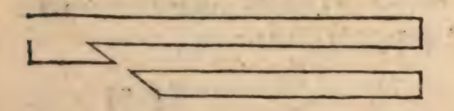
les nombres composez ou meslez sont tous ceux qui sont composez d'vn nombre digite & vn article, comme sont 11 12 13 14, & ainsi en infiny, en laissant les articles.

Des especes de l'Algorithme, Chap. II.

LA practique Arithmetique a esté mise en lumiere briefue & compendieuse par vn Philosophe nommé Algus, & pour ceste raison elle a esté appellée Algorithme, duquel Algorithme sont neuf especes, la premiere desquelles est dicte numeration, la seconde addition, la troisiesme subtraction, la quatriesme duplication, la cinquiesme multiplication, la sixiesme meditation, la septiesme diuision, la huictiesme progression, la neufiesme & derniere extraction de costé, & ces neuf especes sont appellées d'aucuns les effects, & des autres les affections du nombre : or pour-autant que la duplication n'est distinguée de la multiplication, ny la mediation de la diuision, plusieurs ont dit & arresté que les susdits effects ou affections du nombre ne sont seulemẽt que sept, c'est à sçauoir nombrer, adiouster, deduire, multiplier, partir, faire progression, & tirer le costé, mais pour-autant que la progression & l'extraction du costé ne sont point necessaires en l'art negociaire, nous attendrons à en parler en la seconde partie.

De la premiere espece de l'Arithmetique practique dicte numeration, & de la definition d'icelle, *Chap. III.*

NOMBRER n'est autre chose qu'vne maniere de pouuoir representer toute qualité de nõbre, auec quelque sorte de caractere ou figure, ce que nos anciens voulans representer pour former l'vnité faisoient vn point en ceste façon·, ou bien vne petite ligne ainsi |, & pour representer quelque grãd nombre ils decriuoient autãt de petits points ou de lignes, combien il y auoit d'vnitez en celuy nombre qu'ils vouloient descrire. Or l'vne & l'autre façon n'a point esté seulement pratiquée de nos anciens, mais elle se void encore vsitée de nos autheurs modernes, cõme on peut voir en l'explication des propositions du 7, 8, & 9, d'Euclide, toutesfois nos anciẽs, qui ne sçauoient ne lire, n'escrire, inuenterẽt ceste façon pour tenir cõpte l'vn à l'autre, le vendeur à l'acheteur, afin qu'il n'y eust aucune fraude ny d'vn costé ny d'autre : c'est qu'ils firẽt vn baston en forme d'vn parrallelipipede, d'vn bois doux & aisé à estre entaillé de tous costez, lequel ils coupoient par la moitié iusques à vn certain terme de longueur, en la façon qui apparoist en ceste mar-



ge, tellemẽt que le crediteur auoit tousiours la plus

grande part du bafton, & l'autre la plus petite, & quand l'vn prenoit quelque chofe de l'autre, ils racouftroient enfemble les deux parties du bafton, & ainfi marquoient fur le tout autãt de petites lignes qu'eftoiẽt prinfes de chofes entieres, ce qu'on void iufques à prefent eftre obferué des boulengers.

LES Hebrieux ont eu, & encores ont de couftume de reprefenter les nombres par leurs lettres & caracteres de leur Alphabet, efcriuans pour l'vnité leur premiere lettre Aleph, & pour deux, leur feconde dite Beth, & ainfi confequemment.

SEMBLABLE façon de compter les Grecs ont retenu iufques à prefent, efcriuans pour l'vnité Alpha, pour deux Vita, & ainfi vont procedans.

Encore nos Latins (comme afferme Valere Probe, en fon traicté des caracteres Romains) ont reprefenté lefdits nõbres par les lettres de noftre Alphabet, mais biẽ par vne certaine façon beaucoup eftrãge & fantaftique, c'eft à fçauoir qu'ils mettoiẽt vn A pour cinq cens, B pour trois cens, C pour cẽt, D pour cinq cẽs, tout ainfi que A, E, pour deux cẽs cinquante, F pour quarante, G pour quatre cens, H pour deux cens, I pour vn, combiẽ que felon quelques-vns, par l'authorité d'vn liure tres ancien dudit Valere, le mefme I valle cent, K pour cent cinquante, L pour cinquante, M pour mille, N pour nonãte, O pour vnze, P pour quatre cens, tout ainfi que G, Q pour cinq cẽs, tout ainfi que A, & D, R, pour octãte, S pour feptante; combien que les fufdits veulent qu'il valle feulement fept, T pour cent & foixante, V pour cinq, X pour dix, Y pout cent & cinquante, comme K felon les fufdits, Z deux

mille, comme il apparoist en ceste figure suyuante.

A 500, B 300, C 100, D 500, E 250, F 40, G 400, H 200, I 1, K 150, L 50, M 1000, N 90, O 11, P 400, Q 500, R 80, S 70, T 160, V 5, X 10, Y 150, Z 2000.

Voy les carmes Latins en Tartaglia.

LEDIT Valere donne la raison de la significa- tion de ces six lettres V, X, L, C, D, M, en disant que ceste lettre V signifie cinq, pource que c'est la cinquiesme voyelle, & ceste lettre X signifie dix, à raison qu'elle est la dixiéme consonãte, & que L signifie cinquante, à l'imitation des Grecs, lesquels expriment le mesme nombre par leur lettre N, & que N & L se chãgent l'vne en l'autre, comme lympha nympha, C signifie cent, pour estre la premiere lettre de ce mot centum, par lequel nous exprimons ce nombre, & que D signifie cinq cens, il ameine trois raisons, la premiere est qu'entre D & M, qui signifié mille, il y a cinq lettres, la seconde est, que D est la premiere lettre de ce mot Dimidium, qui signifie la moitié de mille, la troisiesme est, que les anciens signifioient cinq cens par la part senestre de M en ceste maniere Ʌ, laquelle figure est semblable a D, & finalement M signifie mille, à cause que c'est la premiere lettre de ce mot mille.

GOSSELIN.

Voyez Alciat au dixiéme liure des Patergues, chapitre 25. & dernier, où il traicte de tout cecy assez amplement.

ENCORE dit le mesme Valere, que si on escrit ceste petite ligne - sur quelconque lettre, elle signifiera mille fois autant qu'elle signifioit de soy, comme si elle est descrite sur I en ceste façon Ī, elle signifiera mille, si sur V en ceste façon V̄, elle signifiera cinq mille, & cecy se doit entendre en toutes les autres lettres.

OR de toutes ces lettres, ces sept ont esté seulement retenues iusques au temps present I, V, X, L, C, D, M, à la disposition & signification desquelles nous mettrons fin pour le present, à raison qu'elle est beaucoup incommode & difficile à manier, toutesfois nous parlerons d'autres figures plus aisées, lesquelles ont esté inuentées des Arabes iusques au nõbre de dix, desquelles neuf sont appellées significatiues, & la dixiéme est dite d'aucuns cercle, d'autres cifre, d'aucuns zero, & des autres nulle, pource qu'estant seule elle ne signifie rien, & sont ces dix figures cy dessous escrites.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0,

ET combien que la nulle ne signifie rien de soymesme, icelle toutefois estant mise aupres de quelque nombre vers la main droite, augmẽte la signification de celuy nombre, pour laquelle chose il n'a esté necessaire d'inuenter dauantage de figures, consideré que mesmemẽt la Grammaire compose toutes syllabes & dictions auec les xxiij. lettres de nostre Alphabet, & la Musique chante toute sorte de chãt auec ces six voix: vt, ré, mi, fa, sol, la. Ces dix figures sont escrites en commençãt à la main droite, & poursuiuant vers la senestre, selon la façon des Arabes ou Hebrieux, la premiere en commençant

à main droite ſignifie ſon nombre digite ou d'vnité, la ſeconde vers la main ſeneſtre ſignfie autant de dizaines qu'il y a d'vnitez en ſoy, la troiſiéme autant de centaines qu'il y a d'vnitez en ſoy, & ces trois nombres ſont appellez l'ordre premier ou d'vnité, comme en ce nombre 375, la premiere figure eſt 5, la ſeconde eſt 7, & non 7, ſimplement, mais 7 dizaines, c'eſt à dire ſeptante, la troiſiéme eſt 3, c'eſt à dire trois cens, & tous les nombres aſſemblez font trois cens ſeptante cinq, que ſi la premiere eſtoit vne nulle, la ſeconde qui eſt 7 vaudroit touſiours ſeptãte, à raiſon qu'elle eſt au ſecond lieu vers la main ſeneſtre. Le ſecond ordre ſera de mille, la premiere figure duquel ſignifiera vnitez de mille, la ſeconde de dizaines de mille, la troiſiéme cẽtaines de mille, tout ainſi qu'au premier ordre, adiouſtant ſeulement mille, comme ſi les meſmes 375, eſtoient encor deuant 375, en ceſte façon 375 375, les 375, derniers, à raiſon que le commencement eſt à la main droicte, vaudroient trois cens ſeptante-cinq, autãt que les premiers adiouſtant mille, c'eſt à dire trois cens ſeptante-cinq mille.

Le troiſieſme ordre eſt de millions, la premiere figure duquel vaut vnitez de million, la ſeconde dizaines de million, la troiſieſme cẽtaines de million, comme ſi apres les ſuſdits nombres eſtoiẽt mis ces trois 234, en ceſte façõ, 234 375 375, la ſomme ſeroit 234 millions 375 mille 375 vnitez, & ainſi en infiny chacun ordre va ſe hauſſant de dix fois autant que valoit la derniere figure des antecedens, & d'iceluy nombre tel ordre prend ſon nom, que ſ'il y auoit des nulles en quelques endroits, elles ſerui-

roient de figures en l'ordre auquel elles seroient, cõme en cét exemple, 2040, le nombre s'estẽd iusques en la premiere figure du second ordre, laquelle est 2, qui vaudra pour ceste cause deux mille, & pour autant qu'au troisiéme lieu du premier ordre n'y a que vne nulle, nous ne compterons rien, mais au second lieu y a vn 4, qui vaut pour le regard du second lieu quatre dizaines, c'est à dire quarante, au premier lieu n'y a encor qu'vne nulle : ainsi la somme & valeur de 2040, sera deux mille quarante, & ainsi des autres. Or afin que la chose s'ẽtẽde mieux, nous mettrons vn exemple, & sur le premier lieu du premier ordre nous marquerons vn point, sur le premier du second deux points, sur le premier du troisiéme trois points, & ainsi consequemment.

9	4	5	6	1	2	3	0	1	2	4	6	7 8 9	2
dix milliard.			milliard.			million.			mille.			Vnité.	

De la seconde espece de l'Arithmetique practique, qui est appellée Addition, Chap. IV.

ADIOVSTER n'est autre chose que reduire deux, ou plusieurs nõbres en vne somme, cõme si i'adioustoy 4 auec 7, la somme seroit 11, pour laquelle operation deux rangs de nombres, pour le moins, sont necessaires, celuy qui doit estre adiousté & celuy à qui on le doit adiouster: or nous baillerõs premieremẽt quelque exemple en deux nombres, puis apres en plusieurs. Que ce nombre 234 me soit donné à adiouster auec cestuy 242, ie les escry l'vn dessous l'autre, tellement que la premiere figure du

premier ordre de l'vn d'iceux ſoit ſous la premiere figure du premier ordre de l'autre, la ſeconde ſous la ſeconde, la troiſieſme ſous la troiſieſme, & ſ'il y auoit encor vn ſecond ordre, la premiere du ſecond ſous la premiere du ſecond, la ſeconde du ſecond ſous la ſeconde, & ainſi conſequemment en ceſte ſorte.

234
242

476

Et ainſi ayant tiré vne ligne deſſous, i'aſſemble les figures de meſme ordre & meſme lieu, 2 & 4 ſõt 6, que i'eſcry deſſous iceux meſmes que i'ay adiouſtez, i'adiouſte 4 & 3, & font 7, lequel nombre ie mets deſſous ma ligne droitement deſſous les deux nombres que i'ay adiouſtez, tiercement i'aſſemble 2 & 2, & trouue 4, que i'eſcry deſſous ma ligne, vis à vis des meſmes nombres que i'ay adiouſtez, & ſ'il y en auoit encore iuſques en infiny, l'operation ne ſeroit aucunement diſſemblable. Mais mettons vn exemple plus difficile, ſoit ce nombre 8576, a adiouſter auec 75785, ie rangeray mes nombres ainſi que nous auons dit, & les eſcriray en ceſte ſorte.

8576
75785

84361

I'adiouste dõques 5 à 6, la ſomme eſt 11, lequel nõbre s'eſcrit de deux characteres, mais pour autant que ie n'en peux eſcrire qu'vn, qui eſt celuy des deux qui ſignifie l'vnité, & iceluy touſiours cõme nous auõs dit eſt le premier, ie l'eſcri deſſous ma

ligne vis à vis des nombres que i'ay adiouſtez,& tel nombre eſt 1,le dernier eſt auſſi 1,lequel ſignifie dizaine,ainſi que nous auons dit, & les nombres qui ſont apres 5 & 6 ſont auſſi dizaines, i'adiouſteray donc ces deux nombres de dizaines 8 & 7, la ſomme eſt 15 dizaines, à laquelle ſomme i'adiouſteray vne dizaine,qui m'eſtoit reſtée de la derniere operation,la ſomme ſera 16 dixaines, c'eſt à dire cēt ſoixante,pour ſemblable raiſon que nous auōs fait en l'operation derniere nous eſcrirons deſſous 8 &7, les nombres que nous auons adiouſtez,qui ſont de dizaines, 6 dizaines,& garderons 1,c'eſt à dire 100, pour adiouſter auec les cens, i'aſſemble doncques les troiſiémes figures du premier ordre qui ſont de cens,c'eſt à ſçauoir 5 & 7, la ſomme eſt 12, c'eſt à dire douze cens, à laquelle i'adiouſte 1,c'eſt à dire cēt qui me ſont reſtez, la ſomme eſt 13, à ſçauoir treze cens, i'eſcry deſſous 5 & 7 la premiere figure de 13, qui eſt 3, c'eſt à dire trois cens ſous cinq cens & 7 cens, puis apres i'adiouſte enſemble les premieres figures du ſecond ordre,qui ſont de mille, comme nous auons demonſtré, i'aſſemble 8 & 5, la ſomme eſt 13,à ſçauoir treze mille,auſquels i'adiouſte 1 mille que i'auois retenu, la ſomme ſera 14, c'eſt à dire quatorze mille, i'eſcry 4, ſçauoir eſt quatre mille deſſous 8 mille & 5 mille, & me reſte 10 mille, laquelle dizaine de mille i'adiouſte à 7 dizaines de mille, la ſomme eſt 8 dizaines de mille, c'eſt à dire 80 mille,& partant la ſomme de 8576, & 75785, eſt 84361, & cét exemple eſt la meſme demonſtration.

Comment se fait la preuue de l'addition, Chapitre V.

NOs anciens ont trouué vne façon de pouuoir cognoiſtre ſi deux nombres ou pluſieurs ſont bien adiouſtez, c'eſt à ſçauoir par l'eſpece qui enſuit appellée Subtraction, toutesfois à raiſon que nous n'auõs encor parlé de ſubtraction, nous differerons cecy iuſques à ce que nous en traictiõs, nous apporterons ſeulement la preuue de laquelle nos anciens & modernes practiciens ont accouſtumé de ſe ſeruir pour faire la preuue de l'addition, tant par le nouenaire que par le ſeptenaire, & premierement la probation ſe fait ainſi par le 9, c'eſt que nous adiouſtons enſemble les nombres digites de quelcõque nombre donné, & de ceſte ſomme oſtons le 9, autant que nous pouuons, le reſte eſt la preuue d'iceluy nombre, tellement que ſi on nous donnoit deux nõbres à adiouſter enſemble, apres que nous aurons fait noſtre addition, nous pourrons ſçauoir ſi nous auons bien operé par telle maniere, c'eſt que nous prendrons la preuue de chacun nombre qu'on nous a donné à adiouſter, & icelles preuues adiouſterons de rechef enſemble, & d'icelle addition en prendrons la preuue, que ſi ceſte preuue eſt égale à la preuue du nombre de l'addition de tous les nombres, nous auons bien fait, ſinon nous auõs failly à adiouſter, ſoit pour exemple celuy que nous auons fait au chapitre dernier.

234
242
476

Novs adiousterons 2,3,& 4, la somme est 9, qui a la nulle pour preuue, car ayãt osté 9 de 9, reste riẽ, nous assemblerons pareillement les termes de 242, c'est à sçauoir 2,4,& 2, la somme desquels est 8, dõt la preuue est 8, car 9 n'en peuuent estre tirez, i'adiouste les deux preuues ensemble, c'est à sçauoir 8, & la nulle, la somme est 8, de qui la preuue est encor 8, maintenant i'adiouste les termes de la somme d'iceux, c'est à sçauoir 4,7,& 6, la somme est 17, dõt ayant osté 9, reste 8 pour preuue, qui est argument que nous auons bien fait nostre addition.

Monstrons maintenant la preuue du 7, & proposons l'exemple dernier 234, 242, la somme desquels est 476, premieremẽt nous chercherõs la preuue de 234, en disant ainsi, & cõmençãt à la derniere figure, comme estant dizaine, à raison que 7 ne peut estre compris en icelle, à sçauoir en deux comme en vnité, nous osterõs doncques 7 de 23, tãt que nous pourrons, & restera 2, lequel nombre 2 comme dizaine nous adiousterons à 4, qui est la figure d'apres 23, que nous auõs prinse, & osterons 7 de 24, tant que nous pourrons, & nous resteront 3, pour la preuue de 234, semblablement nous prendrons la preuue de 242, nous osterons 7 de 24 tant que nous pourrons, & resteront 3, lequel nombre comme dizaine estãt adiousté à 2, qui est le nombre d'apres, fait 32, dont nous osterons 7 tant que nous pourrons, & resterõt 4, pour la preuue de 242, nous adiousterons ces preuues ensemble, 3 & 4, la somme est 7, de qui la preuue n'est rien, pour ce que 7 ostez de 7, ne laisse rien, nous prendrons maintenant la preuue de 476, en ostant 7 tãt qu'il sera pos-

ſible de 47, reſtera 5, lequel nombre comme dizaine nous adiouſterons à 6 nombre precedent : & ſeront faits 56, duquel nombre nous oſterons 7, & reſtera nulle pour la preuue, qui eſt argument que nous auons bien adiouſté les deux nombres qu'on nous a propoſez.

GOSSELIN.

Combien que ceſte preuue par le moyen du 7 ſoit aſſez belle, & de gentile inuẽtion, ſi eſt ce neantmoins qu'elle n'approche aucunement de la preuue qui ſe fait par le 9, ny en verité, ny en facilité, cõſideré qu'en la probation par le 9, la pratique eſt la meſme demonſtration, & celle du 7 ne peut eſtre fondée ſur aucune demonſtration, ains eſt plaine de fallacité & long trauail de multiplication & diuiſion, leſquelles parties n'ont encores eſté touchées.

De la troiſieſme eſpece, dite ſubtraction, Chapitre VI.

SVBTRAIRE n'eſt autre choſe que deux nombres eſtans propoſez inégaux, pouuoir trouuer leur difference, c'eſt à dire cõbien le plus grand ſurmonte le plus petit, comme ſi i'oſtois 4 de 9; reſteroit 5, lequel eſt la difference de 4 à 9, ou l'excés de 9 par deſſus 4, que ſi les deux nombres propoſez

estoient égaux, la difference seroit o, Nous estans doncques proposez ces deux nombres 478 & 689, afin que nous puissions deduire l'vn de l'autre, nous escrirõs le plus grand dessus, & le moindre dessous, en telle sorte que nous auons monstré en l'addition, ainsi qu'il ensuit.

689
478
211

Mais tout ainsi que i'adioustois les figures l'vne auec l'autre, ainsi i'oste icy celle de dessous de celle de dessus, i'oste doncques 8 & 9, reste 1 vnité, que i'escry dessous 8 de 9, i'oste 7 dizaines de 8 dizaines reste 1 dizaine que i'escry dessous 7 & 8, i'oste finalement 4 cens de 6 cens restent 2 cens que i'escry dessous 4 & 6, & dy qu'ayant osté 478 de 689, me restent 211. Que si nous estans donnez deux nombres à deduire l'vn de l'autre, quelque figure du nõbre de dessous ne puisse estre ostée de la figure du nombre de dessus, estant en mesme lieu & mesme ordre que celle de dessous, nous osterons 1 de la figure d'apres vers la main senestre, laquelle vaudra dix, au regard de celle auec qui nous l'adiousterons, ainsi aisément pourrons-nous deduire la figure inferieure de la superieure, & afin que la chose soit plus manifeste, nous soit donné cest exemple à substraire 70839 de 960462, ayant disposé ces deux nombres comme il a esté dit, ainsi qu'il apparoist,

9 6 0 4 6 2	Le nombre de qui on soustrait,
7 0 8 3 9	Celuy qui est soustrait,
8 8 9 6 2 3	Le reste.

AVANT tiré vne ligne dessous, ie commence à oster 9 de 2, lequel à raison qu'il ne se peut oster ie tire 1 de 6 nõbre superieur & prochain de 2, lequel 6 est de dizaines, au regard de 2, comme nous auons monstré, nous adiousterons cét 1, c'est à dire 10 à 2, la somme sera 12, de laquelle nous osterons maintenant 9, & resteront 3, que nous escrirons dessous la ligne, vis à vis de 9 & 2, puis nous osterons 3 dizaines de 5 dizaines, car nous auons osté 1 dizaine de 6 dizaines pour aider à deux, pour laquelle raison il ne reste plus que 5 dizaines, desquelles nous osterõs 3 dizaines, & resteront 2 dizaines, que nous escrirõs dessous la ligne vis à vis de 6 & 3, nous passerõs outre, & deduirons 8 de 4, c'est à dire 8 cens de 4 cens, mais à cause que 8 ne peuuẽt estre ostez de 4, i'emprunte 1 de la figure superieure prochaine de 4 vers la main senestre, laquelle est vn 0, & 1 auec 4 fera 14 ainsi que nous auons dit, dont nous osterõs 8 & resteront 6, que nous escrirons dessous nostre ligne vis à vis de 4 & 8; nous auons osté 1 de 0 superieur, & pour autant qu'il n'a aucune valeur de soy, i'oste 1 de 6 figure prochaine superieure, lequel i'adiouste auec vn 0, la somme est 10, nous osterõs de 10, 1, que nous auons emprunté pour aider à 4, & resterõt 9, duquel nombre nous deduirõs 0 figure inferieure, & resteront les mesme 9, que nous escrirons dessous la ligne, vis à vis de 0, & puis que nous auons osté 1 de 6, il n'y a plus que 5, desquels nous osterõs 7, & pour ce faire nous emprunterons 1 de 9 figure prochaine, lequel 1 vaudra 10, & ces 10 nous adiousterons à 5, la somme sera 15, duquel nombre nous osterons 7, & resteront 8, que nous escrirons sous

noſtre ligne, vis à vis de 7, nous auons emprunté 1 de 9, il n'y a plus doncques que 8, duquel pour autant qu'il ne reſte plus rien à oſter, nous eſcrirons 8 deſſous noſtre ligne, vis à vis de 9, ainſi qu'il appa-roiſt en l'exemple.

De la preuue de la Subtraction.

CESTE eſpece d'Arithmetique appellée ſubtraction, peut eſtre eſprouuée en trois ſortes, ou par l'addition, ou par le 9 & 7, ou bien par vne autre ſubtraction.

De la premiere preuue de Subtraction.

LA premiere preuue ſe fait par l'addition, comme ſi i'auoy à oſter 4 de 9, il reſteroit 5, la preuue ſeroit qu'adiouſtant le reſte qui eſt 5, auec le nombre qui doit eſtre ſubtrait, lequel eſt 4, la ſomme des deux eſt 9 le meſme nombre de qui nous auõs ſubtrait 4, & ainſi en quelconques nombres nous adiouſterons le reſte auec le nombre inferieur, que ſi la ſomme d'iceux eſt vn nombre égal au ſuperieur, nous aurons bien fait.

De la ſeconde preuue.

LA ſeconde ſe fait par le 9 ou 7 en ceſte ſorte, que la preuue du nombre inferieur & du reſte ſoit égale à celle du ſuperieur.

De la troiſiéme preuue.

LA troiſiéme preuue eſt faite par telle ſubtraction, c'eſt que nous ſubtrairons noſtre reſte du nombre ſuperieur, & ſ'il reſte vn nombre égal au

nombre inferieur, nous aurons bien fait, ſinon noſtre ſubtraction aura eſté fauſſe.

GOSSELIN.

De ces trois preuues il n'y a que celle du 7 qui nous puiſſe induire à falſité, comme celle qui n'eſt appuyée ſur aucune demonſtration, la pratique des autres eſt leur meſme demonſtration, & encor la preuue premiere & troiſiéme ne ſont autre choſe que la demonſtration de ceſte eſpece d'Arithmetique, & n'auōs beſoin d'aller chercher ie ne ſçay quels labyrinthes de demonſtrations, leſquels pourroient pluſtoſt obſcurcir la choſe par leur difficulté, que la rendre claire & manifeſte par leur facilité.

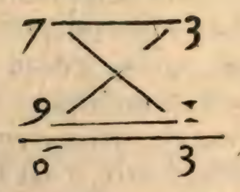
De la quatriéme eſpece d'Arithmetique, appellée multiplication, Chap. VII.

MVLTIPLIER eſt vne façon & maniere de pouuoir trouuer ou compoſer vn troiſiéme nombre de deux nombres donnez, lequel contienne autant de fois en ſoy l'vn des deux nombres dōnez, combien il y a d'vnitez en l'autre, cecy afferme Euclide en la 15 definition du 7, comme ſi ie multiplios 3 par 5 ou 5 par 3, le produit ſeroit 15, & ce nōbre 15 eſt le nombre trouué, lequel contient autant de fois l'vn des deux multiplians, combien il y a d'vnitez en l'autre.

GOSSELIN.

Nostre Autheur incontinent apres cecy nous baille des tables iusques au nombre de 1200, lesquelles se doiuent plustost faire par art, nous ne demanderons doncques que les multiplications des nõbres qui serõt au dessous de cinq, & baillerõs vne façon vsitée és escholes, & facile pour multiplier tous nõbres digites l'vn par l'autre, & dauãtage, nous en ferons la demonstration, ainsi qu'à ce nous a peu conduire nostre ratiocination: mais premieremẽt nous en baillerons l'vsage tel qu'a fait Gemme Frison au cõmencemẽt de son Arithmetique au chap. de la multiplicatiõ, qui est tel. Nous mettrons les deux nombres proposez l'vn dessous l'autre, & vis à vis de chacũ d'iceux, nous tirerons vne ligne au bout de laquelle nous escrirons la difference de celuy nõbre à 10, puis nous multiplierons les differẽces l'vne par l'autre, le produit nous l'escrirons dessous icelles differẽces, apres nous osterons la difference du nombre inferieur du nõbre superieur, ou la difference du superieur du nombre inferieur, le reste nous l'escrirons dessous les deux nombres

donnez, & sera ce nombre de dizaines, celuy qui est escrit sous les differences sera d'vnitez, comme si on me donnoit à multiplier 7 par 9, ie prendroy la difference de 7 à 10, qui est 3, & la difference de 9 à 10, qui est 1, ie multiplierois 1 par 3, & ferois 3, i'osterois 1 de 7, ou 3 de 9, & resteroit 6, lequel nombre seroit de dizaines, tellement que ie l'escriray apres 3 en commẽçant à la main droite, & dirois que le nombre de la multiplication fait de 7 par 9 seroit 63, comme il apparoist en cét exemple.



Demonstration.

Povr demonstrer cecy nous prendrons ce lemme. Que s'il y a vn nombre diuisé deux fois en deux parties, la difference d'vne des parties de la premiere diuision à vne des parties de la seconde sera égale à la difference des deux autres parties. Soit pour exemple 10 diuisé en 7 & 3, & de rechef en 9 & 1, ie dy que la difference de 7 à 1 est égale à la difference de 9 à 3, car tousiours c'est 6, Pour le demõstrer, no⁹ prendrons la difference de 3 à 9, qui est 6, & osterõs

3 de 7 & 3, & resteront 7, & encor 3 de 9 & 1, & resteront 6 & 1, qui seront égaux à 7, par le 3 axiome du premier d'Euclide, si nous ostons 1 de 7, resteront 6 pour la difference de 1 à 7, mais le mesme nombre 6 estoit la difference (par l'hypothese) de 3 à 9, la difference doncques de 3 à 9 est égale à la differẽce de 1 à 7, ce qu'il falloit demõstrer: par vn mesme moyẽ nous demonstrerons que la difference de 7 à 9, qui est 2, sera égale à la difference de 1 à 3, qui est encor 2.

Il nous faut encore demonstrer la premiere proposition du second d'Euclide, pource qu'elle nous est icy necessaire, & aussi pour demonstrer la practique de ceste espece d'Arithmetique, dite Multiplication, & combien que nous puissions prendre le theoreme d'Euclide comme demonstré, si est-ce neantmoins qu'il nous a semblé vtile le demõstrer en cét endroit, & non point à cause que les parties sont égales au tout, car ceste demonstration n'est Mathematique, & encor qu'elle soit Mathematique en lignes, si ne le sera elle pas aux nombres: or pour ce faire, nous auons voulu nous fonder sur les Theoremes d'Euclide.

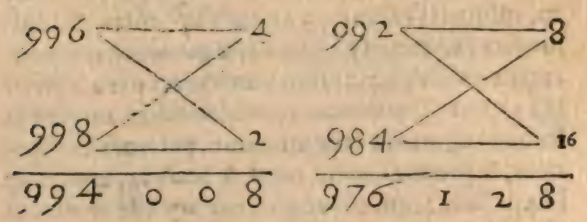
Le Theoreme premier du second d'Euclide est tel. Si vn nombre multiplie quelcõques nombres, le produit de la multiplication d'iceluy nõbre, multipliant en tous les multipliez, sera égal au produit de la multiplication du nombre multipliant en la somme des nombres multipliez, comme ce nombre 5 multipliant 3 face 15, & multipliant 4 face 20, ie dy que 15 & 20 sont égaux au produit de 5 en la somme de 3 & 4, c'est à dire de 5 en 7, à sçauoir 35, nous entendrons 5 multipliant 3 auoir fait 15, mul-

tipliant 4 auoir fait 20, & finalement multipliant 7 la ſomme de 4 & 3, auoir fait 35, doncques par le 17 du 7 d'Euclide, il y aura telle raiſon de 3 à 4, que de 15 à 20, & de 3 à 7 que de 5 à 35, & par la façon d'arguer auec la raiſon alterne, demonſtrée au ſeiziesme du cinquiéme d'Euclide, il y aura telle raiſon de 3 à 15, que de 4 à 20, & de 3 à 15, que de 7 à 35, & partant par la conuerſe de la dix-neufiéme du cinquieſme, il y aura telle raiſon de la ſomme de 3 & 4, c'eſt à dire 7, à la ſomme de 15 & 20, à ſçauoir 35, que 3 a 15, mais comme 3 a 15, auſſi 7 la ſomme de 3 & 4 eſt à 35, doncques comme 7 eſt à 35, la ſomme de 15 & 20, auſſi le meſme 7 eſt à 35, produit de la multiplication de 5 par 7, dont il ſ'enſuit par la neufieſme du cinquieſme que 35 eſt égal à 35, c'eſt à dire la ſomme de 15 & 20 égale au produit de 5 par 7, ce qui nous eſt propoſé à demonſtrer.

CES deux Theoremes eſtans demonſtrez, la demonſtration de noſtre pratique eſt aiſée, car quand nous prenõs la difference de 7 à 10, & que nous l'eſcriuons au bout de noſtre ligne, ce n'eſt autre choſe que diuiſer 10 en 7 & 3, & de rechef pour la meſme raiſon en 9 & 1, & par noſtre premier Theoreme la difference de 7 à 1, ſera égale à la difference de 9 à 3, il nous faut demõſtrer que le produit de 7 par 9 eſt égal au produit de 3 par 1, & de la difference de 9 à 3, ou de 7 à 1, par 10, pour ce faire, nous prendrons la difference de 9 à 3, qui eſt 6, & partant 9 ſera diuiſé en 6 & 3, doncques par noſtre ſecõd Theoreme, le produit de 7 en 9 ſera égal au produit de 6 en 7, & de 3 en 7, & puis que 6 eſt la difference de 7 à 1, par le meſme theoreme le produit de 3 en 7, ſera égal au

produit de 3 en 1, & de 3 en 6, mais 10 a esté diuisé en 7 & 3, doncques le produit de 10 en 6 sera égal au produit de 7 en 6, & de 3 en 6, mais le produit de 7 en 9 a esté demonstré égal au produit de 7 en 6, de 3 en 6, & de 3 en 1, pour le produit de 7 en 6, & de 3 en 6, prenons celuy de 6 en 10, il restera le produit de 3 en 1, & 6 en 10, égal au produit de 7 en 9, ce qu'il falloit demonstrer.

De ce Theoreme nous pourrõs tirer vne maniere gentille & briefue pour multiplier vn nõbre par vn autre, cõme nous soit proposé à multiplier 996 par 998, nous prendrons la differẽce d'vn chacun à 1000, qui est pour 996, 4, pour 998, 2, nous multiplierõs 4 par 2 & ferõs 8, & puis nous ostesons 4 de 998, ou 2 de 996, & resterõt 994 mille, ausquels nous adiousterõs 8, la somme sera 994008, qui sera le produit de 996 par 998, comme il appert cy dessous.



Si on nous propose deux nombres à multiplier l'vn par l'autre, nous escrirons le plus grand au lieu superieur, à raison de facilité, & le moindre au lieu inferieur, ainsi les arrangeant, comme il a esté dit, tant sur l'addition, que substraction, puis il faudra tirer vne droite ligne, dessous laquelle nous escrirõs le nombre multiplié, nous multiplierõs tout le nõ-

bre ſuperieur par la premiere figure du nombre inferieur, & le produit l'eſcrirons ſous la premiere du nombre inferieur, puis multiplierons tout le nombre ſuperieur par la ſeconde figure de l'inferieur, & le produit l'eſcrirons ſous la ſeconde, & ainſi conſequemment, comme nous ſoit donné à multiplier 567 par 24, nous les eſcrirons en ceſte façon.

567
24
2268
1134
13608

Novs multiplierons 567 par 4, & premierement 4 par 7, & seront faits 28, i'eſcriray 8 deſſous 4 & garderay 2, ie multiplieray 4 par 6 & feray 24, auſquels i'adiouſteray 2, la ſomme ſera 26, i'eſcriray 6, & garderay encor 2, ie multiplieray 4 par 5 & feray 20, auſquels i'adiouſteray 2 que i'ay gardez, la ſomme ſera 22, i'eſcriray 2 apres 6, & garderay 2, & pour autant qu'il n'y a plus rien à multiplier par 4, i'eſcriray 2 apres 2: maintenant ie multiplieray 2 qui eſt la ſeconde figure du rang inferieur, par tout le ſuperieur, & premierement par 7, & feray 14, ie'eſcriray le 4 deſſous 2, qui eſt la figure par laquelle ie multiplie, & garderay 1, puis ie multiplieray 2 par 6, & feray 12, auſquelles i'adiouſteray 1, que i'ay gardé, la ſomme ſera 13, i'eſcriray 3 apres 4, & garderay encor 1, ie multiplieray 2 par 5, & feray 10, auſquels adiouſtant 1 que i'ay gardé, la ſomme ſera 11, i'eſcriray 1 apres 3, & à raiſon qu'il n'y a plus rien à multiplier, i'eſcriray 1 que i'auois gardé apres 1, puis i'aſſemble-

ray ces deux multiplications. Et ayant tiré vne droite ligne, comme il a esté dit en l'addition, la somme sera 13608, & diray que multipliant 567 par 24, le produit sera 13608.

GOSSELIN.

La demonstration de ceste sorte de multiplicatiõ est manifeste à celuy qui aura entẽdu nostre secõd theoreme, car multiplier 567 par 24, n'est autre chose par ledit theoreme, que multiplier 567 par 20, & par 4, & de rechef par le mesme theoreme, multiplier 4 par 567, n'est autre chose que multiplier 4 par 500, 60, & 7, & par mesme moyẽ multiplier 20 par 567, est multiplier 20, par 500, 60 & 7, ainsi qu'il a esté fait au dernier exemple.

La troisiesme façon de multiplier est certainemẽt belle, & se fait par le moyen des costez du nombre multipliant, & les costez du nombre sont ceux qui se multiplians l'vn l'autre ont fait ce nombre, comme si 2 multipliant 4, fait 8, 2 & 4 se diront estre les costez de 8, & 2 & 3 les costez de 6, & ainsi consequemment : l'vsage en est tel, si on me donne à multiplier 12 par 18, pour faire cecy plus aisément, ie pren deux nombres qui s'entremultiplians ont fait 12, & tels sont 2 & 6, ou 3 & 4, ie multiplie 18 par 6, le produit est 108, lequel ie multiplie par 2, le nombre engendré est 216, i'affermeray que 12 multiplians 18 feront 216, & ainsi des autres.

GOSSELIN.

La demonſtration de cecy eſt aiſée & facile, car puis que 6 eſt en 12 deux fois, 12 ſera le double de 6, maintenāt 18 multipliāt 12 a fait ce nombre quelcōque ſoit-il, multipliant 6 a fait par l'hypotheſe 108, par le 17 du 7 il y aura telle raiſon de 12 à 6, que de ce nombre fait par la multiplication de 18 en 12, à 108, & partant ce nombre meſurera 108 par vn tel nombre, que 12 meſurera 6, 12 meſure 6 par 2, ce nombre dōcques meſurera 108 par 2, multipliez-le par 2 il prouiendra ce nōbre fait de la multiplication de 12 par 18, ce qu'il falloit demonſtrer.

La preuue de ceſte eſpece ſe fait par la diuiſion.

GOSSELIN.

A multiplier par 10, faut adiouſter vn o à la fin du nombre qu'on doit multiplier, cōme ſi nous voulons multiplier 45 par 10, le produit ſera 450, ſi nous voulōs multiplier par 100, il faut adiouſter deux o, ſi par 1000 trois o, & ainſi conſequemment.

A multiplier par 50, nous multiplierons par 5 le nōbre donné, & adiouſterons vn o

au produit, semblablemẽt à multiplier par 30, nous multiplierõs par 3, & adiousterõs vn o au produit. A multiplier par 230, nous multiplierons par 23, & adiousterons vn o au produit, en somme nous multiplierõs le nombre proposé à multiplier, par tous les nombres du multiplicateur qui precedent les cercles, & adiousterons tous ces cercles au produit, ainsi qu'il apparoist cy dessous.

45	23	42	53|0
5|0	12|0	2|00	42|0
2250	46	8400	106
	23		212
	2760		222600

De la cinquiéme espece de l'Arithmetique pratique, appellée communément diuision, ou partition, Chap. VIII.

EVCLIDE vse diuersement de ces trois noms, diuiser, mesurer, & nombrer, & certes celuy qu'on appelle diuision appartient plustost à la quãtité continuë, qu'à la discontinuë, pour estre ladite quantité continuë diuisible en combien de parties on veut, & en infiny, laquelle chose ne se peut faire en la quãtité discontinuë, toutesfois ie ne veux entrer en dispute pour ces subtilitez, cõsideré qu'elles ne sont de grande importance en l'Arithmetique

pratique, si est-ce que ie trouueray qu'Euclide a seulement vsé de numeration au 7, 8, & 9, où il traite des nombres, & de ce nom de mesurer seulement en la quantité continuë, & se trouuera le mesme de ce nom de partir ou diuiser.

GOSSELIN.

I'estime que nostre autheur veuille parler de la version de Campan, pourautant qu'il vertit presque tousiours καταμετρεῖν, *numerare,* qui toutefois signifie tousiours *metiri,* qui est en Frãçois mesurer, mais encor qu'il soit ainsi que mesurer, & diuiser soient vsitez d'Euclide, nous amenerons la 4 & 6 definition du 7, où en la 4, il parle de mesurer, en la 6 de diuiser, car nous auons esgard aux mots d'Euclide, & non aux versions d'aucuns, & qui dira que, καταμετρέω, dont Euclide parle en la 4, signifie nombrer, ou que διαιρέω, dõt Euclide vse en la 6, signifie aussi nombrer? Il est bien vray que cestui-là signifie mesurer, & cestui-cy diuiser ou distribuer: dõt il est manifeste qu'Euclide en son Arithmetique a vsé indifferemment de ces trois noms, nõbrer, diuiser, & mesurer.

Diviser n'est autre chose qu'vne maniere, ou façon de sçauoir cõbien de fois vn nõbre est cõtenu en vn autre, & tout ainsi que la duplication est le com-

commencement de multiplication, ainsi la mediation est commencement de la diuision, & telle mediation est diuision d'vn nombre en deux parties, comme partir 12 par la moitié n'est autre chose que diuiser 12 en deux parties égalles, qui sont 6 & 6, ou bien sçauoir combien 2 est contenu en douze, & diuiser 12 par 3, n'est autre chose, que sçauoir combien 3 est contenu en 12, ou cercher qui est le nombre qui multiplié par 3 a fait 12.

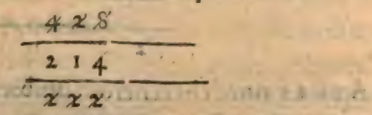
Nous soient proposez 428 à diuiser par 2, nous tirerons premieremēt deux lignes paralleles dessous 428, puis nous escrirons 2 dessous ces deux lignes, vis à vis de la premiere figure du nombre 428, qui est 4, en ceste façon.

428

2

Apres nous chercherōs combien de fois 2 sont contenus en 4, & nous trouuerons qu'ils y sont cōtenus deux fois, c'est à dire par 2, nous escrirons 2 pour la premiere figure de nostre quotiēt, entre les lignes paralleles, puis nous multiplierōs ceste figure que nous auons desia trouuée, qui est 2, par 2, qui est le nombre par lequel nous auons à diuiser 428, nous multiplierons doncques 2, par 2, & ferōs 4, lequel nombre nous osterons du nombre superieur, sous lequel nous auons escrit le nombre diuiseur, qui est 2, & ne restera rien, car 4 ostez de 4, ne reste que 0, nous effacerōs 4 & le diuiseur qui est 2, puis nous escrirons nostre diuiseur sous la prochaine figure apres 4, qui est 2, & chercherons combien 2 est

contenu en 2, nous trouuerons qu'il y ſera contenu par 1, nous eſcrirons 1 entre les lignes paralleles, apres 2, pour la ſeconde figure de noſtre quotient, puis nous multiplierons 2 par 1, & ferons 2, leſquels eſtans oſtez de 2, ne laiſſent rien, nous effacerons 2, & le diuiſeur qui eſt auſſi 2, finalement nous eſcrirõs noſtre diuiſeur ſous la prochaine figure d'apres 2, qui eſt 8, nous chercherons combien de fois 2 ſeront contenus en 8, & trouuerons qu'ils y ſeront contenus par 4, nous eſcrirons 4 entre les deux lignes apres 1, pour la troiſiéme & derniere figure de noſtre quotient, nous multiplierons 4 par noſtre diuiſeur qui eſt 2, & ferons 8, leſquels 8 nous oſterons de 8, & reſtera 0, nous effacerons 8, & 2, & dirons que 428 eſtans diuiſez par 2, le quotient ſera 214, ainſi que nous auons eſcrit cy deſſous.



Divisons encor 64872, par 48, nous tirerons deux lignes deſſous 64872, puis nous eſcrirons 48 deſſous ces deux lignes, la premiere figure de 48, qui eſt 4, vis à vis de 6 la premiere figure de 64872, qui eſt le nombre qu'on nous propoſe à diuiſer, & 8 la ſecõde figure du diuiſeur, qui eſt 48, vis à vis de 4 la ſeconde figure du nõbre qu'on nous propoſe à diuiſer, & ainſi conſequemment ſ'il y auoit d'auantage de figures, puis nous chercherons combien 48 ſeront cõtenus en 64, en ceſte façon, nous trouuerons que 4 ſeront contenus en 6, par 1, nous l'eſcrirons entre les deux lignes, pour la premiere figure

de nostre quotient, puis nous multiplierons 1 par 4, & ferons 4, que nous osterons de 6, & resteront 2, lesquels comme dizaines nous adiousterons à 4, qui est la figure d'apres, la somme sera 24, nous multiplierons 1 par 8, qui est la seconde figure du diuiseur, & ferons 8, lequel nombre nous soustrairons de 24, & nous resteront 16, lesquels nous escrirons dessus 64, apres auoir effacé 64, comme on peut voir en cét exemple.

```
    1
    2 6
    6 4 8 7 2
------------------
    1
------------------
     4 8
```

Et ainsi nous aurons acheué la premiere operation de nostre diuision, maintenant nous escrirons nostre diuiseur sous la prochaine figure vers la main dextre, c'est à sçauoir vis à vis de 4, qui estoit la seconde figure du nõbre que nous auions à diuiser, & chercherons combien 4 seront cõtenus en 19, nous trouuerons qu'ils y pourront estre par 4, mais 8 qui est la seconde figure de nostre diuiseur ne pourroit pas estre contenu en 8, qui est la figure qui resteroit par 4, & pour ceste raison nous ne mettrons que 3 en nostre quotient, apres 1, pour la seconde figure d'iceluy, puis nous multiplierons 3 par 4, & ferons 12, lesquels nous osterons de 16, & resterõt 4, lequel nombre comme dizaine, nous adiousterons à 8, la somme sera 48, nous multiplierons 3 par 8, & ferõs 24, lesquels nous osterons de 48, & resteront encor 24, que nous escrirons dessus 48, apres auoir effacé

iceux 48, & le diuiſeur qui eſt auſſi 48, & ainſi ſera acheuée la ſeconde operation de noſtre diuiſion, comme on pourra voir cy deſſous.

2
1 4
2 6 4
6 4 8 7 2
---
1 3
---
4 8 8
4

Apres nous tranſporterons noſtre diuiſeur au lieu conſequent vers la main dextre, & eſcrirons 4, vis à vis de 8, & 8 vis à vis de 7, puis nous chercherons combien 4 ſeront contenus en 24, ils y pourroient bien eſtre contenus par 6, mais 8 ne pourroient eſtre contenus en 7 par vn ſi grand nombre, nous ne mettrons doncques que 5 pour la troiſiéme figure de noſtre quotient, & multiplierons 5 par 4, & ferons 20, qui eſtans oſtez de 24, laiſſent 4, nous effaçons 2, & laiſſons 4, puis nous multipliõs 5 par 8, & faiſons 40, que nous oſtons de 47, & reſtent 7, nous effaçons 4, & ainſi nous auons parfait la troiſieſme operation.

2
1 4
2 6 4
6 4 8 7 2
---
1 3 5
---
4 8 8 8
4 4

Finalement nous eſcrirons la premiere figure de noſtre diuiſeur, qui eſt 4, vis à vis de 7, & chercherõs combien 4 ſeront contenus en 7, nous trouuerons qu'ils y ſeront contenus par 1, nous eſcrirons 1 pour la quatriéme & derniere figure de noſtre quotient, & multiplierons 1 par 4, & ferons 4, que nous oſterons de 7, & reſteront 3, puis nous multiplierons 1 par 8, & ferons 8, leſquels nous ſubtrairons de 32, & reſterons 24, nous dirons dõcques que ſi on nous donnoit 64872 eſcus à partir à quarante-huict hommes, chacun en auroit 1351, & reſteroient encor vingt-quatre à partir entr'eux, ainſi qu'il eſt manifeſte en ceſt exemple.

```
      2
      1 4   2 4
      2 6 4 3
      6 4 8 7 2
 ---------------
      1 3 5 1
 ---------------
    4 8 8 8 8
      4 4 4
```

Qve ſi nous eſtant propoſé quelque nombre à diuiſer, la premiere figure du diuiſeur eſtoit plus grande que la premiere du nombre qui nous ſeroit donné, en ſemblable choſe il faudroit eſcrire la premiere figure du diuiſeur ſous la ſeconde du nombre qu'on nous propoſeroit à diuiſer, pourſuyuant touſiours vers la main dextre, comme nous auons enſeigné.

A diuiser par 10, faut couper la derniere figure du nombre qu'on veut diuiser, cõme si nous diuisons 100 par 10, le quotient sera 10|0, & semblablement en diuisant 532 par 10, le quotient sera 53|$\frac{2}{10}$. Si nous voulons diuiser par 100, nous couperons les deux dernieres figures, si par 1000 les trois dernieres, & ainsi consequemment.

A diuiser par quelque nombre qui ait des chiffres en la fin, nous couperons tous les chiffres, & diuiserons le nombre superieur par le diuiseur, apres auoir coupé autant de nombres du superieur, qu'il y aura de chiffres au diuiseur, & inferieur : que s'il y a des chiffres en l'vn & l'autre nôbre, nous osterõs de tous deux égal nombre de chiffres, & faudra diuiser le reste, tout ainsi que au precedent, si nous n'eussions rien osté de costé & d'autre, ainsi qu'il apparoist.

40|0   62|5   42|2 0 0
5|0 18   33| 25   33|0 0 0
quotient.   (20 $\frac{25}{30}$
quotient. (14 $\frac{200}{3000}$

La demonstration de ceste espece d'Arithmetique depend de la multiplication, laquelle nous auons demonstree par cy deuant.

RECVEIL DV TROISIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Comment les naturels se sont efforcez de tout leur pouuoir d'imiter l'vnité indiuisible des Mathematiciens, & aussi le poinct és nombres denommez de monnoye, poids, & mesure.

Chapitre I.

Certainement les naturels ont cherché d'imiter de tout leur pouuoir l'vnité indiuisible Mathematique, & semblablement le poinct geometrique, en leurs nombres denommez de monnoye, poids, & mesure, car on void qu'en toutes les sortes de monnoye, poids, & mesure, ils ont ordonné vne certaine, tres-petite, & simple sorte de mon-

noye,poids,ou mesure materielle, de telle quãtité, qu'elle est presque indiuisible au respect du sens,ou biẽ de telle valeur,que icelle est reputée pour nulle, & telle sorte de monnoye est appellée à Venise vn bagatin,mais on la nomme vn denier en beaucoup de citez d'Italie, le plus petit poids est diuersement nommé,selon la qualité & dignité de la matiere,laquelle nous pesons auec tel poids. Or la plus petite & simple mesure geometrique a esté appellée de nos anciens vn grain, c'est à sçauoir vn grain d'orge,quatre de ces grains font vn doigt par le trauers, & quatre doigts font vne palme, & en autre façon est diuisé le poids,c'est à sçauoir en cinq pieds, le pied en douze onces,& l'õce en douze points, toutesfois bien rarement, pour-autant que ceste diuision seroit presque insensible,& beaucoup plus petite que celle qui se feroit par le grain d'orge.

De la façon de reduire toute sorte de monnoye, poids ou mesure,en plus petite espece.

Chap. II.

SI on nous propose à reduire quelconque quantité en plus petite,nous multiplierõs le nombre de la quantité qu'on nous propose à reduire, par le nombre de la plus petite quantité, qui se sera égal à vn entier de la quantité plus grande. Comme si nous auions à reduire 18 l. en sols, il faut 20 sols pour faire vne liure, qui est vn entier de la quantité plus grande, nous multiplierons doncques 18 par 20, & ferons 360,& pourtant nous dirons que 18 l.

vaudront 360 ſols, & ainſi ſeront reduites en ſols. Reduiſons 20 eſcus en francs, & que l'eſcu valle trois francs, nous multiplierons 20 par 3, & ferons 60, & ainſi 20 eſcus feront 60 l.

Faiſons des heures de 15 iours, nous multiplierons 15 par 24, à raiſon que chaſque iour contient 24 heures, le produit ſera 360, & dirons qu'en 15 iours y aura 360 heures, & ainſi conſequemment de toutes autres ſortes de quantitez.

De la façon & maniere de reduire toute ſorte de monnoye, poids, ou meſure en plus grande eſpece. Chap. III.

POVR reduire vn nombre d'vne quantité plus petite en vn nombre de quantité plus grande, nous diuiſerons le nombre de la quantité plus petite, par le nombre d'icelle, qui ſera égal à vn entier de la quantité plus grande.

Reduiſons 360 ſols en liures, pour-autant que 20 ſols vallent vne liure, nous diuiſerons 360 par 20, & le quotient ſera 18, nous dirons doncques que 360 ſ. vaudront 18 liures.

Faiſons des eſcus de 60 l. & que l'eſcu ne valle que 3 l. nous diuiſerons doncques 60 par 3, le quotient ſera 20, & 60 l. vaudront 20 eſcus.

Faiſons des iours de 360 heures, Nous diuiſerons 360 par 24, à raiſon qu'il y a autãt d'heures en chaſque iour, & le quotient ſera 15, & dirons que 360 heures vaudront 15 iours, & ainſi des autres.

De l'addition des monnoyes, poids ou meſures. Chap. IV.

POSONS que nous ayons à adiouſter ces monnoyes enſemble.

262	l.	15	ſ.	9	d.
108	l.	12	ſ.	4	d.
97	l.	16	ſ.	8	d.
78	l.	19	ſ.	6	d.
53	l.	11	ſ.	5	d.

APRES auoir tiré vne ligne deſſoubs: i'adiouſte enſemble les nombres des plus petites quantitez, qui ſont en cét endroit les deniers. I'adiouſte donc enſemble 5,6,8,4,& 9, la ſomme eſt 32 d. leſquels ie reduy en la quantité prochainement plus grãde de celles que i'ay à adiouſter, qui eſt en cét endroit des ſolds, & ie trouue que 32 d. vallent 2 ſ. & reſtent 8 d. i'eſcry 8 qui eſt mon reſte, deſſous les deniers, & adiouſte 2 à tous les nombres du rang des ſolds, en diſant, 2 & 1 ſont 3, 3 & 9 ſont 12, 12 & 6 ſont 18, 18 & 2 ſont 20, 20 & 5 ſont 25, i'eſcry 5 & garde 2 que i'adiouſte à 1,1,1,1,1, la ſomme eſt 7, & partant le nombre des ſolds ſera 75, lequel ie reduiray en la quantité prochainement plus grãde, ſçauoir eſt en liures, & 75 ſ. vaudrõt 3 l. 15 ſ. i'eſcriray 15 ſ. qui reſtent deſſous le rang des ſolds, & adiouſteray 3 auec la ſomme du nombre des liures, en diſant, 3 eſtans adiouſtez auec 3,8,7,8,& 2, la ſomme eſt 31, i'eſcry deſſous 1, & garde 3, que i'adiouſte à 5,7,9,0, & 6, la ſomme eſt 30, i'eſcry vn 0, & garde encor 3, lequel i'adiouſte à 1,& 2, la ſomme eſt 6, que i'eſcry deſſous, comme on peut veoir en l'exemple.

262 l.	15 ſ.	9 d.
108 l.	12 ſ.	4 d.
97 l.	16 ſ.	8 d.
78 l.	19 ſ.	6 d.
53 l.	11 ſ.	5 d.
601 l.	15 ſ.	8 d.

Ainsi la ſomme du nombre des monnoyes, qu'on nous auoit propoſées à adiouſter, ſera 601 l. 15 ſ. 8 d. & de ceſte façon dependent toutes les autres, la vraye preuue de laquelle ſe fait par la ſubtraction.

De la ſubtraction des monnoyes, poids, & meſures, Chap. V.

La ſubtraction des monnoyes, pois & meſures, n'eſt point differente de la ſubtraction des nõbres ſimples, doncques en ceſte façon de ſubtraction, nous eſcrirons la ſomme que nous auons à oſter deſſous celle de laquelle nous la deuons ſubtraire, en telle ſorte que les deniers ſoient eſcrits ſous les deniers, les liures ſoubs les liures, & ſolds ſoubs ſolds, & finalement le nombre d'vne quantité ſoubs le nombre d'vne quantité de meſme eſpece. Comme ayans à ſubtraire 1235 l. 10 ſ. 3 deniers, de 7508 l. 19 ſ. 9 d. nous eſcrirons les deux ſommes en ceſte ſorte.

7508 l.	19 ſ.	9 d.
1235 l.	10 ſ.	3 d.

Novs osterons premierement le nombre de la plus petite quantité, du nombre d'icelle mesme, sous lequel il est escrit, c'est à sçauoir nous tirerons 3 de 9, & resteront 6, que nous escrirons au rang des deniers, puis nous irons à la quantité prochainement plus grande, qui sont les s. nous osterons 10 s. de 19 s. & resteront 9 s. que nous escrirons dessous 10 & 19, au rang des s. finalement nous osterons la quantité prochainement plus grande l'vne de l'autre, nous tirerons 1235 de 7508, ainsi que nous auons enseigné au chapitre de la subtraction, en disant 5 de 8, restent 3, que i'escry dessous ma ligne, vis à vis de 5 & 8, puis 3 de 0, ie ne peux, mais 3 de 10 restẽt 7, que i'escry dessous 3 & 0, i'ay emprunté 1 de 5, qui fait qu'il ne vaut plus que 4, i'oste 2 de 4, restent 2, que ie pose dessous 2 & 5, finalement i'oste 1 de 7, & restent 6, que i'escry dessous 7 & 1, ainsi qu'on peut veoir en l'exemple.

7508	l.	19	s.	9	d.	
1235	l.	10	s.	3	d.	
6273	l.	9	s.	6	d.	Le reste.

Mettons maintenant vn exemple, auquel les nombres des moindres quantitez du nombre de dessous soient plus grands que ceux des moindres quantitez du nombre de dessus, Posons que nous ayons à soubtraire 756 liures 16 solds 8 deniers, de 1352 liures 11 solds 2 deniers, nous escrirons ces deux sommes ainsi qu'il s'ensuit.

1352 l. 11 ſ. 2 d.
756 l. 16 ſ. 8 d.

PVIS ayant tiré vne ligne droite, nous commencerons à ſubtraire par les nombres de la moindre quantité, c'eſt à ſçauoir, nous oſterons 8 de 2, mais à cauſe que 8 d. ne pourroient eſtre commodément tirez de 2 d. nous emprunterõs vn entier de la quãtité prochainement plus grande, comme en cét endroit vn ſold, lequel entier nous reduirons en ceſte quantité, c'eſt à ſçauoir en deniers, ainſi que nous auons enſeigné, & nous trouuerõs qu'vn ſold vaudra 12 deniers, nous adiouſterons maintenant 12 à 2, & ferons 14 d. duquel nombre nous pourrons bien tirer 8 d. & reſterõt 6 d. que nous eſcrirons deſſous 8 & 2, au rang des deniers, nous auons emprunté vn ſold de 11 ſ. qui fait qu'il n'y a plus que 10 ſ. deſquels pour-autant que le nombre inferieur de la meſme quantité ne peut eſtre oſté, car 16 ne peuuent pas eſtre tirez de 10, nous emprunterons vn entier de la quantité prochainement plus grande, c'eſt à dire nous emprunterons vne liure de 1352 & reſteront 1351, laquelle liure nous reduirons en ſolds, qui eſt la quantité que nous tirerons l'vne de l'autre, & vne liure vaut 20 ſ. nous adiouſterons doncques 20 à 10, la ſomme ſera 30, duquel nombre nous pourrõs aiſément ſubtraire 16 & reſteront 14, que nous eſcrirons deſſous la ligne, au rang des ſolds, puis nous irons aux liures, qui eſt la quantité prochainement plus grande, & oſterons 756 l. de 1351 l. en ceſte façon: Nous oſterons 6 de 11, & reſteront 5, que nous eſcrirons deſſous 6, & oſterons 1 de 5, que nous luy

auons emprunté, il ne faudra plus que 4, nous osterons 5 non de 4, car nous ne pourrions, mais de 14, & resteront 9, que nous escrirons dessous 5 & 5, & pour 3 ne reste que 2, à raison que nous en auons emprunté 1, nous osterons doncques finalement 7 de 12, & resteront 5, que nous escrirons dessous 7 & 3, ainsi qu'on peut voir en l'exemple que nous auons mis cy dessous, à cause de facilité.

1352 l.	11 s.	2 d.	
756 l.	16 s.	8 d.	
595 l.	14 s.	6 d.	Le reste.

GOSSELIN.

Que si on nons propose à oster deux sommes, ou plusieurs d'vne seule, nous adiousterons premieremét ces sommes toutes ensemble, puis nous les osterons de ceste cy, ainsi que nous auons enseigné, la preuue sera, qu'adioustant la somme que vous deuez oster & le reste qui demeure, vous r'establirez vostre nombre superieur, duquel vous auez subtrait.

De la multiplication des monnoyes, poids, & mesures, Chap. VI.

AYONS à multiplier 9 liu. 17 s. 10 d. par 3, nous multiplierons premierement 3 par la plus petite quantité, c'est à sçauoir par 10 d. & ferons 30 d.

lequel nōbre de deniers nous reduirons en la quantité prochainement plus grāde, c'est à dire en solds, & seront 2 s. & resteront 6 d. nous escrirons ces 6 d. dessous vne ligne que nous escrirons vis à vis du rang des d. puis nous multiplierons 3 par le nombre de la quantité prochainement plus grāde, c'est à sçauoir par 17 s. & ferons 51 s. ausquels nous adiousterons 2 s. que nous auons gardez de 30 deniers, la somme sera 53 s. que nous reduirons en l. qui est la quantité prochainement plus grande, & 53 s. feront 2 l. 13 s. nous escrirons 13 s. qui restent dessous nostre ligne, vis à vis du rang des solds, & garderons 2 l. finalement nous multiplierons 3 par 9 qui est le nombre de la quantité prochainement plus grande, & ferons 27 l. auquel nombre nous adiousterōs 2 l. que nous auons gardées de 53 s. la somme sera 29 l. nous dirons doncques que si nous multiplions 9 l. 17 s. 10 d. par 3, le produit sera 29 l. 13 s. 6 d.

9 l.	17 s.	10 d.
		3
29 l.	13 s.	6 d.

ET ainsi on procedera par quelconque nombre qui sera proposé, toutesfois si le nombre par lequel nous deuons multiplier est vn peu grand, nous ferons nos multiplications & reductions separémēt: & pour plus grāde facilité pōsons qu'on nous donne 10 l. 12 s. 5 d. à multiplier par 150, nous multiplierōs premierement 150 par 5 d. qui est le nombre de la quātité plus petite, & le produit sera 750 d. lequel nombre de d. nous reduirons en s. qui est la quantité prochainement plus grande, à sçauoir nous par-

tirons 750 par 12, car autant d'entiers de la plus petite quantité vaut vn entier de la plus grande, & sera le quotient 62, & resteront 6, c'est à dire 62. ſ. & resteront 6 d. nous escrirons doncques 6 dessous vne ligne, vis à vis du rang des d. & garderons 62 ſ. puis nous multiplierons 150 par le nombre de la quantité prochainement plus grande, à sçauoir par 12 ſ. le produit sera 1800 ſ. auquel nombre de solds nous adiousterons 62 ſ. que nous auons gardez, & la somme sera 1862 ſ. que nous reduirons en liures qui est la quantité prochainement plus grande, & pour ce faire nous diuiserons 1862 par 20, car autãt de solds contient vne liure, le quotient sera 93, & resteront 2, c'est à dire 93 l. & resteront 2 ſ. nous escrirons 2 dessous nostre ligne, vis à vis du rang des solds, & garderons 93 l. finalement nous multiplierons 150 par 10 l. le produit sera 1500 liures, auquel nombre de liures nous adiousterons 93 liures, la somme sera 1593 liures, & dirons que si on nous propose à multiplier 10 liures 12 solds 5 deniers par 150, le produit sera 1593 liures 2 ſ. 6 den. ainsi qu'on peut veoir cy dessoubs.

10 l.	12 ſ.	5 d.	
		150	
1500 l.	1800 ſ.	750 d.	produit.
1593 l.	2 ſ.	6 d.	Reduction.

GOSSELIN.

La preuue de ceste operation se fait par l'espece qui ensuit, c'est à sçauoir par la diuision

diuision si en diuisant 1593 l. 2 s. 6. d. par 150, vous retrouuez 10 l. 12 s. 5. d. ainsi vous aurez bien fait, sinon vostre operation sera mal instituée.

De la façon de diuiser toute sorte de monnoye, poids & mesure de diuerse appellation, par nombre, Chap. VII.

POSONS qu'on nous donne à diuiser 24 l, par 7, nous diuiserons 24 par 7, & viendront 3 li. au quotient, & resteront 3 l. lesquelles nous reduirons en vne sorte de monnoye prochainement plus petite, comme pour exemple en sols, multipliãt 3 par 20, car autant de sols contient vne liure, le produit sera 60, que nous diuiserons par 7, le quotient sera 8 s. & resteront 4 s. desquels nous ferõs des deniers, les multipliant par 12, le produit sera 48 d. que nous diuiserõs par 7, le quotiẽt sera 6 d. & resterõt encor 6 d. mais les marchans ne tiennent conte de ce peu de reste, comme d'vne chose presque insensible, & de nulle valeur, toutefois ce reste nous seruira pour faire la preuue de nostre operation, & ainsi nous dirons que si nous auions à partir 24 l. à 7 hommes, chacun auroit 3 l. 8 s. 6 d. & resteroient encor 6 d. à departir entr'eux. Diuisons 29 li. 13 s. 6 d. par 3, tout ainsi qu'en la multiplication nous auons commencé à multiplier par la plus petite quantité, ainsi en la diuision nous commencerons à diuiser par la plus grãde. Nous partirõs doncques 29 l. par 3, c'est à dire 29 par 3, le quotient sera 9 l. & resteront 2 liu.

lesquelles nous reduirons en la quantité prochainemẽt plus petite, c'est à sçauoir en sols, nous multiplierons 2 par 20, à raison qu'vne liure vaut autant de sols, nous ferons 40 s. ausquels nous adiousterõs 13 s. la somme sera 53 s. nous diuiserons 53 par 3, le quotient sera 17 s. & resteront 2 sols, que nous reduirons en deniers, qui est la prochaine quantité plus petite en multipliant 2 par 12, & ferons 24 d. ausquels nous adiousterons 6 d. la somme sera 30 d. que nous diuiserõs par 3, le quotient sera 10 d. nous dirons doncques que si nous auons à diuiser 29 l. 13 s. 6 d. à trois hommes, chacun en aura 9 l. 17 s. 10 d.

GOSSELIN.

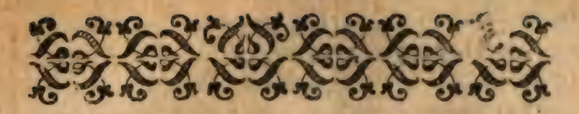
La preuue de ceste espece se fait par la multiplication, car si en multipliant vostre diuiseur par le quotient, vous restituez le nombre qui vous estoit proposé à diuiser, vous aurez bien fait, sinon vous vous serez esloigné de la façon que nostre Autheur a proposée. Il fait beaucoup d'autres exemples en ces quatre parties touchãt les monnoies, poids & mesures, mais celuy qui aura bien entendu ce que nous auons recueilly se pourra tenir certain d'entendre tout ce que nostre autheur propose, & entieremẽt tout ce qui peut estre expliqué par ces quatre parties, à raison que ce sont tousiours quantitez, lesquelles ont leurs parties con-

nues : & tout ainſi qu'vn ſold a 12 d. pour ſes parties : ainſi vne mine a dix eſcus, & vne liure 16. onces : & afin que la choſe ſoit plus manifeſte, nous mettrons icy les valeurs des monnoyes, poids, & meſures, ſelon les anciens & modernes.

La mine ſeruoit anciénemét de poids, & de monnoye aux Atheniens, elle vaut dix eſcus ainſi qu'eſcrit Budée, & ſon poids eſt de 100 drachmes, comme eſcrit Georgius Agricola, combien que vn nommé Fannius ait dit que la mine d'Athenes peſoit 75 drachmes, ce que Pline refute au 21 liure de l'hiſtoire naturellle : toutesfois à raiſon de la meſure d'Italie elle peſe 144 drachmes, ainſi qu'eſcrit Dioſcor. & autant peſe la mine de Ptolemée. La liure peſe 12 onces, l'once peſe 8. drachmes, la dragme peſe trois ſcrupules, & eſt auſſi vne ſorte de monnoye qui vaut trois ſolds ſix deniers, ainſi que dit Budee, le ſcrupule peſe deux oboles, l'obole peſe trois ſiliques. Quant eſt des meſures liquides, le *Ceramium*, qui eſt vne ſorte de cruche, ou bien vn tõneau dont fait mẽtion Plutarque au 4. des Sympoſiaques, Budée & Dioſcoride, contient ſix congies, dont Nouellius Torquatus a

eſté appellé *Tricongius*, pour auoir beu plein trois congies de vin tout d'vn trait deuant Tibere Cæſar, comme raconte Pline au 14 liure de ſon hiſtoire, vn Congie tient ſix ſeptiers, vn ſeptier tient deux cotyles, vn cotyle tient ſix grands myſtres, ou bien quatre Oxybaphes, tels petits vaiſſeaux que les Latins appellent *Acetabula*, & ceſte meſure contient vn grand vairre & demy, & vn grand vairre tient deux petits myſtres ou Chemes.

Fin du troiſieſme Liure.



RECVEIL DV QVATRIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traité general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian *, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Comment cognoissant vne partie on peut cognoistre le tout.

Chapitre I.

SI nous voulons sçauoir combien vallent 32 aulnes de veloux, à 4 ducats l'aulne, nous multiplierons 32 par 4, & ferons 128, nous dirons doncques que 32 aulnes de veloux, à 4 ducats l'aulne, vaudront 128 ducats : Semblablement si nous voulons sçauoir combien vallent 23 aulnes de drap, à 43 sols l'aulne, nous multiplierons 23 par 43, & ferons 989 sols, qui sera le prix de 23 aulnes.

Qve si on nous donne deux ou plusieurs sortes de monnoye, la façon ne sera dissemblable, nous multiplierons toutes les sortes de monnoye distin-

ctemēt par le prix, comme pour exemple. Si le septier de bled valoit 8 l. 13 s. & qu'on nous demandast, combien vaudroiēt 38 septiers à tel prix, nous multiplierons 8 l. 13 s. par 38, ainsi que nous auons enseigné au chapitre 6. du liure precedent, & le produit seroit 328 l. 14 s. & autant vaudroyent 38 septiers de bled. Semblablement vn pain de sucre pese 3. liures 8 onces, combien peseront 10 tels pains? nous multiplierons 3 liures 8 onces par 10, & ferons 30 liures, & 80 onces, nous reduirons 80 onces en liures, c'est à sçauoir nous diuiserons 80 par 12, car vne liure cōtient autant d'onces, & viendront au quotient 6 liures, & resteront 8 onces, nous adiousterons les 6 liures à 30, & ferons 36 liures, nous dirons doncques que 10 tels pains peseront 36 liures & 8 onces.

Comment en cognoissant le tout on peut cognoistre vne partie. Chap. II.

SI 32 aulnes de veloux nous coutent 128 ducats, & nous voulons sçauoir à combien nous reuiēt l'aulne à ce prix, nous diuiserons 128 par 32, & viendront au quotient 4 ducats, pour le prix d'vne aulne.

SEMBLABLEMENT si 38 septiers de bled nous coustent 328 l. 14 s. & nous desirons sçauoir combien nous cousteroit chasque septier à ce prix, nous diuiserons 328 l. 14 s. par 38, ainsi que nous auons enseigné au dernier chapitre du liure precedent, & le quotient qui sera 8. li. 13 sols, sera la valeur d'vn septier.

Encore si nous voulons sçauoir combien nous coustera l'once de soye, à raison de 8 l. 13 s. pour vne liure, nous partirons 8 l. 13 s. par 12, car vne liure cõtient autant d'onces, & trouuerons qu'elle nous coustera 14 s. 5 d. Posons encore qu'vne liure de soye valle 8 l. 13 s. & nous voulons sçauoir combien vaudront quatre onces à ce prix, nous partirõs 8 l. 13 s. par 3, à cause que 4 onces sont la troisiéme partie d'vne liure, & le quotient sera 2 l. 17 s. 8 d. & autant vaudront 4 onces, ou bien par autre façon nous diuiserons 8 l. 13 s. qui est le prix d'vne liure par 12, car vne liure contient autant d'onces, & le quotient sera 14 s. 5 d. qui sera la valeur d'vne once, & pour autant que nous demandons 4 onces, nous multiplierons 14 s. 5 d. par 4, & ferons 2 l. 17 s. 8 d. comme auparauant, & ainsi si nous demandons le prix de 5 onces, nous multiplierons le prix de l'once par 5, si nous demandons le prix de 6 onces, nous le multiplierons par 6, & ainsi consequemment.

De la tare, & comment elle se pratique. Chap. III.

LA tare n'est autre chose qu'vne deduction de monnoye, poids, ou mesure à raison de tant pour liure, ou pour cent, ou biẽ pour quelque autre poids ou mesure limitée, & ceste tare se fait, pour autant que la marchandise est aucunement endommagée.

Combien se monteront 965 liures de gomme Arabique, à raison de 16 ducats & 18 s. le cent, y ayãt trois liures de tare pour cent? Nous trouuerons

premierement, à combien ſe peut monter toute la tare, en diſant que 9 cens, à trois liures pour cent, donneront 27 liures de tare, & la moitié de 3 liures, qui eſt vne liure & ſix onces, ſera la tare de 50 liures, & la ſixieſme partie de 3 liures ſera la tare de 15 liures: il eſt bien vray que c'eſt vn peu d'auantage, mais les marchands ne tiennent compte de demie once, ou vne once en tare, nous diuiſerons 3 liures par 6, le quotient ſera vne moitié de liure, nous adiouſterons 27 liures, vne liure & demie, & encor vne demie, la ſomme ſera 29 liures, & ſi grande ſera la tare, laquelle nous oſterons de 965, reſteront 936: & ainſi le marchand ne vendra que 936 liures au prix deſſuſdit, ſans aucune tare. Ce qui reſte nous l'auons demonſtré aux chapitres precedens.

De la bonté & pureté de l'or.

Chap. IV.

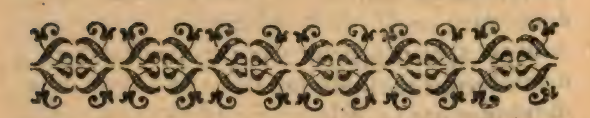
LA bonté de l'or eſt diuiſée en 24 caras, c'eſt à ſçauoir l'or pur qui n'a aucune autre matiere, eſt entendu auoir 24 caras, & quand on parle de l'or de 23 caras, on entend qu'il y a quelque autre matiere meſlée, & auſſi quand on parle de l'or de 18, on entend qu'il y a les trois parties d'or pur, & vn quart de quelque autre matiere, c'eſt à ſçauoir de cuiure ou d'argent.

LE marc d'or fin, c'eſt à dire de 24 caras, vaut 78

ducats 16 ſ. combien vaudront 12 marcs d'or de 23 caras? Nous pouuons veoir en ratiocinant que le prix du marc de cét or doit eſtre moindre du marc d'or fin d'vne vingt-quatrieſme partie de ſon prix, il nous faut doncques trouuer la vingt-quatrieſme partie de 78 ducats 16 ſols, nous diuiſerons doncques 78 ducats 16 ſ. par 24, & premierement 78 par 24, & viendront trois au quotient, mais reſteront 6 ducats, leſquels nous reduirons en ſolds, qui eſt la moindre quantité d'apres, & le ducat vaut 200 ſ. nous multiplierons doncques 200 par 6, & le produit ſera 1200, auſquels nous adiouſterons 16, la ſomme ſera 1216 ſ. que nous diuiſerons par 24, & le quotient ſera 50 ſ. & reſteront 16 ſ. que nous reduirons en deniers, les multipliant par 12, & ferons 192, que nous diuiſerons par 24, le quotient ſera 8 d. doncques la vingtquatrieſme partie de 78 ducats 16 ſ. ſera 3 ducats 2 l. 10 ſ. 8 d. laquelle partie nous oſterons de 78 ducats 16 ſ. en ceſte maniere. Nous oſterons premierement 8 d. de 1 ſ. c'eſt à ſçauoir de 12 d. & reſteront 4 d. nous auons emprunté 1 ſ. de 16 ſ. à raiſon dequoy il n'y a plus que 15 ſolds, deſquels nous oſtons 10 ſ. & reſtent 5 ſ. nous oſtons 2 l. de 1 ducat que nous empruntons à cauſe qu'il n'y a point de liures, & iceluy ducat vaut 10 l. dont ayant oſté 2 l. reſtent 8 l. nous auons emprunté 1 ducat de 78 ducats, à raiſon dequoy il n'y en a plus que 77, deſquels nous en oſtons 3, reſtent 74, ducats, ainſi apres auoir oſté 3 ducats 2 liures 10 ſolds 8 deniers de 78 ducats 16 ſolds, reſtent encor 74 ducats 8 l. 5 ſ. 4 deniers, & autant vaudra le marc de 23 caras au

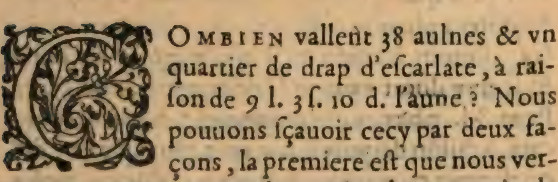
prix du marc de fin or à 78 ducats 16 ſ. maintenant pour ſçauoir combien vaudront 12 marcs de l'or de 23 caras, nous multiplierons le prix du marc, qui eſt 74 ducats 8 l. 5 ſ. 4 d. par 12, & ferons 897 ducats 9 l. 4 ſ. pour le prix de douze marcs d'or de 23 caras, au prix du marc d'or fin à 78 ducats 16 ſols.

Fin du quatriéme Liure.



RECVEIL DV CINQVIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traicté general des nombres & meſures de Nicolas Tartaglia Breſcian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

CHAPITRE I.



COMBIEN vallent 38 aulnes & vn quartier de drap d'eſcarlate, à raiſon de 9 l. 3 ſ. 10 d. l'aune? Nous pouuons ſçauoir cecy par deux façons, la premiere eſt que nous verrons à combien reuiendront 38 aulnes au prix de 9 l. 3 ſols 10 d. l'aulne, en multipliant 9 l. 3 ſ. 10 d. par 38, nous aurons 349 l. 5 ſ. 8 den. il reſtera encor à ſçauoir quelle eſt la valeur d'vn quart, nous la

cognoiſtrons en diuiſant la valeur d'vne aulne qui eſt 9 l. 3 ſ. 10 d. par 4, car l'aulne contient autant de quarts, le quotient ſera 2 l. 5 ſ. 11. d. vn peu d'auantage, mais les marchands ne ſe ſoucient de ſi peu, comme de 5 ou 6 minutes. Nous auons doncques la valeur de 38 aulnes, qui eſt 349 l. 5 ſ. 8 d. & celle d'vn quart, qui eſt 2 l. 5 ſ. 11 d. nous adiouſterons ces deux prix enſemble, la ſomme ſera 351 l. 11 ſols 7 d. & autant vaudront 38 aulnes & vn quartier de drap eſcarlate à 9 l. 3 ſ. 10 d. l'aune. Pour ſçauoir ce prix par vne autre voye, nous chercherons combien vaudra vn entier de la plus petite quantité: comme en cét endroit vn quart, c'eſt à ſçauoir nous diuiſerons la valeur de l'aune, qui eſt 9 l. 3 ſ. 10 d. par 4, comme nous auons fait en la façon precedente, nous aurons au quotient 2 l. 5 ſ. 11 d. vn peu dauantage, maintenant nous reduirons toutes les autres quantitez à ceſte-cy, nous reduirons doncques 38 aulnes en quartiers, en multipliant 38 par 4, & ferons 152 quarts, auſquels nous adiouſterons 1 quart, la ſomme ſera 153, nous multiplierons maintenant 2 l. 5 ſ. 11 d. qui eſt le prix d'vn quart, par 153, & ferons 351 l. 5 ſ. 3 d. & pour autant que le quart valloit dauantage de la moitié d'vn denier que 2 l. 5 ſ. 11 d. nous prendrons la moitié de 153, qui eſt 76, & faudra doncques encor adiouſter 76 d. c'eſt à dire 6 ſ. 4 d. à 351 l. 5 ſols 3 d. la ſomme ſera 351 l. 11 ſ. 7 d. & encor vn peu dauantage, comme auparauant.

Combien vallent 43 ſeptiers, 3 quarts, & 25 l. de farine, à raiſon de 12 liu. 9 ſ. 7 d. le ſeptier: le ſeptier tenant quatre quarts, & le quart 33 liures? Nous

ſçaurons premierement combien vaudront 43 ſeptiers à raiſon de 12 liures 9 ſ. 7 d. le ſeptier, en multipliant 38 par 12 liures 9 ſ. 7 d. & ferons 536 l. 12 ſ. 1 d. puis nous diuiſerons le prix d'vn ſeptier, qui eſt 12 liures 9 ſ. 7 d. par 4, afin que nous ayons la valeur d'vn quart, le quotient ſera 3 l. 2 ſ. 5 d. mais pour-autant qu'il faut auoir le prix de trois quarts, nous multiplierons la valeur d'vn quart qui eſt 3 l. 2 ſ. 5 d. par 3, nous ferons 9 l. 7 ſ. 3 d. pour le prix de trois quarts, & nous reſte maintenant à ſçauoir le prix de 25 liures : or pour autant que vn quart tient 33 liures, nous aurons le prix d'vne liure, en diuiſant le prix d'vn quart, qui eſt 3 l. 2 ſ. 5 d. par 33, & nous aurons au quotient 1 ſ. 10 d. vn peu dauantage, nous multiplierons la valeur d'vne liure, qui eſt 1 ſ. 10 d. par 25, car nous demandons le prix de tant de liures, nous ferons 2 l. 5 ſ. 10 d. pour le prix de 25 l. maintenant nous adiouſterons ces trois prix, ſçauoir eſt 536 liures 12 ſols 1 denier pour les 38 ſeptiers, 9 liures 7 ſols 3 deniers pour les trois quarts, & 2 liures, 5 ſ. 10 deniers pour les 25 l. la ſomme ſera 548 liures 5 ſols 2 deniers, vn bien peu dauantage, mais les marchands ne tiennent compte de ſi peu ſur vne ſi grande ſomme de deniers.

Combien valent 7 onces 5 gros & demy de ſoye, à raiſon de 14 l. la liure ? Nous verrons premierement combien valent 7 onces, à raiſon de 14 l. la liure, à ſçauoir nous diuiſerons 14 l. par 12, car la liure contient autant d'onces, & le quotient ſera 1 l. 3 ſ. 4. d. pour le prix d'vne once, mais nous en voulons 7, nous multiplierons doncq' 1 l. 3 ſ. 4 d. par 7, & ferons 9 l. 3 ſ. 4 d. pour le prix de 7 onces.

Pour auoir le prix de 5 gros, nous cognoiſtrons premierement la valeur d'vn gros, diuiſant le prix d'vne once qui eſt 1 l. 3 ſ. 4 d. par 8. car l'once poiſe autant de gros, nous aurõs pour le quotiens 2 ſolds 11 d. pour le prix d'vn gros, multiplians 2 ſolds 11 d. par 5, nous ferons 14 ſ. 7 d. pour la valeur de 5 gros. Il reſte à ſçauoir le prix d'vn demy de gros, prenons la moitié de 2 ſolds 11 d. qui eſt la valeur du gros, nous aurons 1 ſ. 5 d. vn peu dauantage, pour le prix d'vn demy gros, adiouſtons maintenant 9 liures 3 ſ. 4 deniers qui eſt le prix de 7 onces, 14 ſ. 7 d. qui eſt le prix de 5 gros, & finalement 1 ſold 5 deniers, que peut valoir vn demy gros, la ſomme de ces 3 ſera 9 liures 19 ſolds 4 deniers, & autant vaudront 7 onces 5 gros & demy de ſoye, à raiſon de 14 liures pour liure.

Le marc de fin or, c'eſt à ſçauoir de 24 caras, vaut 75 ducats 18 ſ. cõbiẽ vallẽt 38 marcs 6 onces 3 quarts d'or de 19 caras? Nous chercherons premierement combien peut valoir vn marc de cét or, à raiſon du marc de 24 caras à 75 ducats 18 ſolds, en ceſte maniere. Nous prendrons la moitié de 75 ducats 18 ſ. le ducat valant 10 liures, qui ſera 37 ducats 5 liures 9 ſolds, & autant vaudra l'or de 12 caras, car 12 ſont la moitié de 24, nous prendrons encore la moitié de 37 ducats 5 liures 9 ſolds, qui ſera 18 ducats 7 liures 14 ſolds 6 deniers, & autant vaudra l'or de 6 caras, car 6 ſont la moitié de 12, encore nous prendrons la ſixieſme partie de la valeur de 6 caras, à cauſe que puis que nous auons eu la valeur de douze & de 6, leſquels adiouſtez font 18, & on nous dõne l'or de 19 caras, il ne reſte plus à cognoiſtre que le

prix d'vn caras : Et pour ce faire nous diuiserons le prix de 6 caras qui est 18 ducats 7 l. 14 ſ. 6 d. par 6, car 6 caras contiendront 1 caras six fois, & le quotient sera 3 ducats 1 l. 5 ſ. 9 d. pour le prix du marc d'or de 6 caras, nous adiousterons ensemble le prix du marc de 12 caras, qui est 37 ducats 5 l. 9 ſ. le prix du marc de 6 caras, qui est 18 ducats 7 l. 14 ſ. 6 d. & finalement le prix du marc d'or d'vn caras, qui est 3 ducats 1 l. 5 ſ. 9 d. ainsi qu'on peut veoir en cét exemple.

Marc de 12	37	ducats	5 l.	9 ſ.	
Marc de 6	18	ducats	7 l.	14 ſ.	6 d.
Marc de 1	3	ducats	1 l.	5 ſ.	9 d.
Marc de 19.	59	ducats	4 l.	9 ſ.	3 d.

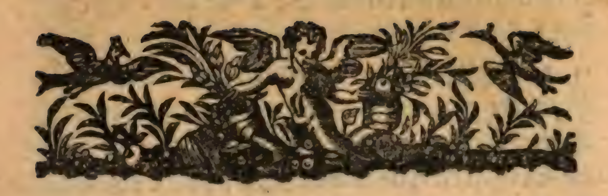
La somme sera 59 ducats 4 l. 9 ſ. 3 d. & autant vaudra le marc d'or de 19 caras, car nous auons adiousté ensemble les prix de 12 caras, 6 caras, & 1 caras, qui adioustez font 19 caras. Il nous reste doncques maintenant à sçauoir combien valent 38 marcs 6 onces 3 quarts d'or, au prix du marc à 59 ducats 4 l. 9 ſ. 37 d. ce que nous cognoistrons en multipliant 38 par 59 ducats 4 l. 9 ſ. 3 d. & ainsi consequemment les deux autres quantitez qui sont onces & quarts, par le mesme prix 59 ducats 4 l. 9 ſ. 3 d. ainsi que nous auons enseigné par cy deuant.

GOSSELIN.

Celuy qui aura bien entẽdu ce que nous auons recueilly de ces deux liures, se pourra tenir asseuré d'entendre tout ce qu'ap-

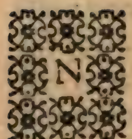
porte noſtre Autheur, à raiſon que c'eſt touſiours vne meſme pratique, combien que les exemples ſoient diuers. Il reſte de prendre garde que ces monnoyes, poids, & meſures ne reuiennent à celles de France, combien que nous les y ayons reduites en ce qui nous a eſté poſſible, ſans toutesfois changer ſes exemples, qui eſt l'occaſion que le prix ſemblera en aucuns exemples beaucoup deſraiſonnable, comme eſt celuy auquel nous diſons que le marc d'or de 24 caras, ou bien comme nous diſons en France de 12 deniers, vallent 75 ducats 18 ſ. eſtant le prix du ducat 10 l. tel qu'il court auiourdhuy : Et que la liure ne poiſe que 12 onces, combien qu'en d'aucuns lieux elle poiſe 14, & en autres lieux elle poiſe 16 onces, toutesfois on peut ſçauoir que ce ne ſont que exemples & poſitions, ſuyuant leſquelles nous inſtituons noſtre ratiocination.

Fin du cinquieſme Liure.



RECVEIL DV SIXIESME
LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

GOSSELIN.



OSTRE Autheur ne fait autre chose en vne partie de ce liure, que bailler des exemples sur la pratique qu'il nous a enseigné aux deux liures precedens, de sorte que celuy qui sçaura les deux precedens, & mesme qui entendra seulement le quatriesme liure, entendra aussi cestuy-cy, & le precedent, car il ne fait que redire ce qu'il a dit, mais en exemples diuers. En l'autre partie il baille quelques exemples qui sont fondez sur la reigle de trois: Or pour-autant qu'il n'a encor

cor expliqué que c'est que proportion & raison, nous auons estimé toutes les deux parties comme inutiles en cét endroit, l'vne à raison qu'il enseigne ce qu'il a desia assez amplement demonstré: l'autre pourautant qu'il en traite vniuersellement aux liures suiuans, apres auoir expliqué les nombres rompus, que nous appellons fractions ou parties, & icy il n'en baille que peu d'exemples particulierement.

Fin du sixiesme Liure.

RECVEIL DV SEPTIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Que c'est que fraction, ou partie, & de ses especes.

Chapitre I.

RACTION est vne ou plusieurs parties aliquotes d'vn entier, ou de son tout : Or de ces fractions, ou parties d'entier, les vnes sont denommées de la partie, ou parties de leur tout, comme la moitié d'vn tout s'appelle vne moitié, le tiers est appellé vn tiers, le quart vn quart, & ainsi consequemment. Les autres fractions, ou parties d'entier, ne sont pas denommées de la partie, ou parties de leur tout, mais ils ont vne autre appellation speciale, ordonnée au plaisir des seigneurs des prouinces, ce que l'on void aux monnoyes, poids, & mesures : comme pour exemple, la vingtiesme partie d'vne liure de solds n'est pas dicte la

vingtiesme partie, mais pour plus grande briefueté, & facilité, on l'appelle d'vn nom special vn sold, & aussi la douziesme partie d'vn sold n'est appellée la douziesme partie, mais pour plus grãde briefueté est appellée communémẽt vn denier : & cecy doit estre enteddu en toute sorte de mõnoye, poids & mesure. De laquelle sorte de fraction nous ne parlerons en ce liure, pour ce que nous en auons traicté assez suffisamment au liure secõd, nous parlerons donc seulement en ce liure de la premiere sorte & espece de fraction, ou partie d'entier.

De la numeration, ou representation des parties, Chap. II.

LA numeration, ou representatiõ des parties est semblable à celle des nombres entiers, sinon qu'en icelle il n'y auoit qu'vn ordre, ou rãg de caracteres, & nombres, mais icy il y en a deux, l'vn desquels est appellé numerateur, & iceluy est tousiours escrit dessus vne petite ligne, l'autre est dit denominateur, & s'escrit dessous ceste ligne, sur laquelle a esté mis le numerateur, comme pour exemple, Si nous voulõs representer vne moitié, nous mettrõs 1 sur vne ligne, & 2 dessous icelle ligne, en ceste façon $\frac{1}{2}$, & aussi voulãt representer vn tiers, nous l'escrirons en ceste maniere $\frac{1}{3}$, & vn quart ainsi $\frac{1}{4}$, & ainsi vne cinquiesme partie $\frac{1}{5}$, iusques en infiny, & si nous voulons representer deux tiers, nous les escrirons ainsi $\frac{2}{3}$, & ainsi trois quarts $\frac{3}{4}$, qui n'est autre chose que 3, parties d'vn entier diuisé en 4, ou bien $\frac{5}{7}$, sont cinq parties d'vn entier diuisé en 7, & $\frac{10}{13}$, sont 10 parties d'vn entier diuisé en 13.

De l'origine & creation des parties, ou nombres rompus, Chap. III.

COMBIEN que les parties ayent esté faictes à plaisir, si est-ce que pour la plus grande partie elles ont leur origine de la diuision des nombres entiers, comme si nous voulions diuiser 15 par 2, nous dirions que cela seroit impossible, si l'vnité ne receuoit quelque diuision, pourautant que le nombre 15 est vn nombre imper, encore ne pourrions nous pas dire que 2 mesurassent ou entrassent en 15 par 7, & restast de surplus 1, toutesfois pour ne cõfondre le lecteur, nous laisserõs àpart ces subtilitez, & dirons que de telle diuision viendront 7 $\frac{1}{2}$, à sçauoir nous mettrons 1 qui reste dessus vne petite ligne pour le numerateur, & dessous icelle nous escrirons nostre diuiseur qui est 2, pour denominateur. Diuisons 24 par 7, le quotient sera 3, & resteront 3, lesquels seruiront de numerateur, & les escrirons dessus vne ligne, & dessous, le diuiseur qui est 7, nous dirõs qu'en diuisant 24 par 7, le quotient est 3, $\frac{3}{7}$, & semblablement en diuisant 32 par 6, le quotient sera 5 $\frac{2}{6}$, & ainsi és autres diuisions où il demeurera quelque nombre de reste.

De la façon de reduire les parties à leur moindre denomination. Chap. IV.

POVR-AVTANT qu'vne mesme partie peut estre descrite en infinies sortes & diuerses de-

nominations, & que celle qui est escrite auec plus petit nombre est cogneuë plus aisément, nos anciens ont trouué vne façon de pouuoir reduire quelconque partie à sa moindre denomination, & cecy n'est autre chose que diuiser le numerateur, & le denominateur, par vn mesme nombre, comme si nous voulons reduire $\frac{16}{24}$ en sa moindre denomination, nous chercherõs le plus grand nombre qui soit exactement en 16 & en 24, & ce nombre sera 8, par lequel si nous diuisons 16 & 24, les quotiens seront 2 & 3, nous dirons doncques que $\frac{16}{24}$ sont reduites en moindre denomination, c'est à sçauoir en $\frac{2}{3}$, & ainsi pour reduire $\frac{14}{35}$, nous trouuerons 7 qui seront contenus en 14 par 2, & en 35 par 5, & pourtant $\frac{14}{35}$ seront reduites en $\frac{2}{5}$.

GOSSELIN.

La demonstration de ceste reduction est manifeste, pour laquelle nous prendrons l'exemple superieure, c'est à sçauoir $\frac{16}{24}$, & le nombre que nous auons cerché, qui est 8, nous diuiserons 16 par 8, & viendront 2 au quotient, semblablement nous diuiserons 24 par 8, & le quotiẽt sera 3, maintenãt puis que 16 estãt diuisé par 8, le quotiẽt a esté 2, pour ceste cause si 8 multiplient 2, ils feront 16, pour mesme raison 8 multipliãs 3 feront 24, vn mesme nõbre 8 multipliãt 2 a fait 16, & multipliãt 3 a fait 24, il y aura telle raison de 2 à 3, que de 16 à 24, par la dix-septiéme

du septiesme d'Euclide, & pourtant $\frac{16}{24}$ seront égales à $\frac{2}{3}$, ce qu'il falloit demonstrer.

Comment il faut reduire les nombres entiers en parties, & semblablement faire entiers de parties, Chap. V.

SI nous voulons reduire vn nombre entier en quelque fraction, ou partie d'iceluy, nous multiplierõs l'entier par le denominateur de ceste partie: comme si nous en voulons faire des moitiez, nous le multiplierons par 2, si nous en voulons faire des tiers, par 3, & s'il y a d'auenture quelque autre partie, nous l'adiousterons à ce produit: comme si on nous donnoit 13 $\frac{1}{2}$, afin de reduire ces 13 entiers en moitiez, nous multiplierons 13 par 2, & ferons 26, ausquels nous adiousterons le numerateur qui est 1, la somme sera $\frac{27}{2}$, & autant vaudront 13 $\frac{1}{2}$, & semblablement si nous voulons reduire en tiers $\frac{27}{2}$, nous partirõs 27, qui est le numerateur par 2 le denominateur, & le quotient sera 13, & restera 1 que nous escrirons dessus vne petite ligne, & 2 qui est le diuiseur dessous, en ceste façon 13 $\frac{1}{2}$, ainsi que nous auons enseigné au troisiesme chapitre de ce liure.

Trouuer vn nombre qui aye les parties demandées, Chap. VI.

TRouuons vn nombre qui aye $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, & $\frac{1}{10}$, nous multiplierons les denominateurs l'vn par l'autre, 4 par 6, & ferõs 24, puis 24 par 10, & ferons 240,

qui ſera le nombre cerché, duquel $\frac{1}{4}$ eſt 60, $\frac{1}{6}$ eſt 40, & $\frac{1}{10}$ eſt 24, toutesfois nous trouuerons le moindre nombre qui ait ſes parties, par le 38 & 41 du 7 d'Euclide, en ceſte maniere. Nous chercherons le plus grand nombre qui diuiſe exactement 4 & 6, & celuy ſera 2, qui diuiſant 4 donne 2 pour le quotient, & diuiſant 6 donne 3 : au lieu de 4 & de 6, nous prẽdrons les quotiens qui ſont 2 & 3, que nous multiplierons l'vn par l'autre, & ferons 6, lequel produit nous multiplierons de rechef par 10, qui eſt le denominateur de la troiſieſme partie, & ferons 60, qui ſera le nombre cherché, duquel $\frac{1}{4}$ eſt 15, $\frac{1}{6}$ eſt 10 $\frac{1}{10}$, eſt 6.

Comment il faut reduire deux parties, ou plusieurs de diuerſes denominations, en vne meſme denomination. Chap. VII.

S'Il n'y en a que deux, nous multiplierons les denominateurs enſemble, & ferõs le cõmun denominateur, puis nous multiplierons le numerateur de la premiere par le denominateur de la ſecõde, & ferons le numerateur de la premiere, puis encore le numerateur de la ſeconde par le denominateur de la premiere, & ferons le numerateur de la ſeconde: comme pour exemple, reduiſons en meſme denomination $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{4}$, nous pouuons voir que les denominateurs 3 & 4 ne ſont pas égaux : or pour ce faire nous multiplierons 3 par 4, c'eſt à ſçauoir vn denominateur par l'autre, & ferons 12, qui ſera le commun denominateur, lequel nous eſcrirons deſſous vne ligne en ceſte façon $\overline{\quad\quad}$ 12 $\overline{\quad\quad}$, puis nous multiplierons le numerateur de la pre-

miere partie, qui est 2, par le denominateur de la seconde qui est 4, & ferõs 8, qui sera le numerateur de la premiere, lequel nous escrirõs dessus nostre ligne vers la main senestre en ceste façon $\frac{8}{12}$, nous multiplierons encor le numerateur de la seconde partie qui est 3, par le denominateur de la premiere qui est 3, & ferons 9, pour le numerateur de la seconde partie, lequel nous escrirons dessus nostre ligne vers la main dextre, en ceste façõ $\frac{8\ \ 9}{12}$, tellement que $\frac{8}{12}$ vallent autant que $\frac{2}{3}$: & $\frac{9}{12}$ autant que $\frac{3}{4}$.

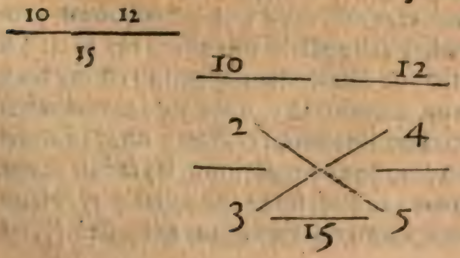
Que si on nous donnoit trois parties, ou plusieurs à reduire à vne mesme domination, comme pour exemple $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, nous multiplierons les denominateurs ensemble, & ferons 30, qui sera le commun denominateur, nous prendrons $\frac{1}{2}$ de 30, qui sera 15, pour le numerateur de la premiere partie, nous prendrons semblablement $\frac{2}{3}$ de 30, c'est à sçauoir 20, qui sera le numerateur de la seconde, & ferons cecy en diuisant 30 par le denominateur, à sçauoir par 3, & multipliant le quotient qui est 10 par le numerateur qui est 2, & ferons 20, qui sera le numerateur de la seconde partie, semblablemẽt nous prendrons $\frac{4}{5}$ de 30, qui seront 24, & tel sera le numerateur de la troisiesme partie, & ainsi $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, seront reduites en ces parties qui ont vne mesme denomination, c'est à sçauoir,

$$\frac{15 \quad 20 \quad 24}{30}$$

GOSSELIN.

Demonstration.

Combien que la secõde façon de nostre autheur ne soit beaucoup vtile à ce qui ensuit, si est-ce qu'elle peut seruir en beaucoup de questions, & problemes Arithmetiques, toutesfois nous la laisserons pour le present, & demonstrerons la premiere façon, qui n'est pas moins necessaire que les quatre premieres especes d'Arithmetique. Nous prendrõs doncques ces deux parties pour reduire à vne mesme dominatiõ, sçauoir est $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, nous multiplierons 3 par 5, & ferõs 15, qui sera le denominateur cõmun, & l'escrirons ainsi dessous vne ligne $\frac{}{15}$ puis nous multiplierons 5 par 2, & ferons 10, pour le numerateur de la premiere, & finalement 4 par 3, & ferons 12, pour le numerateur de la seconde, en ceste façon.



Pour-autant que 5 multipliant 3 a fait 15, & multipliant 2 a fait 10, il y aura telle raison de 2 à 3, que de 10 à 15, par la xvij. du vij. d'Euclide, de rechef les mesmes 5 multiplians 3 ont fait 15, & 4 multiplians 3 ont fait 12, donc par la xviij. du vij. d'Euclide il y aura telle raison de 12 à 15, que de 4 à 5, & pour ceste cause $\frac{10}{15}$, seront égales à $\frac{2}{3}$, & $\frac{12}{15}$ à $\frac{4}{5}$, & la denomination est semblable, car en toutes deux nous auons multiplié 5 par 3, & auons fait 15, doncques $\frac{12}{15}$ & $\frac{10}{15}$ sont égales à $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, & ont vne mesme denomination, ce qu'il falloit demonstrer.

De l'addition des parties. Chap. VIII.

SI les parties sont de semblable denomination, nous adiousterons les numerateurs ensemble, & sera fait le numerateur, & le denominateur sera tel qu'il estoit, cõme pour exemple, adioustons $\frac{1}{4}$, & $\frac{2}{4}$, nous adiousterõs 1 & 2, & la somme sera $\frac{3}{4}$, & semblablement la somme de $\frac{2}{5}$ & $\frac{4}{5}$ sera $\frac{6}{5}$, c'est à dire ayant reduit ceste partie en entiers $1\frac{1}{5}$. Mais si les parties sont de diuerse denomination, nous les reduirons premieremẽt à vne mesme denomination, puis nous les adiousterons comme nous auons enseigné. Adioustons $\frac{3}{5}$ auec $\frac{6}{7}$, nous les reduirons premierement à vne mesme denomination, & seront $\frac{30 \quad 21}{35}$, & les numerateurs estans adioustez $\frac{51}{35}$, c'est

à dire 1 $\frac{16}{35}$. Adiouſtons $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, nous adiouſterons premieremẽt $\frac{1}{2}$ & $\frac{3}{4}$, apres les auoir reduites à vne meſme denominatiõ, la ſomme ſera $\frac{10}{8}$, laquelle partie nous adiouſterõs à $\frac{5}{6}$, la ſomme ſera $\frac{100}{48}$, & pourtant la ſomme de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, & $\frac{5}{6}$ ſera $\frac{100}{48}$, c'eſt à dire 2 $\frac{1}{12}$. Adiouſtons 10 $\frac{1}{2}$ auec 13, $\frac{2}{3}$ nous adiouſterõs premieremẽt les nombres entiers, c'eſt à ſçauoir 10 & 13, la ſomme ſera 23, puis $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$, la ſomme ſera $\frac{7}{6}$, c'eſt à dire 1 $\frac{1}{6}$, nous adiouſterons cét 1 auec 23, nous ferons 24, auſquels nous adiouſterons $\frac{1}{6}$, la ſomme ſera 24 $\frac{1}{6}$, & autant feront adiouſtez enſemble ces deux nombres 10 $\frac{1}{2}$, 13 $\frac{2}{3}$.

De la ſubtraction des parties.

Chapitre IX.

SI les parties ne ſont de ſemblable denomination, il les y faut reduire premierement, puis oſter le plus petit numerateur du plus grand, ayant eſcrit deſſous le commun denominateur, comme ſi nous voulõs oſter $\frac{6}{7}$ de $\frac{9}{7}$, nous oſtõs 6 de 9, à raiſon qu'elles ſont de ſemblable denomination, & reſte $\frac{3}{7}$: mais ſi on nous propoſe à ſubtraire $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{2}$, nous les reduirons premieremẽt en ſemblable denomination, & ſeront $\frac{8 \quad 15}{10}$, ainſi nous oſterons 8 de 15, & reſteront $\frac{7}{10}$, apres auoir oſté $\frac{4}{5}$ de $\frac{3}{2}$. Oſtons $\frac{3}{5}$ de 12 $\frac{2}{3}$, nous reduiſons premierement $\frac{3}{5}$ & $\frac{2}{3}$ à meſme denomination, & ſeront $\frac{9 \quad 10}{15}$, or pour autant que $\frac{3}{5}$ ſont plus petites que $\frac{2}{3}$, car 9 ſont moindres que 10, nous oſterons ſimplemẽt 9 de 10, & reſtera $\frac{1}{15}$: dõcques apres auoir oſté $\frac{3}{5}$ de 12 $\frac{2}{3}$, reſtent 12 $\frac{1}{15}$. Oſtõs $\frac{2}{3}$ de 4 $\frac{1}{2}$, nous

reduirons premierement $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{2}$ à ſemblable denomination, & seront $\frac{4\,3}{6}$, mais pourautant que 4 ſont plus grans que 3, auſſi $\frac{2}{3}$ ſont plus que $\frac{1}{2}$, à raiſon dequoy nous ne pouuons oſter $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$, en cas ſemblable il faut oſter 1 du nombre entier, comme maintenant de 4, & resteront 3, puis il faut reduire ceste vnité que nous auons empruntée en ſa partie, c'eſt à ſçauoir en $\frac{2}{2}$, qui valent autãt que $\frac{1}{1}$ ainſi que nous auons demonſtré, & pour ce faire nous mettrons 1 deſſous 1, en ceste ſorte $\frac{1}{1}$, & ainſi le reduirons en ſemblable denomination que $\frac{3}{6}$, & ſeront $\frac{3\,6}{6}$, nous adiouſterons ces deux parties enſemble, & ſeront $\frac{2}{6}$, dont nous oſterons $\frac{4}{6}$, c'eſt à ſçauoir $\frac{2}{3}$, & reſteront $\frac{5}{6}$, ainſi nous dirons qu'apres auoir oſté $\frac{2}{3}$ de 4 $\frac{1}{2}$ reſtẽt 3 $\frac{5}{6}$. Ou biẽ no⁹ procederõs en ceſte façõ, pour autãt que $\frac{2}{3}$ ſont plus que $\frac{1}{2}$, de $\frac{2}{3}$ à $\frac{3}{3}$, c'eſt à dire à vn entier, il y a $\frac{1}{3}$, nous adiouſtons $\frac{1}{3}$ auec $\frac{1}{2}$, & ſont $\frac{5}{6}$, & pourautãt que nous auons eſté iuſques à vn entier, nous oſterons 1 de 4, & reſteront 3, & ainſi reſterõt 3 $\frac{5}{6}$ comme au precedent. Oſtons $\frac{2}{3}$ de 5, nous mettrons 1 deſſous 5 ainſi $\frac{5}{1}$, puis reduirons $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{1}$ en ſemblable denomination, & ſeront $\frac{2\quad 15}{3}$, nous oſterõs 2 de 15, & reſterõt $\frac{13}{3}$, c'eſt à dire 4 $\frac{1}{3}$, apres auoir oſté $\frac{2}{3}$ de 5. Oſtons 6 de 7 $\frac{1}{3}$, nous oſterons 6 de 7, & reſtera 1, le reſte ſera 1 $\frac{1}{3}$, & ſemblablement apres auoir oſté 8 de 15 $\frac{3}{5}$, il reſte 7 $\frac{3}{5}$. Oſtons 4 $\frac{2}{3}$ de 6 $\frac{1}{2}$, nous reduirons premierement 4 $\frac{2}{3}$ en la denomination de ſa partie, & ſemblablement 6 $\frac{1}{2}$ ainſi que nous auons enſeigné au cinquieſme chapitre de ce liure, & ſeront pour 4 $\frac{2}{3}$, $\frac{14}{3}$, & pour 6 $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{2}$, maintenant nous oſterons $\frac{14}{3}$ de $\frac{13}{2}$ les ayant premierement reduites en ſemblable denomination,

comme nous auons enseigné au commencement de ce chapitre, & resteront $\frac{11}{6}$, c'est à dire $1\frac{5}{6}$, la preuue de l'addition se fait par la subtraction, & la preuue de la subtraction par l'addition.

De la multiplication des parties.
Chapitre X.

SOIT que les parties ayent semblable denomination ou diuerse, il faut tousiours multiplier le numerateur par le numerateur, & se fera le numerateur, puis le denominateur par le denominateur, & se fera le denominateur, comme pour multiplier $\frac{3}{4}$, par $\frac{2}{3}$, nous multiplierons 3 par 2, & ferons 6 pour le numerateur, puis 4 par 3, & ferons 12, pour le denominateur, & le produit sera $\frac{6}{12}$, c'est à dire $\frac{1}{2}$: multiplions $3\frac{1}{2}$ par $\frac{2}{3}$, nous reduirons premierement $3\frac{1}{2}$ en la denomination de sa partie, & seront $\frac{7}{2}$ puis nous multiplierons $\frac{7}{2}$ par $\frac{2}{3}$, & ferons $\frac{14}{6}$, c'est à dire $2\frac{2}{6}$, & ainsi nous multiplierons $2\frac{1}{3}$ par $4\frac{1}{5}$, car nous reduirons premieremẽt chasque nombre en la denomination de sa partie, c'est à sçauoir $2\frac{1}{3}$, & seront $\frac{7}{3}$, & $4\frac{1}{5}$ & seront $\frac{12}{5}$, puis nous multiplierons $\frac{7}{3}$ par $\frac{21}{5}$, & le produit sera $\frac{147}{15}$, c'est à dire, en diuisant 147 par 15, $9\frac{12}{15}$. Multipliõs $\frac{2}{3}$ par 2, nous mettrõs 1 dessous 2, puis multiplierõs $\frac{2}{3}$ par $\frac{2}{1}$, & le produit sera $\frac{4}{3}$, c'est à dire $1\frac{1}{3}$. Multiplions $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ensemble, nous multiplierons les numerateurs l'vn par l'autre, & ferons 6, pour le numerateur, puis les denominateurs ensemble, & sera le produit 24, en multipliant doncques $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ ensemble, le produit sera $\frac{6}{24}$, c'est à dire $\frac{1}{4}$.

De la diuision des parties. *Chap. XI.*

SI les parties ne ſont de ſemblable denomination, nous les y reduirons premierement, puis nous diuiſerons le numerateur du nombre qu'on nous dõne à diuiſer par le numerateur du diuiſeur, le quotient ſera le nombre demandé. Diuiſons $\frac{6}{4}$ en $\frac{2}{4}$, nous diuiſerons 6 par 2, & viendra 3 au quotient, qui ſera le nombre demandé. Diuiſons $\frac{4}{6}$ par $\frac{2}{3}$, nous les reduirons premierement en ſemblable denomination, & ſeront $\frac{12 \quad 12}{28}$, nous diuiſerons 12 par 12 & viendra 1 au quotient, qui eſt le nombre cherché. Diuiſons 2 par $\frac{1}{2}$, nous mettrons 1 deſſous 2 en ceſte façon $\frac{1}{2}$: puis nous diuiſerons $\frac{2}{1}$ par $\frac{1}{2}$, les ayant reduit à vne meſme denomination, le quotient ſera 4, mais ſ'il y a partie auec des entiers, nous reduirõs les entiers en leur partie, puis nous diuiſerons ainſi que nous auons enſeigné: comme ſ'il falloit diuiſer $4\frac{1}{2}$ par $2\frac{1}{3}$, nous reduirons $4\frac{1}{2}$ en ſa partie, & ſeront $\frac{9}{2}$, & ſemblablement $2\frac{1}{3}$ & ſeront $\frac{7}{3}$, nous reduirons maintenant $\frac{9}{2}$ & $\frac{7}{3}$ en meſme denomination, & ſeront $\frac{27 \quad 14}{6}$, puis nous diuiſerons 27 par 14, le quotient ſera $\frac{27}{14}$ ayant diuiſé $4\frac{1}{2}$ par $2\frac{1}{3}$.

GOSSELIN.

Demonſtration de ceſte diuiſion.

Diuiſons $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, nous multiplierons 3 par 3 & ſera le produit 9, puis encor 4 par 2, & ſera le produit 8, nous dirons doncques

que le quotient ſera $\frac{9}{8}$. Pour le demonſtrer, nous multiplierons l'vn dominateur par l'autre, à ſçauoir 4 par 3, & ferons 12, comme on peut voir cy deſſous. Ainſi nous aurons $\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{3}$ reduits en vne meſme denomination, comme nous auons demonſtré cy deuant: nous diuiſerōs doncques le numerateur du nombre qui eſt à diuiſer par le numerateur du diuiſeur, à ſçauoir 9 par 8, & ſera le quotient $\frac{9}{8}$: ſemblablement nous diuiſerōs le denominateur de l'vn par le denominateur de l'autre, à ſçauoir 12 par 12 (car ils ſōt reduits en vne meſme denomination) & ſera le quotiēt 1. Ainſi nous dirōs qu'apres auoir diuiſé $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, le quotient ſera $\frac{9}{8}$, car l'vnité ny en multiplication, ny en diuiſiō, ne change point le nombre: pour ceſte occaſion nous ne nous ſoucions point en la pratique de ceſte multiplication & diuiſiō, mais nous multipliōs ſimplemēt le numerateur du nōbre qui eſt à diuiſer par le denominateur du diuiſeur, & ainſi nous auōs le numerateur du quotient. Semblablemēt nous multipliōs le denominateur du nombre à diuiſer par le numerateur du diui-

$$\begin{matrix} 9 & & 8 \\ \frac{3}{4} & \times & \frac{2}{3} \\ & 12 & \end{matrix}$$

ſeur, & nous auons le denominateur du quotient, ſans nous ſoucier de diuiſer le denominateur qui leur eſt commun, par ſoymeſme, & diuiſer de rechef le quotient des numerateurs par le quotient des denominateurs.

Comment on peut trouuer telle partie, ou parties d'vn nombre qu'on veut.

Chap. XII.

TRovvons $\frac{2}{3}$ de 24, cecy ſe peut faire en deux ſortes. La premiere eſt, nous diuiſerons 24 par 3, pour cognoiſtre $\frac{1}{3}$, & le quotient ſera 8, & pour autant que nous voulons $\frac{2}{3}$, nous multiplierons 8 qui eſt $\frac{1}{3}$, par 2, & ferons 16, qui ſeront $\frac{2}{3}$, de 24. L'autre façon eſt, que nous multiplierons 24 par 2, qui eſt le numerateur de la partie, ou parties qu'on nous demande, & ferons 48, lequel produit nous diuiſerons par 3, & le quotient ſera 16, pour $\frac{2}{3}$ de 24, comme au precedent. Trouuons $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$, nous multiplierons $\frac{1}{2}$ par 2, & ferons 1, lequel nous diuiſerons par 3, & ſera le quotient $\frac{1}{3}$, qui ſera $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$, & ainſi conſequemment.

GOSSELIN.

Trouuons qui ſont les $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, par la façon de noſtre autheur, nous diuiſerons $\frac{2}{3}$ par 4, & ſera le quotient $\frac{2}{12}$, qui ſerōt $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$, & puis que

que nous voulons $\frac{3}{4}$, nous multiplierons $\frac{2}{12}$ par 3, & sera le produit $\frac{6}{12}$, qui seront $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$; mais par vne façon plus aisée, & assez vsitee aux escholes, nous multiplierõs le numerateur par le numerateur, à sçauoir 2 par 3, & ferons 6, qui sera le numerateur demandé: semblablement le denominateur par le denominateur, & sera le produit le denominateur cerché, à sçauoir 3 par 4, ainsi nous aurons $\frac{6}{12}$, pour les $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, & ainsi aux autres.

Demonstration.

Ceste pratique derniere n'est autre chose qu'vne reigle de trois, ou bien vn abbregé de la façon de nostre autheur, la demõstration de laquelle est la mesme operatiõ, car nous dirons ainsi par la reigle de trois. Si 1 a $\frac{3}{4}$ pour ses $\frac{3}{4}$, combien auront $\frac{2}{3}$ pour leur $\frac{3}{4}$, nous multiplierons le second par le troisiéme, à sçauoir $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, ainsi que nous auõs fait, & sera le produit $\frac{6}{12}$, que nous diuiserõs par le premier qui est 1, & ne prouiendrõt que les mesmes $\frac{6}{12}$, qui seront $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, ce qu'il falloit demonstrer. Toutesfois pourautant que nous n'auõs encor parlé de la reigle de trois, ny de proportions, nous demonstrerons ceste reigle par vne autre voye qui de-

pend de la façon de noſtre autheur. Or ſi nous voulons trouuer par la façon de noſtre autheur qui ſont les $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$, nous diuiſerons $\frac{2}{3}$ par 4, & ſera le quotient $\frac{2}{12}$, en ſorte que nous multiplions en ceſte operation l'vn denominateur par l'autre, à ſçauoir 4 par 3, & gardons le produit pour denominateur, ſemblablement nous multiplions l'vn des numerateurs qui eſt 2 par l'vnité, tellemẽt que le produit demeure touſiours le meſme numerateur, ainſi ce quotient $\frac{2}{12}$ eſt $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$, & pour ce que nous voulons $\frac{3}{4}$, nous multiplions $\frac{2}{12}$ par 3, en ceſte façon $\frac{2}{12} \times \frac{3}{1}$, & eſt le produit $\frac{6}{12}$, en laquelle operation nous multiplions l'vn des numerateurs par l'autre, à ſçauoir 2 par 3, & faiſons 6, & demeure pour denominateur le produit de l'vn denominateur par l'autre, c'eſt à ſçauoir de 3 par 4, à raiſon que l'vnité ne multiplie point, ainſi par ceſte derniere façon $\frac{6}{12}$ ſont $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, ce que nous nous eſtiõs propoſez de demonſtrer.

Comment on peut cognoiſtre quelle partie, ou parties eſt vn moindre nombre d'vn plus grand. Chap. XIII.

DIVISEZ le plus petit nõbre par le plus grand, le quotient ſera la partie, ou parties que ſera

le moindre du plus grand. Trouuons quelle partie, ou parties ſont 6 de 24, nous diuiſerons 6 par 24, le quotient ſera $\frac{6}{24}$, c'eſt à dire $\frac{1}{4}$, & partant 6 ſeront $\frac{1}{4}$ de 24. Trouuons quelle partie, ou parties ſont $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$, nous diuiſerons $\frac{3}{4}$ par $\frac{8}{9}$, le quotient ſera $\frac{27}{32}$, & partant $\frac{27}{32}$, ſeront $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{9}$.

Or ces deux problémes ſont du tout contraires l'vn à l'autre, & auſſi la preuue de l'vn ſe fait par l'autre, tout ainſi que la preuue de l'addition par la ſubtraction, ou la preuue de la multiplication par la diuiſion.

Comment on peut trouuer vn nombre, duquel le nombre donné ſoit telle partie, ou parties qu'ont veut. Chap. XIIII.

TROVVONS le nõbre, duquel 5 ſont les $\frac{2}{3}$: nous multiplierons 5 par 3, qui eſt le denominateur de la partie, ou parties qu'on demande, & ferons 15, lequel produit nous diuiſerons par 2, qui eſt le numerateur d'icelle partie, ou parties, & le quotient $7\frac{1}{2}$ ſera le nombre demandé, duquel 5 ſont $\frac{2}{3}$.

Trouuons le nombre, duquel $\frac{5}{6}$ ſont $\frac{2}{3}$: nous multiplierons $\frac{5}{6}$ par 3, & ferons $\frac{15}{6}$, lequel produit nous diuiſerons par 2, & le quotient $1\frac{1}{4}$ ſera le nombre cherché, & ainſi des autres.

Comment il faut changer vne partie en vne autre ſorte de partie. Chap. XV.

CHANGEONS $\frac{11}{13}$ en quarts de cét entier, dont $\frac{11}{13}$ ſont partie, ou parties: nous multiplierõs 11

par 4, & ferons 44, que nous diuiserons par 13, le quotient sera $3\frac{5}{13}$, & $3\frac{5}{13}$ d'vn quart de cét entier vaudront autant que $\frac{11}{13}$ d'iceluy entier : ou autrement.

Trouuons combien de huictiesmes parties d'vn entier feront $5\frac{9}{11}$ de cét entier : nous multiplierons $5\frac{9}{11}$ par 8, & ferons $46\frac{6}{11}$, & $46\frac{6}{11}$ d'vne huictiesme partie de cét entier, vaudront autant que $5\frac{9}{11}$ de tel entier.

Cherchõs combien $\frac{13}{17}$ de ducat vallent de liures, le prix du ducat estant 10 l. si le prix du ducat est 10 l. vne liure sera $\frac{1}{10}$ de ducat :

Chercher doncques combien $\frac{13}{17}$ de ducat vallent de liures, n'est autre chose que chercher, combien $\frac{13}{17}$ de quelque entier vallent de $\frac{1}{10}$ d'iceluy entier : doncques par nostre reigle, nous multiplierons 10 par $\frac{13}{17}$, & ferons $\frac{130}{17}$, c'est à dire $7\frac{11}{17}$, & partant $\frac{13}{17}$ de ducat, vaudront 7 liures, & $\frac{11}{17}$ d'vne liure. Trouuons encor combien $\frac{11}{17}$ d'vne liure vallent de sols, vn sol est $\frac{1}{20}$ de liure, ainsi nous multiplierons $\frac{11}{17}$ par 20, & sera le produit $\frac{220}{17}$, c'est à dire $12\frac{16}{17}$, & pour ceste cause $\frac{11}{17}$ de liure, vaudront 12 liures & $\frac{16}{17}$ de sols.

Cherchons encor combien vallent de deniers $\frac{16}{17}$ de sols, vn denier est $\frac{1}{12}$ de sol : nous multiplierons $\frac{16}{17}$ par 12, le produit sera $\frac{192}{17}$, c'est à dire $11\frac{5}{17}$, ainsi $\frac{16}{17}$ de sol, vaudront 11 deniers, & $\frac{5}{17}$ de deniers, mais les marchands ne tiennent compte de $\frac{5}{17}$ d'vn denier, comme de chose presque insensible : & ainsi nous auons trouué que $\frac{13}{17}$ de ducat, le prix du ducat estant 10 liures, vaudront 7 l. 12 sols 11 deniers, vn peu d'auantage.

GOSSELIN.

Ceste reigle de nostre autheur n'est pas generale, ny celle que baillent tous les Arithmeticiens. La reigle generale se fait par vne seule diuision, & premierement faut prendre garde que la partie, à la partie, ou parties de laquelle nous voulons reduire le nombre donné, aye semblable denomination que le nombre qu'on nous dõne pour reduire, apres nous diuiserons le nombre qu'on nous propose à reduire par celuy, à la partie, ou parties duquel nous le voulõs reduire, & le quotiẽt sera le nombre demandé, lequel sera denommé ainsi qu'estoit le nombre, à la partie, ou parties duquel nous vouliõs reduire le nombre qui nous estoit proposé à reduire: comme pour exemple. Reduisons $\frac{2}{3}$ de liure en solds & deniers, & premieremẽt en solds, c'est à dire, trouuõs quelle partie, ou parties d'vn sold sont $\frac{2}{3}$ de liure: or vn sold est $\frac{1}{20}$ de liure, & ainsi ce nõbre $\frac{1}{20}$ de liure, est égal à vn entier de ce à quoy nous voulõs reduire le nombre proposé $\frac{2}{3}$ de liure, & sont encor de mesme denomination le nõbre qu'on nous propose à reduire, & celuy auquel nous le voulons

reduire, c'est à sçauoir $\frac{2}{3}$ de liure, & $\frac{1}{20}$ de liure : cecy estant ainsi fait, nous diuiserons $\frac{2}{3}$ par $\frac{1}{20}$, & sera le quotient $\frac{40}{3}$, lequel sera denommé de solds, qui est ce à quoy nous voulons reduire le nombre proposé $\frac{2}{3}$ de liure, ainsi $\frac{40}{3}$ de sold, c'est à dire 13 s. & $\frac{1}{3}$ de sold, vallent autant que $\frac{2}{3}$ de liure : pour sçauoir maintenant combien vaut de deniers $\frac{1}{3}$ de sold, le sold vaut 12 d. & $\frac{1}{12}$ de sold vaut 1 d. nous diuiserons doncques $\frac{1}{3}$ par $\frac{1}{12}$, & sera le quotient $\frac{12}{3}$, c'est à dire 4, lequel sera denommé de deniers, tellement que $\frac{2}{3}$ de liure vaudront 13 s. 4 d.

Trouuons combien vallent de liures $\frac{2}{7}$ de teston, le prix du teston estant 24 solds, cõme il court auiourdhuy, il nous faut faire en sorte que tous les deux nombres soient de semblable denomination : nous cherchons doncques quelle partie, ou parties d'vn teston peut estre vne liure, or il est manifeste que puis qu'vn teston vaut 24 s. & vne liure ne vaut que 20 s. vne liure est $\frac{20}{24}$ de testõ, c'est à dire $\frac{5}{6}$, apres nous diuiserons le nombre proposé $\frac{7}{2}$ par $\frac{5}{6}$, & sera le quotient $\frac{42}{10}$, à sçauoir $4\frac{1}{5}$, & pourtant $\frac{7}{2}$ de teston vaudront 4 l. & $\frac{1}{5}$ de liure, qui est 4 s. & la preuue manifeste.

Encore nous pouuons faire cecy par vn autre moyen assez vsité és escholes, qui est tel: nous multiplierons le nombre donné par les parties de l'entier auquel nous le voulons reduire, & le produit sera le nombre que nous cherchõs: ou bien nous multiplierõs les parties de cét entier par le numerateur du nombre donné pour reduire, & diuiserons ce produit par le denominateur, le quotient sera le nombre demandé, & ces deux façons ne sont qu'vne.

Trouuons combien vallent de sols $\frac{2}{5}$ de liure, les parties de la liure en sols sont 20, car 20 s. font vne liure, nous multiplierons doncques $\frac{2}{5}$ par 20, & sera le quotient $\frac{40}{5}$ c'est à dire 8 s. & autant de sols vallent $\frac{2}{5}$ de liure, & ainsi és autres parties.

Comment on peut reduire diuerses sortes de monnoyes, poids, & mesures, en la partie, ou parties de leur tout principal.

Chapitre XVI.

REDVISONS 15 s. 9 d. en la partie, ou parties d'vne liure: nous verrons premierement quelle partie, ou parties 9 d. sont d'vn sold, & nous trouuerons par le chap. xiiij. de ce liure que 9 d. sont $\frac{3}{4}$ d'vn sol, car le sold contient 12 d. & pour autant qu'vne liure vaut 20 s. nous escrirons 20 dessous 15,

en ceste façon $\frac{15}{20}$, puis apres $\frac{3}{4}$, ainsi nous multiplierons 15 par 4, & ferõs 60, ausquels nous adiousterons 3, la somme sera 63, puis nous multiplierõs 4 par 20, & ferons 80, & dirons que $\frac{63}{80}$ d'vne liure vallent autant que 15 s. 9 d. la preuue se fera par le chap. precedent.

Trouuons quelle partie, ou parties de ducat sont 6 l. 12 s. nous chercherons premierement quelle partie d'vne liure sont 12 s. & nous trouuerons que ce seront $\frac{3}{5}$, or vn ducat vaut 10 l. & pourtant nous mettrons 10 dessous 6, en ceste façon $\frac{6}{10}$, puis apres $\frac{3}{5}$, ainsi nous multiplierons 5 par 6, & ferons 30, que nous adiousterons à 3, la somme sera 33, apres nous multiplierons 5 par 10, & ferons 50, & dirons que 6 l. 12 s. vallent autant que $\frac{33}{50}$ de ducat.

GOSSELIN.

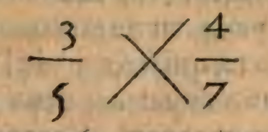
Nous pouuons encor faire cecy par vne autre voye generale & facile, comme pour exemple : cherchons quelle partie, ou parties d'vn escu sont 2 l. 10 s. 3 d, nous trouuerons premierement quelles parties d'vn escu peuuẽt estre 2 l. l'escu vallant 4 l. & trouuerons que 2 l. sont $\frac{1}{2}$ d'escu, semblablemẽt quelles parties d'vn escu sont 10 s. or l'escu vaut 80 s. doncques 10 s. seront $\frac{10}{80}$ d'escu, c'est à dire $\frac{1}{8}$, finalement nous trouuerons quelles parties d'vn escu sõt 3 d. nous trouuerons, $\frac{1}{320}$ ainsi nous adiousterõs ces trois

parties enſemble, comme noſtre autheur a enſeigné au chap. de l'addition, des parties, c'eſt à ſçauoir $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{320}$, la ſomme ſera $\frac{1608}{2560}$, c'eſt à dire, en diuiſant par 8, $\frac{201}{320}$, & pour ceſte cauſe nous dirons que 2 l. 10 ſ. 3 d. ſont $\frac{201}{320}$ d'vn eſcu, & ainſi en autres exemples.

Comment on peut trouuer deux tels nombres, qu'vne partie, ou pluſieurs de l'vn, ſoient égales à vne partie, ou pluſieurs d'vn autre.

Chap. XVII.

TROVVONS deux nombres, que $\frac{3}{5}$ de l'vn ſoient égales à $\frac{4}{7}$ de l'autre: nous multiplierons $\frac{3}{5}$ & $\frac{4}{7}$ en croix, en ceſte façon,



Nous multiplierons doncques 3 par 7, & ferons 21, puis 5 par 4, & ferons 20, & dirons que 20 & 21 ſeront les nombres cerchez, tellement que $\frac{3}{5}$ de 20 ſeront égales à $\frac{4}{7}$ de 21, car $\frac{3}{5}$ de 20 ſont 12, & auſſi $\frac{4}{7}$ de 21 ſont 12.

Trouuons deux nombres que $\frac{1}{5}$ & $\frac{2}{5}$ de l'vn ſoient égales à $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ de l'autre: nous aſſemblerons pre-

mierement $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$, la ſomme ſera $\frac{11}{15}$, ſemblablement nous aſſemblerons $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$, la ſomme ſera $\frac{7}{6}$, nous trouuerons maintenāt deux nombres de telle ſorte, que $\frac{11}{15}$ de l'vn ſoient égales à $\frac{7}{6}$ de l'autre, c'eſt à ſçauoir nous multiplierons 11 par 6, & ferons 66; puis 15 par 7, & ferons 105, & 66 & 105 ſeront les deux nombres cerchez, tellement que $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{5}$, c'eſt à dire $\frac{11}{15}$ de 105, ſont égales à $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$, c'eſt à dire, à $\frac{7}{6}$ de 66, qui ſont 77.

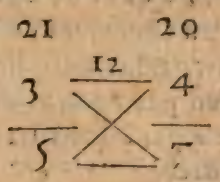
GOSSELIN.

Nous pouuons encor faire cecy par vn autre moyen, duquel nous nous ſommes aduiſez en faiſant les exemples de noſtre autheur, qui eſt tel.

Trouuons deux nōbres en ſorte que $\frac{3}{5}$ de l'vn ſoient égales à $\frac{4}{7}$ de l'autre: nous multiplierons 3 par 4, vn numerateur par l'autre, & ferons 12, qui ſeront $\frac{3}{5}$ de l'vn, & $\frac{4}{7}$ de l'autre. Pour trouuer ces deux nombres, nous diuiſerons 12 par $\frac{3}{5}$, & aurons au quotient 20, & encor les meſmes 12 par $\frac{4}{7}$, & ſera le quotient 21, qui ſeront les deux nombres demandez, à ſçauoir 20 & 21, & ceſte façon ne nous ſemble pas ſi obſcure que celle de noſtre autheur, conſideré meſme que ſa pratique eſt la demonſtration.

Demonſtration.

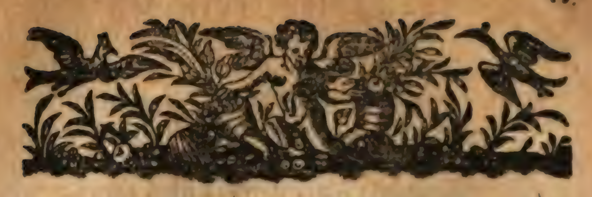
Demonſtrõs ce que fait noſtre autheur, & prenons le meſme exemple qu'il a prins au commencement de ce chapitre, c'eſt à ſçauoir trouuer deux tels nombres que $\frac{3}{5}$ de l'vn ſoient égales à $\frac{4}{7}$ de l'autre, pour ce faire nous rangerons nos nõbres en telle ſorte, que vous les voyez cy-deſſous diſpoſez.



Il nous faut multiplier 7 par 3, & le produit eſt 21, puis encor 5 par 4, & eſt le produit 20, & dit que 20 & 21 ſont les deux nõbres cherchez: Demõſtrons le, nous ferons multiplier 3 par 4, & le produit ſera 12, nous entendrons que 3 multiplians 4 ont fait 12, multipliãs 7 ont fait 21, & pour ceſte cauſe il y aura telle raiſon de 4 à 7, que de 21 à 21, par la 17 propoſitiõ du 7 d'Euclide, mais 4 ſont $\frac{4}{7}$ de 7, à raiſon que nous entẽdons vn tout ou entier diuiſé en ſept parties égales, deſquelles nous en prenons 4, doncques 4 ſont $\frac{4}{7}$ de 7, & auſſi ſeront 12, $\frac{4}{7}$ de 21, pour

autant qu'il y a ſemblable raiſon de 4 à 7, que de 12 à 21, comme nous auons demonſtré: Encor 4 multiplians 3 ont fait 12, multiplians 5 ont fait 20, il y aura doncques telle raiſon de 3 à 5, que de 12 à 20, par la meſme propoſition du 7, mais 3 ſont $\frac{3}{5}$ de 5, auſſi ſeront 12, $\frac{3}{5}$ de 20 : ainſi nous auons trouué deux nombres, c'eſt à ſçauoir 20 & 21, en telle ſorte que $\frac{4}{7}$ de 21 ſont égales à $\frac{3}{5}$ de 20, car c'eſt touſiours vn meſme nombre qui eſt fait par la multiplication des numerateurs l'vn par l'autre, c'eſt à dire de 3 par 4, ou de 4 par 3 qui eſt 12, ce qu'il falloit demonſtrer.

Fin du ſeptieſme Liure.



RECVEIL DV HVICTIESME

LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

CHAPITRE I.

NOs anciens ont tiré vne reigle generale, pour resoudre & expliquer toute question de marchandise, laquelle ils ont appellée reigle de trois, ou de trois choses, & l'ont prinse de la dixneufiesme proposition du septiesme d'Euclide : or ils l'ont nommée reigle de trois choses, pourautát qu'en ceste reigle on nous donne trois termes, ou bien trois choses, deux desquelles sont de mesme nature, & l'autre est de nature diuerse à celles cy. La resolution de ceste reigle est telle : nous multiplierons la chose que nous desirons sçauoir par celle des deux autres qui ne luy est point semblable, & diuiserons le produit par celle qui luy est semblable, le quotient sera la chose que nous cherchions, ou bien la valeur de la chose que nous voulions

cognoiſtre, & telle choſe ſera de la nature de celle des trois qui n'auoit point de ſemblable: dont il ſ'enſuit que nous n'auons affaire d'autres parties en ceſte reigle, que de multiplication & diuiſion, leſquelles ſont tres-neceſſaires en cét endroit, & principalement nous deuons bien ſçauoir par memoire la multiplication & diuiſion des parties, & toutes les façons qui ont eſté enſeignées au liure precedent, & auſſi entendre le 15 & ſeizieſme chapitre, auſquels nous auons parlé de la reduction des monnoyes, poids, & meſures en leur tout principal, ou du tout en ſes parties, car nous en aurons grand beſoin, tant à raiſon de facilité, que de briefueté.

Combien couſteront 975 liures de cire, à raiſon de 7 ducats le cent, & par cent ſe doiuent entendre cent liures.

Pour faire ceſte ratiocination, il faut multiplier la choſe dont nous voulons ſçauoir le prix, c'eſt à ſçauoir 975 liures de cire, par celle qui ne luy eſt point ſemblable, c'eſt à ſçauoir par 7 ducats, & le produit ſera 6825, lequel nous diuiſerõs par la choſe qui luy eſt ſemblable, à ſçauoir par 100 liures de cire, & viendront au quotient 68 $\frac{25}{100}$, & ce quotient ſera la choſe demandée, c'eſt à dire le prix des 975 liures de cire, au prix deſſuſdit, lequel nõbre 68 $\frac{25}{100}$ ſera de la nature de celuy des trois qui n'a point de ſemblable, lequel eſt 7 ducats: ainſi nous dirons que les 975 liures de cire nous reuiendront à 68 $\frac{25}{100}$ de ducat, audit prix, & en reduiſant $\frac{25}{100}$ de ducat en liures & ſols, le ducat vallant 10 l. nous trouuerons 2 l. 10 ſ. & partant 975 liures de cire, à raiſon de 7 du-

cats le cent, nous cousteront 68 ducats 2 l. 10 sols, & ainsi nous procederons en semblables questions.

Combien aurons nous de succre pour 79 ducats, à raison de 12 ducats le cent?

Nous multiplierons la chose que nous voulons sçauoir, qui est 79 ducats, par celle qui ne luy est point semblable, c'est à dire par 100, & serõs 7900, lequel produit nous diuiserons par la chose qui luy est semblable, à sçauoir par 12 ducats, & sera le quotient 658 $\frac{4}{12}$, qui sera la chose que nous cherchons, & sera de la nature de celle des trois qui n'a point de semblable, laquelle est 100 liures de succre: nous dirons doncques que pour 79 ducats nous aurons, à raison du prix dessusdit, 658 liures & $\frac{4}{12}$ d'vne liure, c'est à dire 4 onces, si la liure pese douze onces.

Combien vallent 12 liures de laine, à raison de 4 ducats & demy le cent?

Nous multiplierons 12 liures par 4 $\frac{1}{2}$ de ducat, qui est la chose qui n'a point de semblable, selon la façon que nous auons baillée au chapitre 10 du liure precedent, & le produit sera 54, que nous partirons par 100, qui est l'autre chose semblable, le quotient sera $\frac{54}{100}$, c'est à dire $\frac{27}{50}$, & ce quotient sera de la mesme nature que la chose des trois qui n'a point de semblable, c'est à sçauoir 4 $\frac{1}{2}$ de ducat, ce seront doncques $\frac{27}{50}$ de ducat, dont nous ferons des liures & sols, le ducat vallant 10 l. & nous trouuerons 5 l. 8 s. & partant 12 liures de laine nous cousteront 5 l. 8 s. au prix de 4 ducats & demy le cent.

Combien vallent 6 aulnes & demie de drap, à raison de 4 $\frac{1}{2}$ l. l'aulne.

Nous multiplierons 6 $\frac{1}{2}$ par la chose qui ne luy

est point semblable, c'est à sçauoir par $4\frac{1}{2}$, ainsi que nous auons enseigné au liure precedent, & le produit sera $29\frac{1}{4}$, lequel sera de la nature de celle chose des trois qui n'a point de semblable, c'est à sçauoir de 4 liures & demie, ainsi 6 aulnes & demie de drap nous cousteront 29 l. & $\frac{1}{4}$ l. c'est à dire 29 l. 5 s. à raison de 4 l. & demie l'aune.

Trois liures & demie de Reubarbe coustent $2\frac{1}{3}$ de ducat, combien vallent à ce prix $23\frac{3}{4}$ de liures de Reubarbe?

Nous multiplierons $23\frac{3}{4}$ de liure de Reubarbe, dont nous cherchons le prix, par la chose qui ne luy est point semblable, c'est à sçauoir par $2\frac{1}{3}$ de ducat, & tel produit nous diuiserõs par l'autre chose semblable, c'est à sçauoir par $3\frac{1}{2}$ de liure, & sera le quotient 15 ducats, & $\frac{70}{84}$ de ducat, qui vallent 8 l. 6 s. 8 d. doncques $23\frac{3}{4}$ de liure de Reubarbe cousteront 15 ducats 8 l. 6 s. 8 d. à telle raison que dessus.

Combien vallent 6 aulnes de drap, à raison de 4 l. 10 s. l'aune?

Nous verrons premierement quelles parties d'vne liure sont 10 sols, & nous trouuerons que ce sont $\frac{1}{2}$: nous dirons doncques, si vne aulne de drap nous couste $4\frac{1}{2}$ de liure, que nous cousteront 6 aulnes? nous aurons 27 l. & autant nous cousteront les 6 aulnes au prix que dessus.

De la reigle de Trois. *Chap. II.*

LA reigle de trois sont trois choses, la premiere & derniere desquelles doiuẽt estre sẽblables, & la derniere doit estre celle dont nous voulõs sçauoir le prix, ou valeur, ou biẽ en tirer quelque chose,

ſe, laquelle troiſieſme choſe il faut multiplier par celle du milieu qui ne doit point auoir de ſemblable, & ce produit doit eſtre diuiſé par la premiere, le quotient ſera la choſe que nous cherchions, laquelle ſera touſiours ſemblable à celle du milieu des trois.

Combien vallent 13 pommes, à raiſon de 3 ſols pour deux pommes?

Pour reſoudre ceſte queſtion, & toutes celles qui enſuyuent, il faut premierement mettre par ordre ces trois choſes, & pour autant que les deux ſemblables doiuent eſtre au premier & troiſieſme lieu, comme ſont en cét exẽple 13 pommes & 2 põmes, neceſſairement l'vne ſera premiere, & l'autre ſera derniere, or la derniere doit eſtre celle de ces deux, de laquelle nous voulons ſçauoir le prix, qui eſt 13 pommes, car nous cognoiſſons le prix de 2 pommes qui eſt 3 ſols, nous eſcrirons doncques pour la premiere choſe 2 pommes, pour la ſeconde 3 ſols qui eſt ſon prix, & qui eſt auſſi la choſe des trois qui n'a point de ſemblable, & la troiſieſme ſera 13 pommes, la quatrieſme que nous cherchons ſera le prix de 13 pommes, car elle doit eſtre ſemblable à celle du milieu des trois, c'eſt à ſçauoir à la ſeconde: mais pour les diſtinguer nous mettrons vne petite ligne entre deux, comme il apparoiſt en l'exemple.

Si 2 pom. | vallent 3 ſols | que vaud. 13 pom. |
vaudront 19 $\frac{1}{2}$ ſol, c'eſt à dire 19 ſols 6 den. |

Ainſi nous multiplierons la ſeconde par la derniere, c'eſt à ſçauoir 3 par 13, & ferons 39, que nous diuiſerons par la premiere qui eſt 2, & ſera le quo-

tient 19 $\frac{1}{2}$, & pourtant 13 pommes reuiendront à 19 ſ. 6 d. au prix que deſſus.

Combien vallent 75 liures de capres, à raiſon de 2 liures pour 5 ſ.

Nous mettrons ces trois choſes en l'ordre deſſuſdit, ainſi comme on peut voir en l'exemple, puis nous multiplierons la ſecõde par la troiſieſme, c'eſt à ſçauoir 5 par 75, & ſera le produit 375, lequel nous partirons par la premiere, à ſçauoir par 2, & ſera le quotient 187 $\frac{1}{2}$ de ſols, & en le diuiſant par 20 pour en faire des l. nous aurons 9 l. 7 ſ. 6 d. & autant couſteront 75 liures de capre, à la raiſon ſuſdite.

Si 2 liures | couſt. 5 ſ. | que couſt. 75 liures | couſt. 187 $\frac{1}{2}$ ſ. c'eſt à dire 9 l. 7 ſ. 6 deniers.

Si 17 liures de canelle me couſtent 4 ducats & 8 l. à combien me reuiendront à ce prix 52 liures de canelle?

Combien qu'il ſemble qu'il y ait quatre choſes en cét exemple, ſi eſt-ce qu'il n'y en a que trois, car 4 ducats & 8 l. ne ſont qu'vn prix, combiẽ qu'il ſoit diſtingué en deux ſortes de monnoye, & pourtant nous les mettrons en reigle, ainſi qu'il apparoiſt.

Si 17 liur. | val. 4 duc. 8 l. | que vaud. 52 liur. |

Or tels exemples que ceſtui-cy ſe peuuent reſoudre en diuerſes façons, toutesfois la plus facile & plus vſitée eſt de reduire toutes les plus grandes quantitez aux plus petites, comme maintenant 4 ducats en l. & ſeront 40 l. car vn ducat vaut 10 l. auſquelles nous adiouſterons les 8 l. la ſomme ſera 48 l. & mettrõs au lieu de 4 ducats & 8 l. 48 l. ainſi qu'on

peut voir en l'exẽple, puis nous multiplierons la seconde qui est 48 l. par la troisiesme qui est 52, l. & ferõs 2496, que nous diuiserõs par la premiere, c'est à sçauoir par 17, & sera le quotient 146 $\frac{14}{17}$ de liure, & ayant reduit en ducats, sols, & deniers, 14 ducats, 6 l. 16 s. 5 d. & vn peu d'auantage, mais c'est chose presque insensible: nous dirons doncques que 52 liures de canelle nous cousteront 14 ducats 6 l. 16 s. 5 deniers au prix que dessus.

S i 17 liures|val. 4 duc. 8 l.|que vaud. 52 liures|
vaud. 146 $\frac{14}{17}$ de liure, c'est à dire 14 ducats 6 liures 16 s. 5 deniers & $\frac{11}{17}$ de denier.

Si 3 liures de Reubarbe nous coustent 4 ducats & 6 l. combien nous cousteront à ce prix 5 liures & 4 onces de Reubarbe?

Combien qu'il semble qu'il y ait icy cinq choses, si est-ce qu'il n'y en a que trois, car 4 ducats & 6 l. n'est qu'vn seul prix, & cinq liures 4 onces n'est qu'vne seule chose: nous reduirons doncques premieremẽt 4 ducats en liures, & ferons 40 l. & y adiousterons 6 liu. la somme sera 46 l. semblablement nous reduirons 5 liures en onces, en multipliant 5 par 12, si vne liure contient autant d'onces, & ferõs 60, à quoy nous adiousterons 4 onces, la somme sera 64 onces, ainsi nous dirons: si 3 liures nous coustent 46 l. que nous cousteront 64 onces? mais pour autant qu'il faut que la premiere & derniere chose soient de semblable denomination, nous reduirons 3 liures en onces, & ferons 36 onces, puis rangerons ces trois choses comme on peut voir cy apres.

Si 3 liur.	val. 4 duc. 6 l.	que val. 5 liu. 4 onces.
Si 36 onc.	val. 46 liures,	que val. 64 onces.

val. 81 $\frac{7}{9}$ de l. ou bien 8 ducats
1 l. 15 sols 6 d. & $\frac{2}{3}$ d.

Nous multiplierons la seconde par la troisiesme, à sçauoir 64 par 46, & ferons 2944. que nous diuiserons par la premiere chose qui est 36 onces, & sera le quotient 81 $\frac{7}{9}$ de l. lequel nombre estant reduit à ducats, liures, sols, & deniers, sera 8 ducats 1 l. 15 s. 6 d. vn peu d'auantage, & autant nous cousteront 5 l. 4 onces de Reubarbe à raison de 4 ducas 6 l. les trois liures.

Combien vallent 15 aulnes & 3 quartiers de drap, à raison de 4 l. 9 sols l'aune.

Nous mettrons cecy en reigle, & reduirons les 15 aulnes en quartiers, & aurons 90 quartiers, ausquels nous adiousterons 3 quartiers, la somme sera 63 quartiers, & semblablement 4 l. 9 s. en sols, & aurons 89 sols, & finalement nous ferons des quartiers d'vne aulne, & seront 4, ainsi sera nostre reigle, comme il apparoist cy dessous.

Si 1 aune	vaut 4 l. 9 s.	que vaud. 15 au. 3 quarts.
Si 4 quarts	val. 89 sols	que vaudront 63 quarts.

val. 1401 $\frac{3}{4}$ de sols, c'est à dire, 70 l. 1 sol 9 den.

Nous multiplierons 63 par 89, & sera le produit 5607, lequel nous partirons en 4, le quotient sera 1401 $\frac{3}{4}$ de sols, c'est à sçauoir 70 l. 1 s. 9 d. & autant nous cousteront 63 quartiers de drap, c'est à sçauoir 15 aulnes 3 quarts, à la raison que dessus.

Exemple de la reigle de Trois en parties, Chap. III.

COMBIEN vallent 78 liures d'estaim, à raison de deux ducats & demy le cent?

Mettons cecy en reigle, & reduisons $2\frac{1}{2}$ de ducats au denominateur de sa partie, nous aurons $\frac{5}{2}$ de ducats, & pour accorder la reigle, afin que nostre operation soit manifeste à ceux qui apprennent, nous mettrons les 78 ducats en moitiez (combien qu'il nous soit loisible de le faire ou ne le faire pas) ainsi nous aurons $\frac{156}{2}$ de ducat, ainsi quil apparoist.

Si $2\frac{1}{2}$ duc.	donn. 100 liur.	que donn. 78 duc.

Si $\frac{5}{2}$ ducats	donn. 100 liur.	que donn. $\frac{156}{2}$ duc.

val. 3120 liures.

Nous multiplierons les $\frac{156}{2}$ par 100, & ferõs $\frac{15600}{2}$ que nous diuiserons par $\frac{5}{2}$, & sera le quotient 3120 liures, & autãt aurons nous de liures d'estaim pour 78 ducats, à la raison que dessus.

Combien aurons nous de liures de figues de Marseille pour 16 ducats, à raison de 2 ducats $\frac{1}{3}$ le cent?

Nous reduirons premierement 2 ducats au denominateur de sa partie, & aurons $\frac{7}{3}$ de ducat, apres nous multiplierons 16 par 100, & ferons 1600, que nous diuiserons par $\frac{7}{3}$, & sera le quotient $685\frac{5}{7}$, ainsi nous aurons $685\frac{5}{7}$ de liures de figues pour 16 ducats au prix que dessus, comme il apparoist.

Si $2\frac{1}{3}$ duc.	donn. 100 liur.	que donn. 16 duc.

Si $\frac{7}{3}$ duc.	donn. 100 liur.	que donn. 16 ducats?

dõnẽt 685 liures & $\frac{5}{7}$ de liure, c'est à dire 8 onc. 4 drag. 2 scrupules, vn obole, & $\frac{1}{7}$ d'obole.

On nous a vendu 2 liures 3 onces & 2 $\frac{1}{2}$ de dragme de Reubarbe 6 ducats & 4 ſols, nous voulons ſçauoir à combien nous reuient la liure à ce prix.

Il faut premierement reduire 2 liures 3 onces & 2 $\frac{1}{2}$ de dragme en moitiez de dragme,& ſeront $\frac{437}{2}$ de dragme,la liure peſant 12 onces, & l'õce 8 dragmes, ſemblablement il faut reduire 6 ducats & 4 ſols, en ſols,& ſeront 1204 ſols, le ducat vallant 10 l. c'eſt à dire 200 ſols, il reſte encor de reduire vne liure en dragmes,qui ſera 96 dragmes, afin que la premiere & derniere choſe ſoient ſemblables:ainſi nous multiplierons 96 par 1204, & ferõs 115584, que nous diuiſerons par $\frac{437}{2}$, & ſera le quotient 528 $\frac{432}{437}$, c'eſt à dire 2 ducats 6 l. 8 ſ. 11 d. & $\frac{377}{432}$ d'vn denier. Et à autant nous reuiendra la liure de Reubarbe à ce prix, comme il apparoiſt en cét exemple.

Si 2 l.3 onc.2 $\frac{1}{2}$ drag.|couſ.6 duc.4 ſ.|que couſt.1 liur.|

Si $\frac{437}{2}$ de dragm. | couſt. 1204 ſ. |que couſ.96.dr.|
vallent 528 $\frac{432}{437}$ ſ. c'eſt à dire 2 ducats 6 li.8 ſ.11 de. & $\frac{377}{432}$ de denier.

Si 15 $\frac{2}{3}$ d'aunes de veloux nous couſtent 7 $\frac{1}{4}$ de ducat,à cõbien nous reuiendront à ce prix 12 $\frac{7}{8}$ d'aune?

Nous reduirons tous ces entiers en la denomination de leur partie, & ſeront $\frac{17}{3}$ d'aune pour la premiere, $\frac{21}{4}$ de ducat pour la ſeconde, $\frac{103}{8}$ d'aune pour la troiſieſme : ainſi nous diſpoſerons noſtre reigle, comme on peut voir cy deſſous.

Si 5 $\frac{2}{3}$ d'aune| val. 7 $\frac{1}{4}$ ducat| que vall. 12 $\frac{7}{8}$ d'aune.|

Si $\frac{17}{3}$ d'aune| val. $\frac{21}{4}$ duc. |que vall. $\frac{103}{8}$ d'aune |
val. 17 $\frac{331}{544}$ de duc. c'eſt à dire 17 ducats,6 l. 1 ſ.7 d.| vn peu d'auantage.

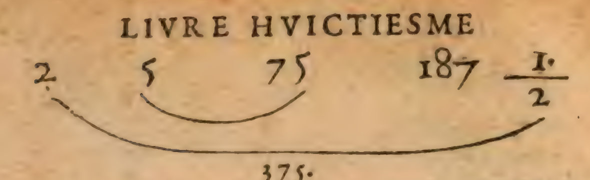
Nous multiplierons $\frac{103}{8}$ par $\frac{11}{4}$, & sera le produit $\frac{3193}{32}$, lequel nous diuiserons par $\frac{17}{3}$, le quotient sera 17 $\frac{331}{544}$ de ducat, c'est à dire 17 ducats 6 l. 1 s. 7 d. vn peu d'auantage, & autant vallent 12 aunes $\frac{7}{8}$, au prix que dessus.

La preuue de la reigle de Trois.

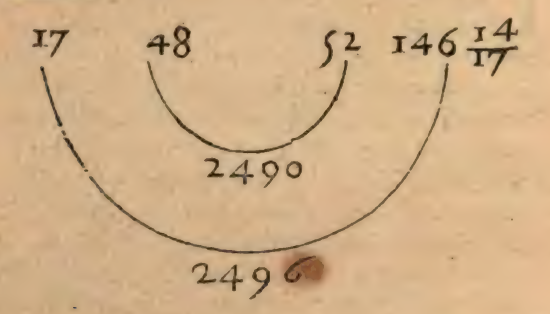
Chap. IIII.

LA premiere preuue de ceste reigle est tirée de la xix. proposition du vij. d'Euclide, c'est que si le produit de la premiere par la chose que nous auons trouuée est égal au produit de la seconde par la troisiesme, nous aurōs bien institué nostre ratiocination, comme au premier exemple, auquel nous auons conclud que 13 pommes vallent 19 $\frac{1}{2}$ de sols, à raison de 2 s. les 3 pommes, la premiere chose estoit 2, la seconde 3, la troisiesme 13, & la chose trouuée 19 $\frac{1}{2}$, multiplions 2 qui est la premiere par la chose trouuée qui est 19 $\frac{1}{2}$, nous aurons 39, multipliōs la seconde par la troisiesme, c'est à sçauoir 3 par 13, nous aurons aussi 39, & pour autāt que ces deux produits sont égaux, nous dirons que nous auons bien fait nostre operation.

Semblablement au second exemple, auquel nous auons conclud que la chose demandée estoit 187 $\frac{1}{2}$, nous multiplierons 187 $\frac{1}{2}$ par la premiere qui estoit 2, & ferons 375, & tel sera le produit de la multiplication de la seconde qui estoit 5 en la troisiesme qui estoit 75.



Encor en la troisiesme operation, en laquelle nous auons conclud la chose demãdée estre 146 $\frac{14}{17}$, multiplions là par la premiere qui estoit 17, & sera le produit 2496, & aussi grand sera celuy qui sera fait par la multiplication de la seconde chose en la troisiesme, à sçauoir de 48 en 52, ainsi qu'il apparoist cy dessous.



La seconde preuue se fait par l'inuersion de nostre exemple, comme si 2 donnent 4, à telle raison 6 donneront 12, si nous voulons maintenant sçauoir si 6 est la chose demandée, nous redirons: Si 12 viennent de 6, d'où viendront 4, & la quatriesme chose deura estre 2, qui estoit la premiere en la precedente operation, ainsi nous pouuons faire la preuue en trois sortes, tellement que chacune des trois choses données puisse estre la chose demandée, ainsi qu'il apparoist en ces exemples.

Si 2 aun. | couſt. 4 l. | que couſt. 6 aunes |
couſteront 12 l. & pourtant.
Si 12 liu. | donn. 6 aun. | que donn. 4 liu. |
donneront 2 aunes. & encor,
Si 6 aun, | couſt. 12 liu. | que couſt. 2 aunes |
couſteront 4 l. & finalement,
Si 4 liu. | donn. 2 aun. | que donner. 12 l. |
donneront 6 aunes.

La troiſieſme preuue ſe fait par le 9 & par le 7, de laquelle nous ne parlerons pour le preſent, à raiſon qu'elle eſt fallacieuſe, & trop incommode, principalement pour les exemples qui ſont denommez de monnoye, poids & meſure.

De la tare, Chap. V.

COMBIEN nous couſteront 350 liures de ſuccre, à raiſon de 10 ducats le cent, y ayant de tare 2 liures pour cent?

Nous ferons premieremẽt en ſorte que les 350 liures ſoient nettes de tare, nous dirons doncques: Si 100 liures ont 2 liures de tare, cõbien en auront 350? nous multiplierons 2 par 350, & ferons 700, que nous diuiſerons par 100, le quotient ſera 7 liures, & telle ſera la tare de 350 liures, nous oſterons 7 liures de 350 liures, & reſteront 343 liures de ſuccre nettes de tare, ainſi nous dirons: Si 100 liures nous couſtent 10 ducats, que nous couſterõt 343 liures? nous multiplierons 10 par 343, & ferons 3430, que nous diuiſerons par 100, & ſera le quotient 34 ducats, & $\frac{3}{10}$ de ducat, c'eſt à dire 34 ducats 3 l. nous dirõs dõcques que 350 liures de ſuccre à raiſon de 10 ducats

le cent, y ayant de tare 2 liures pour cent, nous cousteront 34 ducats & 3 l.

Le cent de gomme Arabiq. vaut 16 $\frac{3}{4}$ du ducat, combien valent à ce prix 965 liures, y ayant de tare 3 pour cent?

Nous osterons premierement la tare, en disant: Si 100 liures nous donnent 3 liures de tare, combien nous en donneront 965 liures? doncques multipliãt 3 par 965, & diuisant le produit qui est 2895 par 100, sera le quotient 28 $\frac{95}{100}$, & pour autant qu'il passe la moitié de 100, la tare sera 29 liures, laquelle nous osterons de 965, & resteront 936 liures nettes de tare, nous dirõs doncques: Si 100 liures coustent 16 $\frac{3}{4}$ de ducat, que valent 936 liures? & apres auoir multiplié 16 $\frac{3}{4}$ par 936, & diuisé le produit par 100, nous trouuerons le prix de 936 liures, c'est à dire de 965 liures à 3 liures de tare pour 100, estre 156 ducats, 18 gros, & 23 picholis ou deniers, vn peu d'auantage.

Le cent d'Antimoine couste 25 $\frac{2}{5}$ de ducat, combien vallent 857 liures, y ayant de tare 3 $\frac{1}{2}$ de liure pour cent?.

Nous osterons premierement la tare, en disant: Si 100 liures nous donnent 3 $\frac{1}{2}$ de liure de tare, combien nous donneront 857 liures? faisons nostre operation comme il a esté enseigné au chapitre second de ce liure, & nous trouuerons 29 $\frac{99}{100}$ de liure, mais pourautant que 99 approche si pres de 100, nous dirons qu'il y aura 30 liures de tare, laquelle nous osterons de 857 liures, & resteront 827 liures nettes de tare, sur lesquelles en instituant nostre ratiocination ainsi qu'il apparoist cy apres, nous trouuerons que 857 liures au prix de 25 $\frac{2}{5}$ de ducat le cent, y ayãt

de tare $3\frac{1}{2}$ de liure pour cent, nous reuiendront à 210 ducats, vn gros, 12 deniers, vn peu dauantage.

Si 100 liur. | coust. $25\frac{3}{5}$ de duc. que val. 827 l. | vallent 210 ducats, & presque 7 s.

Le marc de fin or, c'est à sçauoir de 24 caras, vaut 76 ducats, combien vallent à ce prix 6 marcs & 3 onces de l'or de 18 caras?

Nous pouuons icy considerer qu'il y aura quelque tare à la raison de l'or de 24 caras, & pour la cognoistre nous dirõs ainsi: Si 24 caras vallent 76 ducats, combien en vaudront 18? nous multiplierons 18 par 76, le produit sera 1368, lequel nous diuiserõs par 24, & sera le quotient 57, & autant de ducats vaudront 18 caras, à sçauoir 57 ducats: nous dirons doncques maintenant, si vn marc vaut 57 ducats, combien vaudront 6 marcs & 3 onces? & ayant reduit les marcs en onces, le marc pezãt 8 onces: nous dirons, si 8 onces vallent 57 ducats, combien vallent à ce prix 51 onces? nous multiplierons 51 par 57, & sera le produit 2907. lequel nous partirons par 8, & nous aurõs pour le quotient $363\frac{3}{8}$ de ducat, & apres auoir reduit les $\frac{3}{8}$ de ducat en liures & sols, nons aurons 3 l. 15 s. ainsi nous dirons que 6 marcs & 3 onces d'or de 18 caras vaudront 363 ducats 3 l. 15 s. au prix de 76 ducats le marc de fin or, c'est à sçauoir qui est imaginé auoir 24 caras, & ne s'amoindrit en rien pour estre jetté en la fournaize.

Si le marc d'or nous couste 76 ducats, à combien nous reuiẽt le caras de poids? or le marc peze 8 onces, l'õce fait 4 quarts, & le quart 36 caras de poids.

Pour ce faire nous reduirons le marc en caras,

& aurons 1152 caras : puis nous dirons, si 1152 caras nous coustent 76 ducats, combien nous coustera vn caras à ce prix ? nous multiplierons 1 en 76, & ferōs 76, que nous diuiserons par 1152, & sera le quotient $\frac{76}{1152}$ de ducat, c'est à dire 13 s. 2 d. vn peu dauātage.

Combien aurons nous de fin or pour 100 ducats, à raison de 10 ducats & 4 l. 2 onces & 3 quarts ?

Nous reduirons premierement les 10 ducats en liures, & ferons 100 l. que nous adiousterons à 4 l. la somme sera 104 liures, semblablement nous reduirons 2 onces en quarts, & ferons 8 quarts, ausquels nous adiousterons 3 quarts, & sera la somme 11 quarts, il nous reste encor de reduire 100 ducats en liures, afin que la premiere & troisiesme chose soient semblables, & pour 100 ducats nous aurons 1000 l. puis nous dirons : si 104 l. nous donnent 11 quarts de fin or, combien nous donneront 1000 l. nous multiplierons 1000 par 11, & ferōs 11000, que nous diuiserons par 104, & sera le quotient 105 $\frac{10}{13}$ de quart, & les reduisant en marcs, onces, quarts & caras de poids, nous trouuerons 3 marcs, 2 onces, 1 quart, & 27 caras de poids, vn peu d'auantage. Et autant aurons-nous de fin or pour 100 ducats, au prix de 10 ducats & 4 l. les 2 onces & 3 quarts.

De la pratique de Florence, Chap. VI.

COMBIEN vallent 6 aunes de drap, à raison de 4 l. 12 s. 6 deniers l'aune ?

Si nous voulons expliquer cecy en la façon des marchāds de Florence, nous verrons premieremēt combien vallent 6 aulnes, à raison de 4 l. l'aune, & nous trouuerōs 24 liures, puis combien à raison de

12 ſ. l'aune,& nous aurons 72 ſols, finalement combien à raiſon de 6 deniers,& trouuerons 36 deniers, apres nous adiouſterons ces trois quotiens , c'eſt à ſçauoir 24. l. 72 ſ.& 36 deniers, la ſomme ſera 27 l. 15 ſols,& autant nous couſteront 6 aulnes , au prix de 4 l. 12 ſ. 6 d. l'aune: que ſi nous faiſons cecy par la façon qui a eſté enſeignée aux precedens chapitres, nous trouuerons le meſme prix & valeur.

Si 1 aune | couſte 4 l. 12 ſ. 6 d. | que couſt. 6 aulnes |

Si 1 aulne couſte	4 l. que couſt. 6 aun.	couſt. 24 l.
	12 ſ. que couſt. 6 aun.	couſt. 72 ſ.
	6 d. que cou. 6 aun.	couſt. 36 d.

Si 1 aulne couſt. 4 liures 12 ſols 6 deniers | que couſt. 6 aun. | couſt. 27 liures 15 ſols.

Combien vallent 6 liures de ris, au prix de 10 ſols 2 liures, 2 onces ?

Nous reduirons 2 liures en onces, & ferons 16 onces, que nous adiouſterons auec 2 onces , & ferons 18 onces, ſemblablement nous reduirons 6 liures en onces,& aurõs 48 onces, puis nous dirons : ſi 18 onces vallent 10 ſols, combien vallent 48 onces, nous aurons 26 ſ. 8 d. & autant vaudront les 6 liures à la raiſon que deſſus, que ſi nous voulons faire cecy par la façon de Florence, encore faudra-il touſiours reduire 2 liures & 2 onces en onces.

Combien vallent 18 liures 4 $\frac{1}{2}$ d'once de maſtic, à raiſon de 25 l. 12 ſols le cent ?

Nous reduirons 18 liures & 4 $\frac{1}{2}$ d'once en moitiez d'once, la liure pezant 12 onces, & aurons $\frac{441}{2}$ d'onces, ſemblablement nous reduirons 100 liures

en onces,& aurons 1200 onces : apres nous dirons, si 1200 onces coustent 25 liures, combien cousteront $\frac{441}{2}$ d'onces ? & nous aurons 4 l. 11 s. 10 d. vn peu dauantage: puis apres si 1200 onces coustent 12 sols combien $\frac{441}{2}$ d'onces ? nous trouuerons 2 sols 2 d. vn peu dauantage : nous assemblerons ces deux prix, & sera la somme 4 l. 12 s. vn peu dauantage, comme il apparoist cy dessous.

Si 100 liur. | val. 25 l. 12 sols | que vallent 18 liures | 4 $\frac{1}{2}$ onces.

Si 1200 onces coust.	25 l.	que val. $\frac{441}{2}$ on.	val. 4 l. 11 s. 10 d.
	12 s.	que val. $\frac{441}{2}$ on.	vall. 2 s. 2 den.

Si 1200 onces | coust. 512 s. | que vall. $\frac{441}{2}$ onces, | vallent 4 l. 14 sols.

Fin du huictiesme Liure.

RECVEIL DV NEVFIESME
LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE
du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

De la Reuente, CHAP. I.

SI nous achetõs le cent de succre 8 ducats, & que nous le reuendions 11 ducats, combien auons nous de gain sur 100 ducats?

Nous dirons ainsi: si 8 donnent 11, combien 100? ils nous donneront 137 $\frac{1}{2}$, dont nous osterons les 100 ducats, & resteront 37 $\frac{1}{2}$ de ducat, que nous gaignerons pour 100: ou autrement nous osterons les 8 ducats de 11 ducats, & resteront 3 ducats, puis nous dirons: si 8 donnent 3 de gain, combien donneront 100, & nous trouuerons 37 $\frac{1}{2}$, comme au precedent.

Si nous achetõs 2 s. la liure de sauon, & que nous la reuendions 2 sols 3 deniers, combien gaignerons nous pour cent?

Nous osterons 2 s. de 2 s. 3 deniers, & resteront 3 deniers: or il est necessaire en cecy que la premiere

& secōde chose soient de mesme nature, car si nous disons, si 2 sols gaignent 3 den. que gaigneront 100? nous trouuerons 150 pour le gain, ce qui est tres-faux: nous reduirons doncques 2 sols en deniers, & ferons 24 d. & ainsi nous dirons, si 24 d. font de gain 3 deniers, que feront 100? nous aurons 12 $\frac{1}{2}$, & autant nous gaignerons pour cent.

Reigle generale pour cognoistre si on perd, ou gaigne, en achetant en gros, & reuendant en detail, & combien pour cent. Chap. II.

SI nous achetons le cent de poivre 13 ducats & 14 sols, & que nous le reuendions en detail 3 s. 6 d. la liure, à sçauoir si nous gaignons, ou perdons, & combien pour cent?

On peut resoudre ceste question & toutes semblables par plusieurs manieres, mais la plus nette & expediente est de voir combien nous pouuōs vendre le cent, au prix que nous le vendons en detail, & pour le sçauoir, nous dirons: si vne liure vaut 3 s. 6 deniers, combien 100? Faisons nostre operation cōme il a esté enseigné au liure precedēt, & nous trouuerons 350 sols, à sçauoir vn ducat, 7 l. 10 s. le ducat vallant 10 l. & autant nous viendrons à vendre le cent, dont il est manifeste que nous perdons, veu que nous l'auons acheté 13 ducats & 14 sols, & que nous ne le reuēdōs qu'vn ducat 7 l. 10 sols: Or pour sçauoir combien nous perdōs pour cent, nous osterons 1 ducat 7 l. 10 sols de 13 ducats & 14 sols, & resteront 11 ducats 3 l. 4 sols, puis nous dirons: Si 13 ducats

cats & 14 ſ. nous donnent de perte 11 ducats 3 l. 4 ſols, combien nous en donneront 100? mais pour ce faire, nous reduirons premierement 13 ducats & 14 ſ. en ſols, & ferons 2614 ſols, ſemblablemẽt nous reduirons 11 ducats 3 l. 4 ſ. en ſols, & ferons 2264 ſ. & ainſi ſera noſtre reigle : Si 2614 ſ. nous donnent de perte 2264 ſols, combien nous donneront 100? & nous aurons 86 $\frac{798}{1307}$, & autant nous perdrons ſur le cent?

Chap. III.

SI nous vendons la liure d'eſtaim de Flandres 10 ſols, & que nous gaignons 10 pour 100, combien nous couſte la liure de premier achat?

Nous dirons : ſi 110 nous donnent 100, combien nous donneront 10 ſ. & nous trouuerons 9 ſ. & $\frac{1}{11}$ de ſol, c'eſt à dire preſque vn denier, & autãt nous couſtoit la liure de premier achat.

Si nous vendons l'huile 3 ſ. 6 d. la liure, & que nous gagnions 5 pour 100, à combien nous reuient le millier de premier achat?

Nous verrons premierement à combien nous viendrons à vendre le millier, au prix de 3 ſ. 6 d. la liure, en diſant: Si vne liure couſté 3 ſ. 6 d. que couſteront 1000? nous trouuerons qu'elles couſterõt 3500 ſols, apres nous dirons ſi 105 nous dõnent 100, que nous dõnent 3500? & nous aurons 3333 $\frac{1}{3}$ de ſol, leſquels reduiſans en ducats, liures ſols, & deniers, nous aurons 16 ducats 6 l. 13 ſ. 4 d. & à autant nous reuiendra le millier de premier achat.

Si apres auoir acheté quelque fief, ou heritage, nous le reuẽdons 160 ducats, & ainſi nous perdõs 16

pour 100, combien nous a cousté de premier achat ledit fief, ou heritage?

Nous osterons 16 de 100, & resterõt 84, puis nous dirons: si 84 auant la perte estoient 100, combien estoient 160? Faisons nostre operation, & nous trouuerons 190 $\frac{10}{21}$ de ducat, & apres auoir reduit $\frac{10}{21}$ de ducat en liures, sols, & deniers, nous aurons 190 ducas, 4 l. 15 s. 3 d. & autant nous aura cousté nostre fief ou heritage de premier achat.

Si nous auons acheté quelque quantité de drap à 8 l. 15 s. l'aune, combien deurõs nous vendre l'aune pour gaigner 4 s. sur chasque liure?

Nous adiousterons 4 s. que nous voulõs gaigner à 20 s. que vaut vne liure, & ferons 24 sols, semblablement nous reduirons 8 l. 15 s. en sols, & ferõs 175 sols: puis nous dirons: si 20 s. donnent 24, sols, combien donneront 175 sols? & nous aurons 10 l. 10 sols, il nous faudra doncques vendre l'aune 10 l. 10 s.

Regle generale pour cõuertir toute sorte de monnoye, poids, & mesure d'vne prouince, en quelconque d'vne autre prouince,

Chap. IIII.

SI 4 liures de Venize font 3 liures de Milan, combien feront 375 liures de Venize de liures de Milan?

Nous multiplierons 375 par 3, & ferons 1125, que nous diuiserons par 4, & sera le quotient 281 $\frac{1}{4}$ de liure, c'est à dire 281 l. 5 sols: & pourtant 375 l. de Venize vaudront 281 l. 5 s. de Milan: & faut noter que

si 4 l. de Venize font 3 l. de Milan, semblablement 4 s. de Venize ne feront que 3 s. de Milan : & encor 4 deniers de Venise ne ferõt que 3 deniers de Milã.

Combien font à Venize 281 l. 5 s. de Milan, si 3 l. de Milan font 4 l. à Venise?

Ceste-cy est la conuerse de la precedente : nous dirons doncques si 3 l. de Milan font 4 l. de Venize, que ferõt 281 l. 5 s. de Milan à Venize? Faisons nostre operation comme il a esté enseigné au liure precedent, & nous trouuerons 375 l. de Venize, qui vaudront 281 l. 5 sols de Milan : or il faut prendre garde qu'en instituant la reigle, la premiere & derniere chose soient semblables.

Si 100 liures de Venize font à Milan 92 liures, combien feront 384 liures de Venize à Milan?

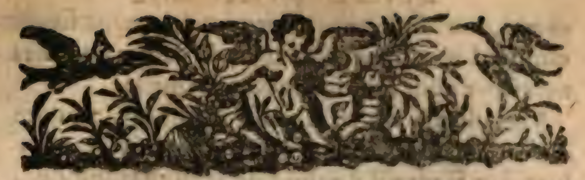
Faisons nostre operation, & nous trouuerons 353 liures, 3 onces, 2 dragmes, 3 scrupules, 2 siliques, vn peu dauãtage : & ainsi en voulãt conuertir les liures Milannoises aux liures Venitiennes: nous dirons, si 92 liures de Milan nous donnent 100 liures à Venize, que nous donneront tant de liures de Milan à Venize? & cecy se doit entendre en toutes autres citez, selon la raison des monnoyes, poids, & mesures d'vne cité, aux monnoyes, poids, & mesures d'vne autre.

GOSSELIN.

Si 14 onces de Lion vallent 16 onces de Paris, combien vallẽt 12 liures de Lion de celles de Paris?

Nous reduirons premierement 12 liures

en onces, en les multipliant par 14, car autant d'onces de Lion font vne liure, & feront 168. ainſi la premiere & derniere choſe ſont ſemblables, car ce ſont touſiours onces: apres nous dirons: ſi 14 onces de Lion font 16 onces à Paris, combien feront 168 onces de Lion à Paris? Inſtituons noſtre operation ſelon ce qui a eſté enſeigné au liure precedent, & nous aurons 192 onces, qui ſeront 12 liures à Paris, auſſi biẽ qu'eſtoient 168 onces 12 liures à Lion: & qu'il ſoit ainſi, nous inuertirõs noſtre operation, & dirons: ſi 16 onces de Paris font 14 onces à Lion, combien feront 192 onces de Paris à Lion? leſquelles 192 onces de Paris ſont 12 liures à Paris: dont apres auoir multiplié le ſecond par le troiſieſme, & diuiſé le produit par le premier, nous aurons 168 onces de Lion, qui ſont auſſi bien 12 liures à Lion, que 192 onces de Paris ſont 12 liures à Paris, combien que le nombre des onces ſoit diuers, & ainſi nous ferons le ſemblable en toute ſorte de monnoyes, poids, & meſures de diuerſes citez, & prouinces.

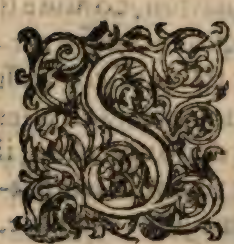


RECVEIL DV DIXIESME

LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traicté general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

De la reigle qu'on appelle reigle de Trois Rebourse.

Chapitre I.



I six aulnes de drap, duquel la largeur est de 9 quartiers, peuuent faire vn accoustrement: cõbien faudra il de damas qui est large de 5 quartiers pour faire iceluy accoustrement?

Pour resoudre ceste questiõ & autres semblables, il faut tousiours multiplier les deux premieres mesures, l'vne par l'autre, c'est à sçauoir 6 aun. par sa largeur, qui est 9 quarts, & le produit sera 54, lequel nous diuiserõs par celle mesure qui nous a esté dernierement donné, qui est 5 quarts, & sera le quotient la chose que nous cherchions, c'est à dire les aulnes de

damas, nous diuiſerons doncques 54 par 5, & ſera le quotient 10 aulnes $\frac{4}{5}$, & autant de damas nous ſera neceſſaire pour faire ledit accouſtrement.

Vn tailleur a fait vn accouſtrement auec 7 aulnes d'eſcarlate, dont la largeur eſtoit 11 quartiers, combien luy faudra-il d'aulnes de ſarge qui ſoit de 4 quartiers & demy pour faire ledit accouſtrement?

Nous multiplierons les deux premieres meſures, l'vne par l'autre, c'eſt à ſçauoir 7 par 11, & ferons 77, que nous diuiſerons par l'autre meſure, qui eſt 4 $\frac{1}{2}$, & ſera le quotient 17 $\frac{1}{9}$, & pourtãt il faudra auoir 17 aulnes $\frac{1}{9}$, de telle ſarge pour faire cét accouſtremẽt.

GOSSELIN.

Il faut icy prendre garde que les largeurs ayent ſemblable denomination, comme ſi ce ſont quartiers en l'vne, ſoient auſſi quartiers en l'autre, ſi ce ſont tiers, ſoient auſſi tiers, & ainſi conſequemment: que ſi elles ſont de diuerſe nature & denomination, il les faudra premierement reduire à ſemblable denomination: comme pour exemple.

Vn tailleur a fait vn long manteau de 4 aulnes de drap, la largeur duquel eſt 3 quarts: ie veux ſçauoir combiẽ il lui faudra bailler de ſarge qui ait vne aulne & demie de large pour m'en faire vn ſemblable.

Nous pouuõs cõſiderer qu'vne des deux

largeurs est denõmée de quartiers, & l'autre d'aunes, nous reduirons doncques premierement l'aune & demie en quarts, & ferõs 6 quarts, car l'aune tient 4 quarts, ainsi au lieu d'vne aulne & demie, ainsi aurons 6 quarts: maintenant nous multiplierons la largeur par la longueur, laquelle largeur auec la longueur du mesme drap nous est cogneuë, c'est à sçauoir 3 quarts par 4 aulnes, & ferons 12, lequel produit nous diuiserons par l'autre chose, laquelle si elle est denommée de largeur, n'a point sa lõgueur cogneuë, ou si elle est longueur, on ne cognoist point sa largeur: comme en cest exẽple, nous diuiserons ce produit 12 par 6 quarts, qui est la troisiesme chose denommée de largeur, de laquelle largeur nous desirons sçauoir la longueur, & sera le quotient 2, lequel sera denõmé tout ainsi que la chose des trois qui n'a point de semblable, c'est à sçauoir longueur d'aulnes, & pourtãt il nous faudra 2 aulnes de ceste sarge qui à six quartiers, c'est à dire aulne & demie de large: que si on nous disoit ainsi,

Vn tailleur a fait vn reistre ou long manteau auec 2 aunes de sarge, lequel il eust peu faire de 4 aulnes de drap, duquel la largeur

ſeroit 3 quartiers, combien eſtoit large l'aune de ceſte ſarge?

Nous multiplierons la largeur par la longueur, la largeur di-ie & la longueur d'vn meſme drap, leſquelles toutes deux nous ſont congneuës: ainſi nous multiplierons 3 quarts par 4 aulnes, & ſera le produit 12, lequel nous diuiſerõs par la choſe des trois, laquelle ſi elle eſt largeur n'a point ſa longueur cogneuë, ou ſi elle eſt longueur, n'a point ſa largeur, & ceſte choſe eſt celle des trois dont nous en voulons tirer quelque choſe, doncques nous diuiſons 12 par 2, & eſt le quotient 6, qui ſera denommé tout ainſi que la choſe des trois qui n'a point de ſemblable, à ſçauoir largeur de quartiers, ainſi nous dirons que la largeur de ce drap eſtoit de 6 quartiers.

Il faut dõcques noter, tant pour ce chapitre, que pour celuy qui enſuit, que des trois choſes dõnées, il y en ait touſiours deux de ſemblable denominatiõ, & deux de diuerſe qui ſont pour vne meſme choſe, leſquelles deux diuerſes il faut touſiours multiplier, l'vne par l'autre, & diuiſer ce produit par celle des trois qui n'eſt point des deux diuerſes que nous auons multipliées, l'vne

par l'autre, le quotiẽt ſera la choſe quatrieſme demandée, qui ſera denommée, tout ainſi qu'eſtoit celle des trois propoſées, laquelle n'auoit point de ſemblable.

Pourſuite de la regle qu'on appelle reigle de trois rebourſe, Chap. II.

QVAND le ſeptier de bled couſtoit 8 l. on trouuoit par experience que le pain d'vn ſol peſoit 11 onces, combien doit peſer ledit pain d'vn ſol quand le ſeptier de bled couſtera 12 l?

Nous multiplierons 11 par 8, & ferons 88, que nous diuiſerons par 12, & ſera le quotiẽt $7\frac{1}{3}$, & pourtant le pain d'vn ſol deura peſer 7 onces $\frac{1}{3}$, le ſeptier vallant 12 l. à tel prix que deſſus.

Le pain d'vn ſol peſoit $7\frac{1}{3}$ d'onces, lors que le ſeptier de bled couſtoit 12 l. maintenãt que le ſeptier de blé ne vaut que 8 l. cõbiẽ deura peſer le pain d'vn ſ?

Ceſte-cy eſt la conuerſe de la precedente; nous multiplierõs $7\frac{1}{3}$ par 12, & ferons 88, que nous diuiſerons par 8, & ſera le quotient 11, & autant d'onces deura peſer le pain d'vn ſol, au prix que deſſus.

Lors que le ſeptier de bled reuenoit à 8 l. vn pain d'vn ſol peſoit 11 onces, le ſeptier de bled vallant de preſent 12 l. combien doit peſer vn pain de 10 d?

Nous chercherons premieremẽt combien deura peſer vn pain d'vn ſol, au prix que deſſus, & trouuerons $7\frac{1}{3}$ d'onces, comme au precedent: apres auoir fait cecy, nous procederons par la reigle de trois, en diſant: ſi 1 ſ. nous donne $7\frac{1}{3}$, combien nous donne-

ront 10 d. c'est à dire, si 12 d. nous donnent $7\frac{2}{3}$ d'onces, combien nous donneront 10 d. à ce prix? ils nous donneront $6\frac{1}{9}$, & autant deura pezer d'onces le pain de 10 d. à la raison que dessus.

GOSSELIN.

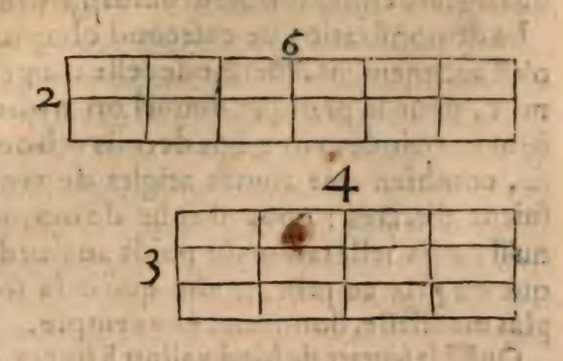
La demonstration des exemples de ces deux chapitres est manifeste, & premierement pour la demonstration du premier chapitre donnons cét exemple.

Quelqu'vn a 6 aulnes de drap, dont la largeur est de 2 aulnes, il veut auoir autant d'vn autre drap, duquel la largeur soit de trois aulnes, combien deura-il auoir d'aulnes de ce drap?

Cecy n'est autre chose que dire:

Il y a vn parallelogramme duquel la longueur est 6, la largeur est 2, & pourtant l'aire sera 12: auquel il faut faire vn autre parallelogramme egal, duquel la largeur soit 3, puis qu'ils sont égaux, l'aire sera aussi égale, or l'aire du premier est 12, à sçauoir le produit de la multiplicatiõ d'vn costé par l'autre, de 6 par 2, l'aire doncques de celuy que nous cherchons sera aussi 12, qui sera le produit d'vn costé par l'autre, mais nous en auõs vn costé, qui est 3, lequel costé multi-

pliant l'autre costé a fait 12, diuisons doncques 12 par 3, nous aurõs l'autre costé, c'est à sçauoir 4, ainsi qu'on peut voir cy apres.



Ou bien, par la derniere partie de la XIX propositiõ du VII. d'Euclide, il y aura telle raison de la largeur à la largeur, que de la longueur à la lõgueur, c'est à sçauoir de 3 à 2, que de 6 à la chose demãdée: donc apres auoir multiplié & party comme nostre autheur a enseigné en la reigle de trois, au liure precedent, nous aurons 4 pour la chose demãdée, & autãt il faudroit d'aulnes: toutesfois il faut bien prẽdre garde que les lõgueurs soient de semblable denomination, & aussi pareillemẽt les largeurs, car si nous mettons des aulnes pour vne longueur, & des quartiers pour vn autre, ou biẽ des tiers

pour vne largeur, & des quartiers pour vne autre, nous nous abuserōs beaucoup: il faut dōcques reduire premieremēt les lōgueurs ou largeurs en semblable denomination.

La demonstration de ce second chapitre n'est aucunement differēte de celle du premier, pour la pratique duquel on nous a feint és escholes vne reigle de trois rebourse, combien que toutes reigles de trois soient directes: nous dirons doncques qu'il y aura telle raison du poids au poids, que du prix au prix, & afin que cela soit plus manifeste, donnons cét exemple.

Quād le septier de bled valloit 8 liures, le pain d'vn sol pesoit 6 onces, cōbien deura il peser, lors que le septier vaudra 12 liures?

Il faut icy cōsiderer qu'il y a tousiours autāt d'onces en vn septier de bled, qu'en vn autre septier de mesme mesure, cōme veut l'hypotese: or le pain d'vn sol pesant 6 onces, le septier valloit 8 liures, c'est à dire 160 sols, & chasque sol fait vn pain de 6 onces, nous multiplierōs dōcques 6 par 160 sols, & aurons 960 onces, & autant d'onces il y aura au septier de bled, semblablemēt nous reduirons 12 l. en sols, & ferons 240 sols, lequel nombre de sols multiplié par le nom-

bre des onces que doit valloir chasque sol, doit aussi faire 960 onces, pour ceste cause il nous faut diuiser 960 par 240, & sera le quotient 4, & autant d'onces deura peser le pain d'vn sol à la raison que dessus: Faisons maintenant des liures de 160 sols, & 240 sols, nous aurons 8 l. & 12 l. en diuisant l'vn & l'autre nombre par 20, & puis que 20 multiplians 8 ont fait 160, & multiplians 12 ont fait 240, il y aura telle raison de 8 à 12, que de 160 à 240 par la XVII. du VII. d'Euclide, tout ainsi doncques que le produit de 6 en 160 est égal au produit de 4 en 240, ainsi le produit de 6 en 8 sera égal au produit de 4 en 12, car le produit de 6 en 160, ou de 4 en 240, sera viceecuple du produit de 6 en 8, ou de 4 en 12, si nous diuisons doncques le produit de 6 en 8, qui est 48, par 12, nous aurons 4 pour le quotient, qui est le nombre cherché, ce qu'il falloit demõstrer, dont il s'ensuit qu'il y aura telle raison du poids au poids, que du prix au prix, & pourtant nous pourrons ainsi dire.

Si 12 liures estoient 8 liures, que seroient 6 onces? & nous trouuerõs 4 onces pour la chose demãdée, encor ceste operation n'est

pas vraye reigle de trois, car la premiere & derniere chose ne sont de semblable nature & denomination.

De la reigle de cinq choses, Chap. III.

SI 9 artisans boiuent 12 bros de vin en 8 iours, 24 artisans combien boiront-ils de vin en 30 iours?

Nous dirons si 9 artisans boiuent 12 bros de vin, combien en boiront 24? & nous trouuerons qu'ils en boiront 32, puis nous recommencerons ainsi.

Si 8 iours donnent 32 bros, combien en donnerõt 30 iours? nous trouuerons 120, & autant de bros de vin boiront les 24 artisans en 30 iours, à la raison que dessus.

Si 9 artisans boiuent 12 bros de vin en 8 iours, en combien de iours 24 artizans pourront-ils boire 120 bros de vin?

Celte-cy est differente de la premiere, nous dirõs doncques, si 9 artizans boiuent 12 bros de vin, cõbien en boiront 24? & nous trouuerons qu'ils en boiront 32, puis nous recommencerons:

Si 32 bros de vin sont beus en 8 iours, dedans cõbien de iours seront beus 120 bros? ils seront beus en 30 iours, & dedans autant de iours les 24 artizans auront beu 120 bros de vin.

Si 12 bœufs mangent 3 cens de foin en 15 iours, cõbien faudra-il de bœufs pour manger 5 cens de foin en 10 iours?

Nous dirons ainsi: si en 15 iours sont consommez 3 cens de foin, combien en sera-il consommé en 10

iours? nous trouuerons qu'il en ſera conſommé 2 cens, puis nous recommencerons;

Si 2 cens de foin peuuent nourrir 12 bœufs, combien en nourriront 5 cens? nous trouuerons qu'ils nourriront 30 bœufs au temps deſſuſdit, à ſçauoir en 10 iours.

Si 10 pionniers fouiſſent 12 arpens de terre en 16 iours, & 12 autres foſſoyeurs en fouiſſent 9 arpens en 15 iours, en combien de iours tous ces 22 foſſoyeurs pourront-ils fouir 100 arpens de terre?

Nous dirons: ſi quinze iours nous donnent 9 arpens, combien en donneront 16 iours? nous aurons $9 \frac{3}{5}$ d'arpent, & ainſi les 12 foſſoyeurs fouïront $9 \frac{3}{5}$ d'arpét en 16 iours, mais auſſi les 10 pionniers fouïſſent 12 arpens dedans les meſmes 16 iours, il eſt dõcques manifeſte que tous les 22 pionniers trauaillans enſemble, fouïront $21 \frac{3}{5}$ d'arpent en 16 iours. Pour ſçauoir maintenant en combien de temps tous leſdits pionniers fouïront 100 arpés de terre, nous dirons par la reigle de trois: ſi $21 \frac{3}{5}$ d'arpent demandent 16 iours, combien en demanderõt 100? Faiſons noſtre operation, & nous trouuerõs $74 \frac{2}{27}$ de iour, tellement que ſi les 22 pionniers trauailloient enſemble, ils auroient foſſoyé cent arpens de terre en 74 iours & $\frac{2}{27}$ d'vn iour, c'eſt à dire en 74 iours, vne heure 3 quarts & deux minutes.

Si 9 aulnes de drap vallent 12 ducats, & 16 ducats vallent cent liures de laine, combien aurons-nous de drap pour 400 liures de laine?

Nous multiplierons 9 par 400, & ferons 3600, lequel produit nous multiplierons de rechef par 16, & ferons 57600, puis nous multiplierons cent par

12, & ferons 1200, nous diuiſerons 57600 par 12000, & ſera le quotient 48, & autant nous aurons d'aulnes de drap pour 400 liures de laine.

GOSSELIN.

Faiſons cét exemple vn peu plus aiſé, à raiſon qu'il vient ſouuent en vſage : nous dirons, ſi 16 ducats donnent 100 liures de laine, combien en donneront 12 ducats? nous trouuerons 75 liures de laine, & puis que 12 ducats vallent 9 aulnes de drap, & qu'ils vallent encore 75 liures de laine, il ſ'enſuit que 75 liures de laine vallent 9 aulnes de drap : nous dirons doncques, ſi 75 liures de laine vallent 9 aunes de drap, cõbien en vallent 400 liures de laine? nous aurons 48 aulnes de drap, comme au precedent pour 400 liures de laine, & la demonſtration, & pratique manifeſte.

Si 20 aulnes de Breſſe ſont 26 aulnes de Mãtouë, & 28 aulnes de Mantouẽ ſont 30 aulnes de Rimes, 39 aulnes de Rimes combien ſeront-ce d'aulnes à Breſſe?

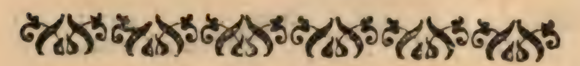
Nous mettrons ces cinq choſes en tel ordre que la premiere & derniere ſoient ſemblables, ainſi qu'il apparoiſt.

30 aun. de Rim. ſont 28 aun. de Mant. & 26 aun. de Mant. ſont 20 aun. de Breſſ. 39 aun. de Rim. combien ſeront-ce d'aun. à Breſſe?

Puis

Puis nous multiplierons la quatriéme chose par la cinquiéme, à sçauoir 20 par 39, & ferõs 780, & ce produit encor par la seconde, à sçauoir par 28, & ferons 21840 : puis nous multiplierõs la premiere par la troisiéme, à sçauoir 30 par 26, & ferons 780, nous diuiserons 21840 par 780, & sera le quotient 28, & autant d'aunes de Bresse feront 39 aunes de Rimes.

Fin du dixiéme liure.



RECVEIL DE L'ONZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du traité general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Du Merite, Vsure ou Interest, CHAPITRE I.

COMBIEN gaigneront 100 l. en vn an, à raison de 2 d. la liure par chaque mois?

La plus grãde partie des Arithmeticiẽs a accoustumé de resoudre cecy par deux operatiõs, ce que toutesfois nous pouuõs resoudre par vne seule, en ceste maniere: nous composerons par voye de multiplication le temps

& l'argent, car de ces deux choses est né tout merite ou interest, en disant vne fois vn fait 1, ainsi nous aurõs fait vn nombre composé du temps, à sçauoir d'vn mois,& de l'argẽt,à sçauoir d'vne liure,il nous faut encor composer vn an & cent liures, mais en telle sorte que ceste composition soit faite de deux nombres semblables à la premiere composition,or en icelle nous auons composé les mois& les liures, nous deuons doncques aussi composer icy mois & liures,&pour ce faire nous reduirõs vn an en mois, & ferons 12 mois, ainsi nous composerons 12 mois auec 100 l. en multipliant 12 par 100,& sera le nombre composé ou produit 1200 ainsi nous auons deux nombres produits ou composez de semblable nature à sçauoir 1 & 1200, nous dirons maintenant par la reigle de trois: si 1 composé de vn mois & vne liure, nous donne de gain 2 d. 1200 composez de 12 mois, c'est à dire, d'vn an& 100 l, combien nous dõneront ils de gain? nous multiplierõs le second par le troisiéme, 2 par 1200,& ce produit à sçauoir 2400 diuiserons par le premier qui est 1, le quotient sera 2400, lequel sera denõmé de deniers, à raison que le second en est aussi denommé, lequel nombre de d. reduit en liures fait 10 liures: ainsi nous dirõs que 100 l. en vn an nous gaignerons 10 l. à raison d'vne liures par mois 2 d.

Combiẽ nous profitera vne liure le mois, à raison de 16 pour cent par an?

Nous multiplierous douze mois par cent, & ferons 1200, puis encor 1 liure par 1 mois, & ferons 1, apres nous dirons: si 1200 gaignent 16 liures, combien gaignera 1? & nous aurons trois d.$\frac{1}{5}$, & autant

nous profitera vne liure par mois.

Si vne liure nous gaigne 4 deniers le mois, combien nous gaigneront cent liures en vn iour?

Nous multiplierõs cent liures par vn iour, & ferons cent, puis encor 1 liure par les iours d'vn mois, c'est à sçauoir par 30 iours, & ferons 30, apres nous dirons: si 30 nous donnent 4 d. combien nous donneront cent? nous trouuerons 13 deniers $\frac{1}{3}$, & autant nous gaigneront cent liures par iour.

Si cent liures nous profitent 16 deniers par iour, combien nous gaigneront elles en vn an?

Nous reduirons vn an en iours, & aurons 360, à la façon des marchands, qui font le mois de 30 iours, puis nous multiplierons 16 par 360, & sera le produit 5760 d. c'est à dire 24 liures, & autant gaigneront cent liures en vn an.

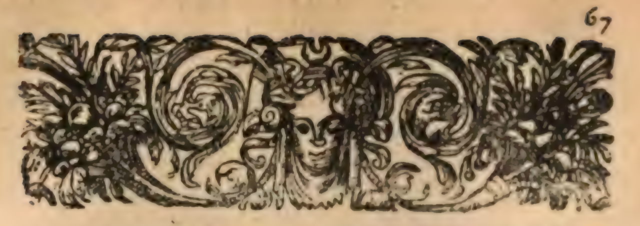
Quelqu'vn à presté à vn autre 375 ducas à payer par an d'interest 10 pour 100, lequel luy a retenu ses 375 ducas deux ans, 7 mois, 25 iours, combien luy est il deu d'interest?

Nous reduirons premierement les 2 ans, 7 mois, 25 iours en iours, & aurõs 955 iours, à raison de l'an 360 iours, & le mois 30 iours, nous reduirons semblablemẽt vn an en iours, & aurons 360 iours: nous multiplierons 360 par cent, & ferons 36000, encor nous multiplierons les 375 ducas par 955, & sera le produit 358125, nous dirons donques: si 36000 nous donnẽt 10 ducas, cõbien nous en dõneront 358125? Faisons nostre operation, & nous trouuerõs 99 ducas, 4 liures, 15 s. 10 d. le prix du ducat estãt 10 liures, & autãt rendront de profit les 375 ducas au temps dessus mentionné.

Si nous auons 7 ducas d'interest en 9 mois pour 20 ducas, combien en aurõs nous pour 32 ducas, en 10 mois?

Nous multiplierons 20 ducas par 9 mois, & sera le produit 180. nous multiplierons encor 32 ducas par 10 mois, & ferons 320. puis nous dirons : si 180 gaignent 7 ducas, combien en gaigneront 320? Faisons nostre operatiõ, & nous aurõs 12 ducas $\frac{4}{9}$, c'est à dire 12 ducas 4 liures 8 sols 10 deniers, & à tant se montera l'interest de 32 ducas pour 10 mois.

Fin de l'onziéme liure.



RECVEIL DV DOVZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du traité general des nombres, & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grãd Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

De la reigle de Compagnie,

CHAPITRE I.

TROIS ont fait compagnie, le premier a mis 235 ducas, le second 430 ducas, le troisiéme 520 ducas, & en fin apres auoir long temps trafiqué, ont troué 1732 ducas de gain, combien en est il deu à chacun?

Nous adiousterons premierement les ducas qu'a apporté vn chacun à la societé, à sçauoir 235, 430, & 520, & sera la somme 1185. nous dirons maintenãt: si 1185 ducas gaignẽt 1732 ducas, cõbien gaigneront 235 ducas, qui est l'argent du premier? nous trouuerons 243 ducas 11 gros 14 picholis. & $\frac{210}{1185}$ d'vn picholis, & ainsi nous procederons aux autres, comme on peut veoir cy apres.

Premier. 235 ducas.
Second. 430 ducas.
Tiers. 520 ducas.

Si 1185 duc.gaig.||1732 duc.combien { 235 duc. / 430 duc. / 520 duc.

I. { 235 gaign. 343 duc. $\frac{56}{1185}$ de duc.
II. { 430 gaign. 628 duc. $\frac{580}{1185}$ de duc.
III { 520 gaign. 760 duc. $\frac{4..}{1185}$ de duc.

Trois font encor ſocieté, le premier met 10 ducas, le ſecond 12 ducas, le troiſiéme 18 ducas, & gaignẽt 30 ducas, combien en eſt-il deu à chacun? nous adiouſterons les ducas d'vn chacun, c'eſt à ſçauoir 10, 12, & 18, & ferons 40 ducas, puis nous dirons: ſi 40 ducas gaignent 30 ducas, combien en gaignerõt 10? & nous trouuerons 7 $\frac{1}{2}$ de ducat, ainſi comme il apparoiſt.

I. { 10 duc. Si 40 duc.||ont 30 duc.|| com.
II. { 12 duc. en auront 10 duc.|| ils auront
III. { 18 duc. 7 $\frac{1}{2}$ de ducat, c'eſt à dire 7
40 duc. ducas & 5 l.

Puis encor nous dirons, ſi 40 ducas ont de gain 30 ducas, combien en auront 12? ils auront 9 ducas, ainſi comme il apparoiſt.

Si 40 duc.gaig.||30 duc.||com.12 duc.||ils gai.9 du.

Finalement nous dirons: ſi 40 duc.gaignẽt 30 ducas, combien 18? ils gaigneront 13 $\frac{1}{2}$ de ducat, comme il apparoiſt.

I. { 10 gaignent 7 ducas 5 l.
II. { 12 gaignent 9 ducas
III. { 18 gaignent 13 ducas 5 l.

40 ducas 30 ducas 0 l.

La preuue se fera si nous assemblons le gain d'vn chacun, & si la somme fait 30 ducas qui est le nōbre des ducas qu'ils auoient à departir, nous aurons biē fait, comme en cet exemple, nous assemblons 7 ducas 5 l. 9 ducas, & 13 ducas 5 l. la somme est 30 ducas, qui est argument que nous auons bien institué noz operations de reigle de trois.

Trois ont fait societé, le premier a apporté 10 ducas, le second 12 ducas, le troisiéme 18 ducas, & ont gaigné 30 ducas, & 12 liures de laine: combien est il deu du gain à vn chacun? Nous chercherons premierement combiē il est deu du gain des 30 ducas, & trouuerōs selon l'exemple precedēt, que le premier aura 7 ducas 5 l. le second 9 ducas, le troisiéme 13 ducas 5 l. Il reste à departir les 12 liures de laine. Apres auoir adiousté les ducas d'vn chacū, qui sont 10, 12, & 18, la somme desquels est 40, nous dirons: si 40 nous donne 12 liures de laine, cōbien nous donneront 10 ducas? combien 12? & combiē 18? & nous trouuerons pour le premier 3 liures, pour le second $3\frac{3}{5}$ de liure, & pour le troisiéme $5\frac{1}{5}$ de liure, le premier doncques aura 7 ducas 5 l. & 3 liures de laine pour son gain, le secōd 9 ducas $3\frac{3}{5}$ de liure de laine, & le troisiéme 13 ducas 5 l. & $5\frac{1}{5}$ de liure de laine, ainsi comme il apparoist.

			10 duc.	3 liu. de lain.
Si 40 duc.	don. 12 l	comb.	12 duc.	$3\frac{3}{5}$ de liure.
			18 duc.	$5\frac{2}{5}$ de liure.
			40 duc.	12 liu. de lai.

I. 7 duc. 5 l. 3 liures de laine.
II. 9 ducas $3\frac{3}{5}$ de liure de laine.
III. 13 ducas 5 l. & $5\frac{2}{5}$ de liure de laine.

Quelqu'vn a quatre crediteurs, au premier desquels il doit 50 liures, au second 40 l. au troisiéme 90 l. au quatriéme 10 liures: or iceluy allant de vie à trespas on ne trouue pour tous biẽs que cent l. que ses crediteurs ont departy entr'eux, à la raison de l'argent qu'vn chacun d'iceux auoit presté: combiẽ vn chacun d'iceux a il emporté?

Nous adiousterõs l'argẽt qu'vn chacun des quatre auoit presté, à sçauoir 50 l. 40 l. 60 l. & 10. l. & sera la somme 160 l. nous dirons maintenãt. Si 160 l. ont cent l. combien auront 50 liures? combiẽ 40 liures? combien 60 liures? & finalemẽt combien 10 liures? & nous auõs pour le premier 31 l. 5 sols, pour le second 25 liures, pour le troisiéme 37 l. 10 sols, pour le quatriéme 6 l. 5 sols, ainsi qu'on peut voir.

I.	50 l.		50 l. don. 31 l. 5 s.
II.	40 l.	Si 160 l. don. 100	40 l. don. 25 l.
III.	60 l.	l. combien don.	60 l. don. 37 l. 10 s.
IIII.	10 l.		10 l. don. 6 l. 5 s.
			160 l. 100 l. 0 s.

Il y auoit en vne societé ie ne sçay cõbien de marchans, lesquels auoiẽt mis 3000 liures, auec lesquels ils ont gaigné 690 l. combien est ce qu'a gaigné celuy qui auoit 520 l. en celle societé? Nous dirons par la reigle de trois: Si 3000 liures, qui est la somme de tous, nous donnent 690 l. de profit, combien nous en donneront 520 liures? & nous aurons 119 l. 12 s. & autant aura gaigné celuy là.

Chap. II.

TRois soldats auentureux font vne societé, tellemẽt que le premier pour estre le plus experimẽté doit auoir deux fois autãt que le secõd, & le second pour estre plus rusé que le troisiéme doit auoir trois fois autant que ledict troisiéme: En fin ils ont gaigné 120 duc. cõbien en doit auoir vn chacun? Nous prendrons quelconque nombre pour le troisiéme: comme pour exemple 1, pour le secõd le triple de 1, qui est 3, pour le troisiéme le double de 3, qui est 6, ainsi nous adiousterõs ces 3, nombres 1, 3, & 6, & ferons 10, puis nous dirõs: Si 10 duc. gaignẽt 120 duc. combien gaignerõt 6 ducats? cõbien 3 ducats? & cõbiẽ 1 ducat? & nous trouuerõs pour le premier 72 ducats, pour le secõd 36 ducats, pour le troisiesme 12 ducats, ainsi comme il apparoist.

I.	6	Si 10 duc. | don. 120 ducats, combien	6 duc.	72 duc.
II.	3		3 duc.	36 duc.
III.	1		1 duc.	12 duc.
			10. duc.	120. duc.

Trois hõmes se trouuent en mesme table en vne hostellerie, c'est à sçauoir vn gentilhomme, vn artizan, & vn religieux, lesquels ayãs fait leur compte à l'hoste, trouuẽt qu'ils doiuent 56 sols, mais le gẽtilhomme magnifique veut payer deux fois autãt que l'artizan, & l'artizan plus pecunieux que n'estoit le moine a voulu payer deux fois autãt que ledit moine: combien est-ce qu'vn chacun doit payer? Nous mettrons quelconque nombre pour l'escot du religieux, & soit 1, ainsi l'artizan aura 2, & le gentilhomme 4, nous assemblerons ces trois nombres, c'est à sçauoir 1, 2, & 4, la somme sera 7, puis nous di-

rons. Si 7 donnent 56, que donnera 1? que donnerõt 2? que donneront 4? & nous trouuerons 8 ſols pour l'eſcot du moine, 16 ſ. pour l'eſcot de l'artiſan, & 32 ſols pour l'eſcot du gentilhomme, ainſi qu'on peut voir cy deſſous.

1		1	don. 8 ſ.
2	Si 7 don. | 56 ſ. comb.	2	don. 16 ſ.
4		4	don. 32 ſ.
7		7	don 56 ſ.

Quatre hommes vont en pelerinage, à ſçauoir vn gentilhomme, vn artizan, vn barbier, & vn moine, durant lequel ils ont deſpendu tous enſemble 10 l. le barbier dit qu'il veut payer quatre fois autãt que le religieux, & encor 4 ſols dauantage: L'artiſan dit qu'il veut payer trois fois autant que le barbier, & 16 ſols dauantage, & le gentilhomme dit qu'il veut paver deux fois autant que l'artiſan, & 10 ſ. dauantage: Combiẽ doit payer vn chacũ d'iceux? Reduiſons premierement 10 l. en ſols, & nous ferons 200 ſols, dont nous oſterons 4 ſ. pour le cõpte du barbier, & 28 ſ. pour le cõpte de l'artiſan, c'eſt à ſçauoir le triple de 4 ſ. & 16 ſ. & 66 ſ. pour le cõpte du gentilhomme, c'eſt à ſçauoir le double de 28 ſ. & 10 ſols, deſquels nombres, à ſcauoir 4 ſ. 28 ſols, & 66 ſols, la ſomme ſera 98 ſols, laquelle nous oſterons de 200 ſ. & reſteront 102 ſ. Puis nous mettrons pour le religieux 1, donques il y aura pour le barbier 4, 12 pour l'artiſan, & 24 pour le gẽtilhomme, nous aſſemblerons ces nombres 1, 4, 12, & 24, la ſomme ſera 41, nous dirons donques maintenãt: ſi 41 donnent 102,

ſols, combien donnera 1? combiẽ donneront 4? cõbien 12? & combiẽ 24? nous trouuerons pour le religieux 2 ſ. $\frac{20}{41}$ d'vn ſol, pour le barbier 9 ſ. $\frac{39}{41}$ de ſols, pour l'artiſan 29 $\frac{35}{41}$ de ſols, & finalemẽt pour le gẽtilhomme 59 $\frac{29}{41}$ de ſ. & en reduiſant ces parties en deniers, pour le religieux il y ayra 2 ſ. 5 d. & $\frac{35}{41}$ de d. pour le barbier 9 ſ. 11 d. & $\frac{17}{41}$ d. & les 4 ſ. qu'il a donnez de ſurplus, c'eſt à ſcauoir 13 ſ. 11 d. $\frac{17}{41}$ d. pour l'artiſan 29 ſ. & 28 ſ. qu'il a donnez de ſurplus, qui ſont 2 liures 17 ſ. auec 10 d. & $\frac{10}{41}$ de d. pour le gentilhomme 59 ſ. & 66 ſ. qu'il a donnez de ſurplus, c'eſt à dire 6 l. 5 ſ. auec 8 d. & $\frac{20}{41}$ de d. ainſi qu'on peut voir cy deſſous.

Rel. 1		200. ſ.		
		98 ſ.		
Bar. 4 don. 4 ſ.		102 ſ.		
Art. 12 don. 28 ſ.			1	don. 2 ſ. 5 d.
Gen. 24. dou. 66 ſ.	Si 41 | don. 102 ſ, comb.		4	don. 9 ſ. 11 d.
			12	don. 29 ſ. 10 d.
41	98 ſ.		24	don. 59 ſ. 10 d.
			41	don. 101 ſ. 10 d.

Religieux a payé 2 ſ. 5 d. $\frac{35}{41}$ d.
Barbier a payé 13 ſ, 11 d. $\frac{17}{41}$ d.
Artiſan a payé 2 l. 17 ſ. 10 d. & $\frac{10}{41}$ d.
Gentilhomme a payé 6 l. 5 ſ. 8 d. & $\frac{20}{41}$ d.

——— 10 l. ——— 0 ſ. ——— 0 d.

De diuerses sortes de Testamens, Chap. III.

QVELQV'VN venant à mourir a laissé à sa femme, qui estoit grosse 1200 ducas, en telle sorte que si elle acouchoit d'vn fils, elle n'auroit q̃ 400 ducas, & le fils 800, mais si elle auoit vne fille, elle auroit 800 ducas, & la fille 400: il est aduenu qu'elle a accouché d'vn fils & d'vne fille, tout à vn coup, combien est il deu à chacun des trois selon l'intention du testateur? nous pouuons considerer, que si la fille auoit 1, la mere deuoit auoir 2, & si la mere auoit 2, le fils deuoit auoir 4: nous assemblerons doncques ces trois nombres, 1, 2, & 4, & ferons 7, puis nous dirons par la reigle de trois: si 7 ont 1200, combien aura 1? nous trouuerons 171 $\frac{3}{7}$ de ducat pour la fille, puis encor: si 7 ont 1200, combien 2? & nous aurons 342 $\frac{6}{7}$ pour la mere: & finalement, si 7 ont 1200, combien 4? nous trouuerons 685 $\frac{5}{7}$ pour le fils. La preuue est, que quãd la fille en prẽd 1, la mere en prend 2, & quand la mere en a 2, le fils en a 4, & ces trois nombres, à sçauoir 171 $\frac{3}{7}$, 342 $\frac{6}{7}$, & 685 $\frac{5}{7}$ font ensemble 1200, comme on peut voir cy dessous.

Le fils	4	Si 7 donn. 1200	4	donn. 685 $\frac{5}{7}$ duc.
La mere	2	duc. combien	2	donn. 342 $\frac{6}{7}$ duc.
La fille	1		1	donn. 171 $\frac{3}{7}$ duc.
			7	1200 ducas.

Vn autre fait son testanent en semblable cas, & trouue qu'il a en tout 2000 ducas, desquels il en dõne 400 à l'Eglise, quand est des autres 1600 ducas, il

en a ainſi diſpoſé,que ſi ſa féme a vne fille, les deux en ayẽt chacune 800,mais ſi elle accouche d'vn fils, le fils en ait 1000,& la mere 600 : il aduient qu'elle accouche de maſle & femelle, combien eſt-ce que chacun des trois doit toucher de ces ducas? nous pouuons voir, que ſi la fille a 1, la mere aura auſſi 1, & ſi la mere a 600,le fils aura 1000,c'eſt à dire en diuiſant 1000 par 600,que ſi la mere en a 1, le fils en aura $1\frac{2}{3}$,ainſi nous adiouſterons ces trois nombres 1,1, $1\frac{2}{3}$, & ſera la ſomme $3\frac{2}{3}$, apres nous dirons par la reigle de trois : ſi $3\frac{2}{3}$ ont à partir 1600 ducas, combien en aura 1? combien en aura 1? & combien $1\frac{2}{3}$? Faiſons noz operations, & nous trouuerons que la mere emportera $436\frac{4}{11}$ de ducat, la fille $436\frac{4}{11}$ de ducat, & le fils $727\frac{3}{11}$ de ducat, & ſi nous en voulõs faire la preuue,nous trouuerõs que toutes ces trois ſommes adiouſtées feront 1600 ducas,& trouuerõs encor que nous aurons accomply la volonté du teſtateur:or il faut noter que nous euſſions peu prendre d'autres nombres au lieu de 1, 1, & $\frac{5}{3}$, ceſt à ſçauoir tous ceux qui leur ſont multiples ou ſubmultiples, comme ſont 3,3, & 5,ou 6,6,& 10, comme il apparoiſt.

Le fils	5	Si 11 | nous don.	5	donn. $727\frac{3}{11}$, duc.
La mere	3	1600 duc.cõb.	3	donn. $436\frac{4}{11}$ duc.
La fille	3		3	donn. $436\frac{4}{11}$ duc.
			11 |	ſomme 1600 duc.

Vn autre fait vn teſtament en ſemblable cas, & trouue auoir en tout 1200 liures, mais il veut que ſi ſa femme a vne fille, elle ait $\frac{1}{2}$ du bien, & la mere l'autre moytié, & ſi elle a vn fils, iceluy ait $\frac{2}{3}$ du bien, & la mere $\frac{1}{3}$: il aduient qu'elle a vn

fils & fille, combien en est il deu à chacun des trois? nous pouuons voir que si la fille a 1, la mere aura aussi 1, & encor puis que le fils doit auoir $\frac{2}{3}$, & la mere $\frac{1}{3}$, le fils doit auoir le double de la portion de la mere, tellement que si la fille en a 1, la mere en aura 1, & si la mere en a 1, le fils en aura 2, nous assemblerōs donques 1, 1, & 2, & ferōs 4, puis nous dirōs: si 4 donnent 1200, combien 1? combien 1? & combien 2? nous aurons 300 l. pour la fille, 300 l. pour la mere, & 600 l. pour le fils, & ainsi il faut proceder en tous tels exemples.

Le fils	1		2	don. 600 l.
La mere	1	Si 4 donn. 1200,	1	don. 300 l.
La fille	1	combien donn.	1	don. 300 l.
			4	somme 1200 l.

GOSSELIN.

Vn autre fait vn testament en semblable cas, & trouue 1200 l. mais il veut que si sa femme a vn fils, le fils ait $\frac{2}{3}$ du bien, & la mere $\frac{1}{3}$ & si elle a vne fille, la mere ait $\frac{2}{3}$ du bien, & la fille $\frac{1}{3}$: il aduient que la mere a d'vne ventrée deux fils, & deux filles, dont elle meurt, cōbiē doiuēt auoir les deux fils & deux filles selon la volonté du testateur? nous pouuons considerer que puis que la mere a $\frac{2}{3}$, & la fille $\frac{1}{3}$, la mere doit auoir le double de la fille, & semblablement puis que le fils a $\frac{2}{3}$, & la mere $\frac{1}{3}$, que le fils doit

auoir le double de la mere, quand donques la fille aura 1, la mere aura 2, & quand la mere aura 2, le fils aura 4, le testateur dõques a voulu que le fils ait quatre fois autant que la fille, quãd dõques la fille aura 1, le fils aura 4, & pour autant qu'il y a deux fils & deux filles, nous mettrons deux fois 1, & deux fois 4, c'est à sçauoir 2 pour les deux filles, & 8 pour les deux fils, nous assemblerõs 2 & 8, & ferons 10, puis nous dirons par la reigle de trois. Si 10 nous donnẽt 1200, combien 1, cõbien 1, combieu 4, & cõbien 4? & nous aurõs 120 l. pour chasque fille, & 480 liu. pour chasque fils, ainsi qu'il apparoist,

La fille	1		1	don. 120 l.
La fille	1	Si 10 don. 1200 l.	1	don. 120. l.
Le fils	4	combien	4	don. 480 l.
Le fils	4		4	don. 480 l.
			10	1200 l.

Quelqu'vn qui auoit 120 ducats, a laissé par testamẽt $\frac{1}{3}$ d'iceux a vn sien petit fils, & a laissé $\frac{1}{4}$ à vn siẽ nepueu, & encor a donné $\frac{1}{5}$ d'iceux à vne autre sienne niepce, lesquels ayans pris ce qu'ils pẽsoient leur appartenir, sont demeurez de reste 26. ducats, desquels ils ont esté en different, combien est-ce qu'vn chacun d'iceux doit auoir pour sa part des 120 ducats? Il semble estre impossible de pouuoir resoudre ceste question réellement selon la volonté du testa-

teur, la raiſon eſt que les parties propoſées, c'eſt à ſçauoir $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ſont moindres qu'vn entier, mais ſont ſeulement $\frac{47}{60}$, & pourtant reſtent les 26 ducats, donques pour reſoudre ceſte queſtion & toutes ſemblables, nous chercherons vn nombre qui ait ces parties, ſçauoir eſt $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, comme nous auons enſeigné au commencement du ſeptiéme liure, & ce nombre ſera 60, duquel $\frac{1}{3}$ ſera 20, $\frac{1}{4}$ ſera 15, & $\frac{1}{5}$ ſera 12, nous adiouſterons ces trois nombres 20, 15, & 12, & ſera la ſomme 47, puis nous dirons par la reigle. Si de 47, le fils a 20, cõbien aura il de 120? nous trouuerons qu'il aura $51\frac{3}{47}$, & encor ſi de 47 le nepueu a 15, combiẽ aura il de 120? nous trouuerõs qu'il deura auoir $38\frac{14}{47}$ de ducat, & auſſi nous dirons pour la niepce: Si de 47 elle a 12, combien aura elle de 120? & nous trouuerons pour la niepce $30\frac{30}{47}$ de ducat, la preuue ſera que toutes ces trois ſommes eſtãs adiouſtees enſemble, nous aurons 120 ducats.

$$\text{Si 47 donn.}\left\{\begin{matrix}20\\15\\12\end{matrix}\right.\text{ que donn. 120?}\left\}\begin{matrix}51\frac{3}{47}\text{ de duc.}\\38\frac{14}{47}\text{ de duc.}\\30\frac{30}{47}\text{ de duc.}\end{matrix}\right.$$

120 ducats

Et autãt euſt eſté, ſi les parties euſſent ſurpaſſé vn entier, comme ſi le teſtateur eut donné $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, ces parties euſſent paſſé vn entier, car ils euſſent eſté $\frac{26}{24}$, nous euſſions donques trouué vn nombre qui eut eu $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ lequel eut eſté 12, ou 24, & euſſions pourſuiuy comme nous auons fait en l'exemple precedent.

Chap. IIII.

TRois font vne societé, le premier met 60 ducas, & veut gaigner à raison de 24 pour 100, le second met 100 ducas, & veut gaigner à raison de 12 pour 100, le troisiéme met 240 ducas, & veut auoir à raison de 18 pout 100, en fin il y a eu de gain 320 ducas, combien est-ce qu'vn chacun en doit auoir? Nous multiplierons le nombre des ducas que met vn chacun en la societé, par-ce qu'il veut gaigner pour cent, & premierement 60 par 24, & ferons 1440, nous multiplierõs 100 par 12, & ferons 1200, nous multiplierons encor 240 par 18, & sera le produit 4320, nous adiousterons tous ces produits ensemble, & sera la somme 6960, qui seruira pour tout le corps de la cõpagnie, puis nous dirons par la reigle de trois. Si 6960 gaignent 320 ducas, combien gaigneront 1440 pour le premier, 1200 pour le second, & 4320 pour le troisiéme? nous aurõs 66 $\frac{1440}{6960}$ de ducat pour le premier, & pour le second 55 $\frac{1200}{6960}$ de ducat, & pour le troisiéme 198 $\frac{4320}{6960}$ de ducat, & la preuue manifeste.

I.	1440	Si 6960 gain.	1440	gaig. 66 $\frac{1440}{6960}$
II.	1200		1200	55 $\frac{1200}{6960}$ duc.
III.	4320	320 duc. | cõb.	4320	198 $\frac{4320}{6960}$ d.

6960|30 ducas

GOSSELIN.

Quatre ont fait vne societé, le premier a mis 30 liures durant 6 mois, le second a mis 12 l. durãt vn an & demy, le troisiéme a mis

156 l? nous trouuerons que le premier aura de gain 32 l. 9 ſ. 4 d. vn peu dauantage, & le ſecond 67 l. 10 ſ. 7 d. vn peu dauantage.

I.	75 l.	Si 231 l. dõn.	75 l.	donn. 32 l. 9 ſ. 4 d.
II.	156 l.	100 l. cõbiẽ	156 l.	donn. 67 l. 10 ſ. 7 d.

GOSSELIN.

Reigle de l'Impoſition, & fait des Tailles, Chapitre V.

LE Roy leue 60000 l. ſur la Normandie, & le pays de Caux pour ſa part & cotizatiõ paye 8000 l. on demande quãd le Roy impoſe vne creuë de 20000 l. combien deura payer ledit pays de Caux, à raiſon de ſa cotization de 8000 l? Pour cognoiſtre cecy, nous dirõs par la reigle de trois: ſi 60000 l. donnent 8000 l. combien en donneront 20000 l? nous aurõs $2666\frac{2}{3}$ l. & autãt il deura payer de creuë.

Que ſi pour la premiere impoſitiõ quelqu'vn des taillables payoit 100 l. nous congnoiſtrons par la meſme reigle de trois, cõbien il deura payer de ceſte creuë en diſant: ſi 8000 l. font payer 100 l. combiẽ en ferõt payer $2666\frac{2}{3}$ l? nous aurõs $33\frac{1}{3}$ l. & autant il deura payer de ceſte creuë, c'eſt à dire 33 l. 6 ſols 8 d.

Si nous voulons encor sçauoir combien on doit imposer pour liure sur chacun des taillables, pour ceste creuë: si 8000 l. ont de creuë 2666 $\frac{2}{3}$ l. cõbiẽ en aura 1 l? nous trouuerons $\frac{1}{3}$ de liure, c'est à dire 6 s, 4 d. & ainsi pour chaque liure qu'on payoit de la premiere imposition, il faudra payer 6 s. 4 d. pour la secõde: nous procederons par vne mesme façon aux sols & deniers.

Vn meusnier a quatre meules en son moulin, la premiere desquelles meud 30 quars de grain en vn iour, la seconde 24, la troisiéme 18, la quatriéme 12. Vn citoyen veut meuldre 60 quars de grain en ce moulin tout à vn trait, combien faudra il en mettre pour chacune desdites meules, & en combien de temps le tout sera il moulu?

Pour ce faire nous adiousterons 30, 24, 18 & 12, & sera la somme 84, puis nous dirons par la reigle de trois: Si 84 quars de grain nous donnent 60 quars, combien nous en donneront 30, 24, 18 & 12? Nous aurõs pour la premiere meule qui peut meudre 30 quars le iour 21 $\frac{3}{7}$ de quars, pour la secõde qui a 24, 17 $\frac{1}{7}$, pour la troisiéme qui a 18, 12 $\frac{6}{7}$, pour la quatriéme qui a 12, 8 $\frac{4}{7}$, ainsi qu'il apparoist.

Si 84 quars donnent 60 quars, combien	30 q.	21 $\frac{3}{7}$ q.
	24 q.	17 $\frac{1}{7}$ q.
	18 q.	12 $\frac{6}{7}$ q.
	12 q.	8 $\frac{4}{7}$ q.
	84 quars	90 quars.

Pour cognoiſtre maintenant en combien de tẽps tout le grain ſera moulu, nous dirons par la reigle de trois. Si 84 quars de grain ſont moulus en vn iour, c'eſt à dire en 24 heures, en combien ſeront moulus 60 quars? nous trouuerõs qu'ils ſerõt moulus en $17\frac{1}{7}$ d'heure, ou bien nous pouuons encor dire, Si 30 quars ſont moulus en 24 heures, en combien $21\frac{3}{7}$ de quars? ils ſeront moulus en $17\frac{1}{7}$ comme au precedent: & encor, ſi 24 quars ſont moulus en 24 heures, en combien $17\frac{1}{7}$ de quars? ils ſerõt moulus en $17\frac{1}{7}$ d'heure, & ainſi des deux autres.

GOSSELIN.

Demonſtration de la reigle de compagnie.

La demõſtration de ceſte reigle de compagnie eſt facile à celuy qui entend la XII. propoſition du cinquiéme d'Euclide, ou la XII. du VII. Or pour la demõſtrer, donnons ceſt exemple.

Trois ont fait ſocieté, le premier a apporté 4 ducas, le ſecond 12 ducas, le troiſiéme 24 ducas, & ainſi ont gaigné 32 ducas en vn an, combien en appartient il à chacun?

Il eſt manifeſte que les 32 ducas contiennent le gain de tous trois, car ce qu'ils ont gaigné par l'hypoteſe eſt trentedeux, encor on veut qu'il y ait telle raiſon de 4 ducas à

leur gain, que de 12 ducas à leur gain, & aussi que de 24 ducas à leur gain : nous auons donques icy trois raisons égales, les consequens desquelles nous cherchons, toutesfois nous sçauõs biẽ que la somme d'iceux est 32, donques par la XII. du V. ou XII. du VII. d'Euclide, il y aura telle raison de la somme des antecedens à la somme des consequẽs, que d'vn antecedẽt à son consequent, & puis que nous auons la somme des consequẽs, qui est 32, & nous auõs aussi les antecedens qui sont 4, 12, & 24, nous en ferons la somme, qui sera 40 : tellement qu'il y aura telle raison de 40, qui est la somme des antecedẽs, à 32, qui est la sõme des consequens, que d'vn antecedent, comme pour exemple de 4, à son consequẽt, ou de douze, qui est encor vn antecedent, à son consequent, ou de vingtquatre, qui est le troisieme antecedent, à son consequent, & puis qu'il y a telle raison de 40 à 32, que de 4, qui est vn des antecedens, à son consequent, c'est à dire à son gain, nous estans donnez trois nombres, nous aurõs le quatriéme proportionnel, en multipliant le second par le troisiéme, c'est à dire 4 par 32, & diuisant le produit, qui sera 128 par le pre-

mier qui eſt 40, & ſera le quotiẽt 3 $\frac{1}{5}$ le quatriéme proportionel, c'eſt à ſçauoir le gain de ſon antecedent qui eſt 4, tout ainſi que par l'hypoteſe 32 qui eſt le conſequent de 40, eſt le gain de 40 ſon antecedent, lequel quatriéme nõbre ſera ſemblable au ſecõd, c'eſt à ſçauoir le conſequent au conſequẽt, & l'antecedent à l'antecedent, & pour autant que 32, qui eſt le ſecond proportionel, eſt denommé de ducas, auſſi 3 $\frac{1}{5}$, qui eſt le quatriéme proportionel & ſecond conſequent, ſera denommé de ducas: nous pouuons par ſemblable moyen trouuer le gain de 12, qui ſera 9 $\frac{3}{5}$ de ducat, & ſemblablemẽt le gain de 24, qui eſt 19 $\frac{1}{5}$ de ducat: ce que nous nous ſõmes propoſez de demõſtrer.

Fin du douziéme liure.

RECVEIL DV TREIZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE DV traité general des nõbres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematiciẽ, & Prince des Praticiens.

De la Troque & Eschange,

Chapitre I.

TROQVER, n'est autre chose, que bailler quelque marchandise pour vne autre, en espoir de meilleure condition, ce qui se peut faire en diuerses sortes.

Deux veulent faire eschange: l'vn a du drap, qui est vendu 4 l. l'aune: l'autre a de la laine, qui est venduë 10 sols la liure, combien aura il de drap pour 20 liures de laine?

Nous verrons premierement combien 20 liures de laine peuuent valoir, en disant: si vne liure de laine vaut 10 s. combien en vallent 20 liures? nous aurons (apres auoir multiplié & diuisé comme veut la reigle) 200 s. c'est à dire 10 l. & autant vaudront les

20 liures de laine : nous dirons maintenant : ſi 4 l. nous donnent 1 aune de drap, combien nous en dõneront 10 l? & nous trouuerons 2 $\frac{1}{2}$ d'aune, & autãt d'aunes de drap il deura auoir pour 20 liures de laine: la preuue ſera que 2 $\frac{1}{2}$ d'aune de drap, au prix de 4 l. l'aune, vaudront autant que 20 liures de laine à raiſon de 10 ſ. la liure.

Deux veulent encore troquer leur marchandiſe: l'vn a de la ſoye, qu'il vend 22 ſ. l'once : l'autre a du damas qu'il vend 8 l. l'aune, combien doit auoir ceſtui cy de ſoye pour 10 aunes de damas ?

Nous verrons premierement combien vallent les 10 aunes de damas, en diſant : ſi 1 aune de damas vaut 8 l. combien vallent 10 aunes? nous aurons 80 l. pour la valeur des 10 aunes, puis nous dirõs : ſi 22 ſ. nous donnent vne once, combien nous dõnerõt 80 l. apres auoir reduit les 80 l. en ſols, & fait noſtre operation, nous trouuerons 72 onces $\frac{8}{11}$, & autant il aura d'onces de ſoye pour 10 aunes de damas, à la raiſon que deſſus.

Deux veulent encore faire eſchange : l'vn a de la cire, qu'il vend 8 ducats $\frac{1}{2}$ le cent, & l'autre a de la laine, qu'il vend 39 ducats le cent, on demande cõbien il aura de cire pour 756 liures de laine.

Nous verrons premierement combien vallent les 756 liures de laine à 39 ducats le cent, & nous trouuerons qu'elles reuiendront à 294 ducats $\frac{21}{25}$, puis nous chercherons combien nous aurons de cire pour 294 ducats $\frac{21}{25}$, à raiſon de 8 ducats $\frac{1}{2}$ le cent, en diſant: ſi 8 $\frac{1}{2}$ de ducat nous donne 100 liures de cire, combien nous donneront 294 $\frac{21}{25}$? nous aurõs 3468 $\frac{12}{17}$ de liure de cire.

Deux veulent encor échanger: l'vn a du creſeau qu'il veut vendre en troque 9 ducats & 15 ſ. la balle: l'autre a du poiure, qu'il veut vendre 23 ducats $\frac{1}{2}$ le cent, combien aura il de poiure pour 26 balles de creſeau?

Premierement nous verrons à combien ſe monteront les 26 balles de creſeau, à raiſon de 9 ducats, 15 ſ. la balle, & trouuerons qu'elles ſe monteront à 235 ducats 9 l. 10 ſ. puis nous verrons cõbien les 235 ducats 9 l. 10 ſ. nous dõneront de poiure, en diſant: ſi 23 $\frac{1}{2}$ de ducat nous donnent 100 liures de poiure, combien nous en dõneront 235 ducats, 9 l. 10 ſ. ainſi apres auoir fait noſtre operation, nous trouuerons ſelõ la reigle qu'ils nous dõnerõt 1004 liures, 3 onces, 3 dragmes, 2 ſcrupules, vne ſilique: ſi que pour les 26 balles de creſeau nous aurons 1004 liures, 3 onces, 3 dragmes, 2 ſcrupules, vne ſilique de poiure.

Deux marchans veulent troquer, l'vn deſquels a de la Reubarbe, laquelle vaut à denier contãt 3 ducats la liure, mais il la veut faire venir en troque à 4 ducats: l'autre a de la canelle qui vaut 42 ducats la liure à denier contant, combien la doit il ſuruendre, afin que la troque ſoit égale? Nous dirons par la reigle de trois: ſi 3 ducats ſont mis à 4 ducats, à combiẽ doiuent eſtre mis 42 ducats? nous aurõs apres auoir multiplié & party, comme veut la reigle, 56 ducats: & à autant deura eſtre miſe en troque la liure de canelle.

Deux veulent encore troquer: l'vn a du poiure, & l'autre de la ſoye, le poiure vaut à denier contant 46 ducats le cent, mais il le veut mettre en troque à 50 ducats, & la ſoye vaut à denier contant 20 ſ. la liure,

combien faut il furuendre la liure de soye, afin que la troque soit égale, & pour 460 liures de soye, combien doit il auoir de poiure.

Nous verrons premieremēt à combien doit estre mise la liure de soye en troque, en disant par la reigle de trois: Si 46 ducats sont mis à 50 ducats, à cōbien seront mis 20 sols? & nous aurons 21 $\frac{17}{23}$ s. & à autant deura estre mise la liure de soye: Cecy estant fait nous considererons combien peuuent valoir 460 liures de soye, à 21 $\frac{17}{23}$ sols la liure, & nous aurōs 500 liures, c'est à dire 50 ducats, le ducat valant 10 l. aprés nous verrons combien nous aurōs de poiure pour 50 ducats, à raison de 50 ducats le cent, & nous en aurons vn cent: nous dirons dōques que la liure de soye deura estre mise à 21 $\frac{17}{23}$ sols. & que pour 460 liures de soye il aura cent liures de poiure: La preuue se fera par le prix du denier contant, à sçauoir si 460 l. de soye, à 20 sols la liure, valent autant qu'vn cent de poiure, à 46 ducats le cent: Or 460 liures, à 20 sols la liure, font 460 liures, c'est à dire 50 ducats autant que couste le cent de poiure.

Deux autres veulent troquer: l'vn a du lin, qui vaut à denier contant 27 s. le pois, (lequel pois doit estre entendu de 25 liures) mais il le veut mettre en troque à 30 sols: L'autre a du formage, qui vaut à denier contant 36 s. le pois, à cōbien doit il estre mis en troque, afin de gaigner 10 pour 100?

Nous verrons premierement à combien deura estre mis le pois de formage en troque égalememt, en disant: Si 27 sols sont mis à 30 sols, à combiē doiuent estre mis 36 sols? Nous aurons 40 s. & à autant deura estre mis le pois de formage, pour ne riē gai-

gner, mais pource qu'il veut gaigner 10 pour cent, nous dirõs encor par la reigle de trois : Si 100 nous donnent 110, combien nous donneront 40, nous trouuerons 44, & à autant deura eſtre mis en troque le pois de formage, pour gaigner 10 pour 100.

Or pour autãt que gaigner 10 pour cent, n'eſt autre choſe que gaigner 1 ſur 10, ou $\frac{1}{10}$, nous prendrõs $\frac{1}{10}$ de 40, qui eſt 4, & l'adiouſterons à 40, la ſomme ſera 44, comme au precedent, & la preuue eſt manifeſte.

Deux autres veulent encor troquer: l'vn a de la cire blanche, qui vaut à denier contant 11 ducats le cent, mais il la veut mettre en troque à 12 ducats, & en veut $\frac{2}{3}$ en denier contant, & le reſte en raiſins de Candie, qui valent 8 ducats le millier à denier cõtãt: on demande à combien doit eſtre mis en troque le millier de raiſins de Candie, pour eſtre la troque égale, & pour 780 liures de cire, combien il aura de raiſins, & de deniers?

Pour faire cecy, nous oſterons $\frac{2}{3}$ de 12 ducats, qui eſt le prix auquel doit eſtre mis le cent de cire, pour autant qu'il vaut $\frac{2}{3}$ en denier contant, & $\frac{2}{3}$ de 12 ſeront 8, qui oſtées de 12 laiſſant 4, nous oſterõs ſemblablement ces $\frac{2}{3}$, qui ſont 8, de 11, qui eſt le prix du denier contant, & reſteront 3. Apres nous dirons par la reigle de trois: ſi 3 ducats ſont mis à 4 ducats, à combien ſerõt mis 8 ducats, qui eſt le prix de la troque du millier des raiſins à denier contant, & nous aurons 10 $\frac{2}{3}$, puis nous verrons combien vallent 780 liures de cire à 12 ducats le cẽt, en diſant par la meſme reigle de trois: Si 100 liures vallent 12 ducats, combien 780 liures? & nous aurons 93 $\frac{3}{5}$ de ducat,

dont nous prendrons les $\frac{2}{3}$ qu'il veut en argẽt contant, lesquelles seront 62 $\frac{2}{5}$ de ducat, & resteront 31 $\frac{1}{5}$ de ducat, & pour autant que de ces 31 $\frac{1}{5}$ de ducat il veut auoir des raisins de Candie (vallant le milier 10 $\frac{2}{3}$ de ducat en troque) nous dirons par la reigle de trois: si 10 $\frac{2}{3}$ de ducat nous donnent 1000 liures, cõbien nous en donneront 31 $\frac{1}{5}$ de ducat? nous aurons 2925 liures de raisins de Candie: & ainsi pour 780 liures de cire il aura 62 $\frac{2}{5}$ de ducat en denier contãt, & 2925 liures de raisins de Candie. La preuue se fera par le denier contant, car les 2925 liures à 8 ducas le millier, qui est le prix au denier contant, valent 23 $\frac{2}{5}$ de ducat, que nous adiousterons à 62 $\frac{2}{5}$, la somme sera 85 $\frac{4}{5}$ de ducat, & autant valent encor 780 liures de cire, à 11 ducas le cent, qui est aussi le prix du denier contant.

GOSSELIN.

Nous pouuõs encore faire cecy par vne autre façon, autant ou plus aisée que celle de nostre autheur, en ceste maniere: Nous verrons combien vaudront 780 liures à 12 ducas le cent, & nous aurons 93 $\frac{3}{5}$ comme au precedent, desquels ducas nous prendrons les $\frac{2}{3}$, car on veut $\frac{2}{3}$ en denier contãt, qui seront 62 $\frac{2}{5}$, apres nous verrons combiẽ vallẽt encor les 780 liures à 11 ducas le cẽt, qui est le prix du denier contant, en disant par la mesme reigle de trois: Si 100 liures

vallent 11 ducas, cõbien vállent 780 liures? nous trouuerons qu'elles vaudront 85 $\frac{4}{5}$ de ducat, dont nous osterõs les 62 $\frac{2}{5}$ de ducat, qui sont les $\frac{2}{3}$ de 93 $\frac{3}{5}$, & nous resteront 23 $\frac{2}{5}$ de ducat. Puis nous dirons par la reigle de trois: Si 8 ducas donnẽt 1000 liures de raisins de Candie, combien en dõneront 23 $\frac{2}{5}$ de ducat? nous aurõs 2925 liures: ainsi pour 780 liures de cire on aura 62 $\frac{2}{5}$ de ducat en denier contant, & 2925 liures de raisins de Candie, ainsi qu'en l'exemple de nostre autheur: dont il est manifeste que nostre façon est plus courte & facile que la sienne, & ce encor sans cognoistre la troque de la derniere marchandise, ce qui est toutesfois assez difficile.

RECVEIL DV QVATORZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE *du traité general des nombres, & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Des lettres de change & de banque.

Les termes du change de Venize par plusieurs places & prouinces, auec leur contraire.

Chapitre I.

De Venize à Rome, y a temps de 10 iours, apres la lettre veuë & autant de Rome à Venise.

De Venize à Naples, y a 15 iours de terme, la lettre veuë, & au contraire autant de Naples à Venize.

De Venize à Lyon en France, le terme est iusques à la foire prochaine.

De Venize à Anuers, le terme est deux mois, la lettre faite, & autant au contraire d'Anuers à Venize.

De

De Venize à Londres, il y a trois mois de terme, la lettre faite, & autant de Londres à Venize.

De Venize à Paris, Barcelone, & Montpellier, il y a deux mois de terme, la lettre faite, & autant au contraire.

De Venize à Milan, il y a 10 iours de terme, la lettre veuë, mais de Milan à Venize y a 20 iours, la lettre faite.

De Venize à Pize, y a 20 iours, la lettre faite, & autant de Pize à Venize.

De Venize à Peruze, 10 iours, la lettre veuë, & autant de Peruze à Venize.

De Venize à Boloigne, & à Ferrare, 5 iours, la lettre veuë, & au contraire: les autres disent 15 iours, la lettre faite.

De Venize à Genes, 10 iours, la lettre veuë, & de Genes à Venize, 15 iours, la lettre veuë.

De Venize à Florence, 20 iours, la lettre faite, & de Florence à Venize, 5 iours, la lettre veuë.

De Venize à Valence, 75 iours, la lettre faite, & au contraire, autant de Valence a Venize.

De Venize à Palerme, 30 iours, la lettre veuë, & autant de Palerme à Venize.

Les termes du change de Florence, par plusieurs places & Prouinces, auec leur contraire. Chap. II.

DE Florence à Venize, y a 5 iours de terme, la lettre veuë, & de Venize à Florence, 20 iours, la lettre faite.

De Florence à Pize, 3 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Siene, 2 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Naples, 10 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Boloigne, 3 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Milan, 10 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Barcelonne, & Paris, deux mois, la lettre faite, & autant au contraire.

De Florence en Prouēce, deux mois, la lettre faite, & au contraire.

De Florence en Cypre, trois mois, la lettre faite, & au contraire.

De Florence en Sicile, vn mois & demy, la lettre faite, & autant de Sicile en Florence.

De Florēce à Peruze, 5 iours, la lettre veuë, & au cō.

De Florence à Rome, 10 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Gaette, 20 iours, & au contraire.

De Florence à Auignon, 45 iours, & au contraire.

De Florence à Londres, trois mois, la lettre faite, & au contraire.

De Florence à Genes, 15 iours, la lettre faite, & au contraire.

De Florence en Flandres, 70 iours, la lettre faite, & au contraire.

De Florence à Rhodes, 20 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Florence à Conſtantinople, deux mois & de-

moy, la lettre faite, & autant de Constantinple à Florence.

Les termes du change ne Milan, par plusieurs places & Prouinces, auec leur contraire. Chap. III.

DE Milan à Venize, y a 10 iours de terme, la lettre veuë, & de Venize à Milan, 15 iours, la lettre faite.

De Milan à Genes, 5 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Milan en Auignon, & Montpellier, 10 iours la lettre veue, & autant au contraire.

De Milan à Pize, 10 iours, la lettre veue, & au contraire.

De Milan à Paris, deux mois, la lettre faite, & au contraire.

Les termes du change de Boloigne, par plusieurs Places & Prouinces, auec leur contraire. Chap. IIII.

DE Boloigne à Venize, y a 5 iours de terme, la lettre veue, & autant de Venize à Boloigne.

De Boloigne à Milan, 10 iours, la lettre veue.

De Boloigne à Genes, 10 iours, la lettre veue.

De Boloigne à Paris, deux mois, la lettre faite, & au contraire.

De Boloigne à Pize, 5 iours, la lettre veue, & au contraire.

De Boloigne à Rome, 10 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Boloigne à Peruze, 8 iours, la lettre veuë, &au contraire.

De Boloigne à Ferrare, 3 iours, la lettre veuë, &au contraire.

De Boloigne à Sienne, 8 iours, & au contraire.

Les termes du change de Genes, par plusieurs places & Prouinces, auec leur contraire, Chap. V.

DE Genes à Venize, y a 10 iours de terme, la lettre veuë, & autant de Venize à Genes.

De Genes à Pize, 5 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Genes à Palerme, 15 iours, & au contraire 20, la lettre veuë.

De Genes à Barcelonne, 20 iours, la lettre veuë, & au contraire.

De Genes à Paris 10 iours, la lettre veuë, & de Paris à Genes, deux mois, la lettre faite.

Les termes du change d'Auignon, par plusieurs places & Prouinces, auec leur contraire. Chap. VI.

D'Auignon à Montpellier, y a deux iours de terme, la lettre veuë, & autant au contraire.

D'Auignon à Barcelonne, 10 iours, la lettre faite, & au contraire.

D'Auignon à Paris, vn mois, la lettre faite, & au contraire.

D'Auignon à Florence, 45 iours, la lettre faite, & au contraire.

La forme & maniere des lettres de Change. Chap. VII.

Exemple d'vne premiere lettre de change dressee de Venize à Rome, pour estre payee au terme accoustumé, 1553. le cinquiéme iour de Septembre.

De Venize.

PAYEZ pour ceste premiere de chãge, au terme accoustumé, apres auoir veu la presente, au Seigneur François Pisan, Gentilhomme Venitien, sept cens ducats de chambre, pour la valeur d'autãt d'autres, receus du seigneur George Pisan son frere, & mettez-le en vostre cõte, & apres auoir fait la payement, aduertissez nous, & nous vous ferons credit d'autant d'autres: Dieu vous conserue en telle santé que desirez.

Alexandre d'Obicy vostre seruiteur.

Dessus la lettre le logis se dira.

Au Seigneur Zuammarie d'Albert, à Rome.

Exemple de la seconde lettre.

Au nom de Dieu, le cinquéme iour de Septembre, De Venize, 1553.

Si vous n'auez pour la premiere, payez pour ceste seconde de change, au terme accoustumé, apresla presente veue, au seigneur François Pisan, gentilhomme Venitien, sept cẽs ducats de chambre, pour la valeur d'autãt d'autres, receus du seigneur George Pisan son frere, & mettez-le en vostre cõpte, & apres auoir fait le payement, aduertissez nous, & nous vous ferõs credit d'autant d'autres: Dieu vous maintienne en la santé que desirez.

Alexandre d'Obicy vostre seruiteur.

La derniere est comme en l'autre.

Au Seigneur Zuammarie d'Albert à Rome.
Chap. VIII.

QVELQV'VN a 750 ducats en banque de Venize à Lion, à raison de 69 ducats $\frac{1}{4}$ le marc, de combien de marcs deura estre faite la lettre de change?

Nous procederõs par la reigle de trois, en disant: si 69 $\frac{1}{4}$ de ducat nous donnent vn marc, combien nous en dõneront 750 ducats? nous aurõs 10 marcs, 6 onces, 15 deniers, 10 grains, vn peu dauantage, & d'autant deura estre faite la lettre de change.

Vn gentilhomme estant à Venize veut bailler 556 ducats courãs en banque, pour faire tenir à Rome, à raison de 88 $\frac{1}{4}$ pour cent, pour combien de ducas deura estre faite la lettre?

Nous dirõs par la reigle de trois: si 100 ducats nous

donnent 88 $\frac{1}{4}$ de ducat, combien nous en dõneront 556 ducats? & no⁹ aurons 490 ducats, 13 ſ. 4 d. vn peu dauantage, & d'autant la lettre deura eſtre faite.

Vn Prelat voulant venir de Rome à Venize, met 790 ducats en bãque, à raiſon de 87 $\frac{1}{2}$ pour cẽt, courans à Venize, de combiẽ de ducats deura eſtre faite la lettre?

Nous dirons: ſi 87 $\frac{1}{2}$ de ducat nous donnent 100 ducats, combien nous donneront 790 ducats? nous aurons 902 ducats, 20 gros 18 picholis, à monnoye de Venize.

Vn marchand ſe trouue auoir à Lion 12 marcs, 5 onces, 20 deniers, & 16 grains d'or, qu'il a mis en banque pour les auoir à Venize, à raiſon de 74 $\frac{1}{8}$ de ducat le marc, de combien de ducats deura eſtre faite ſa lettre?

Nous dirons: ſi vn marc vaut 74 $\frac{1}{8}$ de ducat, combien vallent 12 mars, 5 onces, 20 deniers, 16 grains? donques apres auoir fait noſtre operation, nous aurons 943 ducats, 17 gros, & 18 picholis à mõnoye de Venize, & de tant de ducats, gros & picholis deura eſtre faite ſa lettre.

GOSSELIN.

Quelque ſeigneur eſtant à Lion a prié vn marchãd de luy faire tenir 1000 eſcus à Paris entre les mains d'vn ſiẽ frere, à raisõ de 95 eſcus le cent, de combien d'eſcus deura eſtre faite la lettre de change?

Nous dirons par la reigle de trois: ſi 100

nous dõnent 95, combien nous donnerõt 1000? & aprés auoir multiplié & diuisé cõme veut la reigle, nous trouuerons que la lettre deura estre faite pour 950 escus rendus à Paris.

Quelque autre Seigneur voulant aller de Paris à Rome, fait tenir 500 ducats par bãque, à raison de 736 liures pour 100 ducats courans à Rome, de combien deura estre faite la lettre?

Pour faire entendre cecy aisément, il faut sçauoir combien vaut le ducat à Paris, & à Rome: or pozons que le ducat valle à Paris 10 liures, & à Rome ne valle que 8 liures, il faut sçauoir combiẽ vallent 500 ducats de Paris de ducats de Rome, ce que nous cognoistrõs par la reigle de trois, apres auoir reduit 500 ducats en liures, qui serõt 5000 liures, en disant: si 8 liures estoiẽt 10 liures, que seroient 5000 liures? nous aurõs 6250 liures, lesquelles nous diuiserons par 10 liu. pour autant qu'elles sont de mesme nature qu'estoit la secõde chose, & sera le quotiẽt 625 ducats, & pourtãt nous dirõs, que 500 ducats à Paris vaudrõt 625 ducats à Rome.

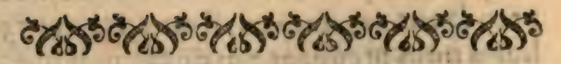
Nous eussions encor peu faire autrement, en disant: si 8 estoient 10, que seroient 500?

nous eussiós trouué 625, comme au precedent: ou bien pour autant qu'vn ducat de Rome ne valant que 8 liures, & le ducat de Paris valât 10 liures, le ducat de Rome n'est que $\frac{4}{5}$ du ducat de Paris, nous eussions donques ainsi peu ratiociner: si $\frac{4}{5}$ estoient 1, que seroient 500? & nous eussions encor eu 625 ducas de Rome, pour 500 ducas de Paris: maintenant pour 500 ducas de Paris, nous prendrons 625 ducas de Rome, & pour 736 liures nous prendrons 92 ducas, puis que le ducat vaut 8 liures, & dirons par la reigle de trois: si 100 estoiét 92, combien seroiét 625? ainsi apres auoir fait nostre operation, nous aurons 575 ducas courans à Rome, & d'autât deura estre faite la lettre de ce Seigneur, c'est à sçauoir de 575 ducas courâs à Rome pour 500 ducas courans à Paris.

Ou bien encor nous eussiós ainsi peu faire, apres auoir fait des liures de 100 ducas de Rome, cest à dire multiplié 100 par 8, & auoir fait 800: semblablement apres auoir fait des liures de 500 ducas de Paris, à sçauoir apres auoir multiplié 500 par 10, & fait 5000, nous eussiós ainsi dit: si 800 nous dónent 736 liures, combien nous en donneront 5000 liures? nous eussiós trouué 4900

liures, desquelles nous eussions fait des ducas de Paris, ou des ducas de Rome, en diuisant 4600, ou par 8, ou par 10, ainsi la lettre eut deu estre faite, ou par 460 ducas courans à Paris, ou par 575 ducas courãs à Rome, comme au precedent.

Fin du quatorziéme liure.



RECVEIL DV QVINZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE DV *traité general des nombres & mesures de Nicolas tartaglia* Brescian, *grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Des especes de Metaux.

CHAPITRE I.

COMBIEN qu'il y ait sept sortes de metal, à sçauoir or, argent, cuiure, estaim, fer, plomb, & vif argent : toutesfois nous ne parlerons en ce liure que des deux principalles, c'est à sçauoir de l'or & argent, & du cuiure qui sert à tous ces deux metaux : or les especes principalles des pois, auec lesquelles on a

accouſtumé de pezer l'vn & lautre metal, ſont de beaucoup de ſortes comme ie croy, à cauſe qu'il y a beaucoup de prouinces, & chacune prouince a ſon poisdeterminé: celles toutesfois qui ont vogue par toute l'Europe le plus communément ſont deux, l'vne deſquelles eſt appellée Marc, duquel on vſe à Venize, en Frãce, à Lyon, à Milan, & en beaucoup d'autres pays: l'autre eſpece de pois eſt appellée Liure, de laquelle ſe ſeruent les Toſcans, & beaucoup d'autres prouinces & citez d'Italie, & icelle eſt diuiſée en 12 onces, l'once en 24 deniers de pois, & le denier de pois en 24 grains. Le Marc à Veniſe eſt diuiſé en 8 onces, l'once en 4 quars, le quart en 36 caras de pois, & le caras en 4 grains de pois, & vn grain de pois peze autant qu'vn grain d'orge cõmun: neantmoins le marc de Lyon en Frãce, de Milan, & des autres citez voiſines eſt diuiſé en 8 onces (tout ainſi que celuy de Veniſe) l'once en 24 deniers de pois, & le denier en 24 grains, & combien que ceſte diuiſion ſoit differẽce de celle de Venize, ſi eſt-ce qu'õ trouuera autãt de grains en vn marc, qu'en l'autre, c'eſt à ſçauoir 4608: encor on trouuera qu'il y a autant de grains en vne once, deſquelles 8 font le marc, qu'en l'once, deſquelles 12 font vne liure, c'eſt à ſçauoir en l'vne & l'autre 576 grains: dõt il eſt manifeſte que le grain au pois de Venize eſt égal non ſeulement au grain du pois de Lyon, & de Milan, mais auſſi au grain du pays de Thoſcane: & ſemblablement que la liure du pois de Thoſcane vient à eſtre $1\frac{1}{2}$ de marc au pois de Venize, & pareillement au pois de Lyon & Milan.

De la bonté de l'or & argent, Cap. II.

LA bonté de l'or se cognoist par les caras, & l'or qui a 24 caras est appellé or fin, mais celuy qui n'en a que 18 ou 20 s'appelle non pas or fin, mais or de 18 caras ou 20 caras, & faut entẽdre qu'en iceluy y aura du cuiure meslé, ou de quelque autre matiere. Semblablement le fin argent est appellé argent de 12 onces, & s'entẽdra quelque autre matiere estre meslée auec celui qui n'aura que 8 ou 10 onces, non pas de pois ou quantité, mais de bonté.

GOSSELIN.

Le fin or est imaginé auoir 24 caras, c'est à dire que s'il estoit esprouué par le feu, il ne se diminueroit en riẽ de son pois ou quantité, que s'il se diminue d'vne vingtquatriéme partie de son pois, ou à peu pres : tel or n'est dit estre or fin, mais or de 23 caras, car il perd son vingtquatriéme: semblablemẽt l'or de 18 caras est celuy qui estant mis en la fournaize, s'amoindrit de sa quatriéme partie, & l'or de 20 caras, est celuy qui se diminue d'vne sixiéme partie, & faut entendre qu'en l'or qui n'est estimé auoir 24 caras, mais est d'vn nõbre de caras moindre que 24, c'est à dire estant ietté au feu se diminue, il y a d'autre matiere parmy meslée,

laquelle est ou argent, ou cuiure, ou tous les deux, laquelle matiere est appellée proprement des marchans, tare, comme si l'or est de 19 caras, il y aura 5 caras de tare, car de 19 caras à 24 caras qui est l'or fin, y a d'interualle 5, laquelle tare les orfeures appellent d'vn nom general aloy. Le semblable doit estre entendu en l'argent, sinon qu'en l'or nous imaginõs 24 caras, en l'argẽt 12 onces

Reigle generale pour sçauoir cognoistre de quelle bonté sera l'or ou argent fait de la meslange de diuerses sortes d'or ou argent. Chap. III.

QVELQV'VN a 3 marcs d'argent, qui tient de bonté 4 onces pour marc, & a encor 4 marcs d'argent, qui tient 6 onces de bonté pour marc, & encore a 6 marcs d'autre argent, qui tient de bonté 8 onces pour marc, toutes lesquelles sortes d'argẽt il font ensemble: de quelle bonté sera le marc de telle meslange?

Nous verrons premierement combien il y aura d'argẽt fin en chacune des trois quantitez, en commençant par la premiere, ainsi les 3 marcs d'argent qui tient de bonté 4 onces pour marc, tiendront en tout 12 onces d'argẽt fin, c'est à sçauoir le produit de la multiplicatiõ de 3 par 4 & encor les 4 marcs d'argent de 6 onces de bõté pour marc tiendrõt en tout 24 onces de bonté, qui est le produit de 6 par 4, il y aura donques 24 onces d'argent fin, semblablemẽt

en 6 marcs d'argent de 8 onces de bõté pour marc, il y aura 48 onces d'argent fin, qui eſt le produit de 6 par 8, puis nous aſſemblerons ces trois produits, à ſçauoir 12, 24, 48, & ſera la ſomme 84 onces d'argẽt fin: ſemblablement nous adiouſterons les quãtitez de l'argent, qui ſont 3 marcs, 4 marcs, 6 marcs, & ſera la ſomme 13 marcs, & pourtant 13 marcs tiendrõt de bonté 84 onces: pour ſçauoir maintenant combien chaque marc tiendra de bonté, nous diuiſerõs 84 par 13, & ſera le quotiẽt $6\frac{6}{13}$ d'once, & pourtant nous dirons que de ceſte meſlange en viendra de l'argent, qui tiendra 6 onces $\frac{6}{13}$ de bõté pour marc.

Vn Orfeure a 4 marcs d'or de 18 caras de bonté pour marc, & a encores 6 marcs de 16 caras de bonté le marc, & a encore 2 marcs de 20 caras de bonté le marc, mais il veut fondre tout cecy enſemble, de quelle bonté ſera le marc de ceſte mixtion?

Nous multiplierons le nombre des marcs par le nombre des caras de leur bonté, à ſçauoir 4 par 18, & ferons 72 caras pour 4 marcs, puis 6 par 16, & ferons 96 caras pour les 6 marcs ſecõds, & finalemẽt 2 par 20, & ſera le produit 40 caras pour les troiſiémes marcs: nous aſſemblerons tous ces produits, c'eſt à ſçauoir 72 caras, 96 caras, & 40 caras, & ſera la ſomme 208 caras; nous aſſemblerons encore le nombre des marcs, à ſçauoir 4 marcs, 6 marcs, & 2 marcs, la ſomme ſera 12 marcs: nous diuiſerons la ſomme des caras qui eſt 208, par 12, & ſera le quotient $17\frac{1}{3}$, & de telle bõté ſera le marc d'or de ceſte mixtion, c'eſt à ſçauoir 17 caras $\frac{1}{3}$.

Vn autre a 6 marcs d'or de 96 caras les 6 marcs, & a encor 8 marcs de deux quars les 8 marcs, il veut

fondre ces 8 marcs & 6 marcs ensemble, de quelle bonté sera le marc de telle meslange?

Nous reduirons premieremẽt les deux quars en caras, & ferons 72 caras, lesquels nous adiousterõs à 96 caras que vallent les 6 marcs, & sera la somme 168 caras, nous assemblerons encor 6 marcs & 8 marcs, & ferons 14, par lequel nombre 14 nous diuiserons 168, & sera le quotient 12 caras, nous dirõs donques, que le marc de telle mixtion tiendra 12 caras de bonté.

Reigle pour empirer l'or ou argẽt, ou changer l'or ou argent plus fin en or ou argent de moindre bonté, en diuerses sortes & manieres, auec leur contraire, *Chap.* IIII.

VN orfeure a 40 onces d'or de 21 caras de bõté pour marc, cõbiẽ doit il y adiouster de cuiure pour en faire de l'or à 14 caras de bonté le marc?

Nous multiplierõs les 40 marcs par les caras de sa bõté, à sçauoir par 21 & ferõs 840, que nous diuiserons par le nombre des caras que nous voulõs, c'est à dire par 14, & sera le quotient 60 onces, lesquelles seront de 14 caras de bonté pour marc: or pour sçauoir combien il y faut adiouster de cuiure, nous osterons les 40 onces, de 60 onces & resterõt 20 onces, & autãt d'onces de cuiure il y faudra adiouster.

Contraire.

Vn autre Orfeure a 60 oaces d'or de 14 caras de

bonté pour marc, & il en veut faire de l'or de 12 caras y adioustant encor de l'or, combien y en doit il adiouster?

Pour ce faire nous osterons les 14 caras de bonté du nombre des caras que tient l'or fin, à sçauoir de 24 caras, & resteront 10 caras: semblablement nous osterons 21 caras que nous voulons de 24 caras, & resteront 3 caras, puis nous multiplierons les 10 caras de tare par nos 60 onces, qui n'ont que 14 caras de bonté pour marc, & ferons 600, lequel produit nous diuiserons par les 3 caras, qui sont restez apres auoir osté 21 de 24, & sera le quotient 200 onces, & autãt d'onces deuront estre en ceste nouuelle mixtion, en nombrant les onces d'or que nous y deuõs adiouster: ostons donques les 60 onces de 200 onces, & nous resteront 140 onces, & autant d'onces d'or il aura fallu adiouster: la preuue se fera par la precedente operation.

Vn autre a 60 onces d'or de 18 caras pour marc, ausquelles il a adiousté 36 onces de cuiure; on demande de quelle bonté est l'or de ceste mixtion.

Nous multiplierõs 60 par 18, & ferons 1080, semblablement nous adiousterons 36 à 60, & sera la somme 96, par laquelle nous diuiserons 1080, le quotient sera 11 $\frac{1}{4}$, & d'autant de caras sera l'or de ceste meslange.

Vn autre a 60 marcs d'argent, qui tient 6 onces de bonté pour marc, mais il veut faire de l'argent qui tienne 5 onces de bonté pour marc, combien doit y doit il adiouster de cuiure?

Nous verrons premierement combien il y a d'argent fin en 60 marcs, en multipliant 60 par 6, qui est

eſt le nombre des onces de la bonté de ſon marc, & ſera le produit 360, & pour autãt que nous ne voulons que faire de l'argent qui ait 5 onces de bonté pour marc, nous dirons par la reigle de trois: ſi 5 onces font 1 marc, combien en feront 360 onces? nous trouuerons 72 marcs: or pour ſçauoir combien il y a fallu adiouſter de cuiure, nous oſterons 60 de 72, & reſteront 12, pour ceſte cauſe nous dirõs qu'il y a fallu adiouſter 12 marcs de cuiure. La preuue ſera, que 60 marcs à 6 onces le marc font 360 onces, & auſſi 72 marcs à 5 onces le marc font 360 onces.

Vn autre a 36 marcs d'argent, qui tient 6 onces de bonté pour marc, & a encor 24 marcs d'argent qui tiẽt 7 onces de bonté pour marc: il veut meſler enſemble ces deux ſortes d'argent, & en faire de l'argent qui n'ait que 5 onces de bõté pour marc, combien y doit il adiouſter de cuiure?

Nous verrons premierement, combien il y aura d'argent fin en ces deux quantitez, & trouuerons qu'en 36 marcs à 6 onces pour marc, y en aura 216 onces, à ſçauoir le produit de 6 par 36, & en 24 marcs à 7 onces, y en aura 168 onces, c'eſt à dire le produit de 7 par 24, leſquels deux produis, à ſçauoir 216 & 168, font enſemble 384, il y aura donques 384 onces de fin argẽt en ces deux quãtitez, & puis que nous en voulons faire de l'argent qui ait 5 onces de bonté pour marc, nous dirons? Si 5 onces nous donnent vn marc, cõbien de marcs donneront 384 onces? nous aurons 76 $\frac{4}{5}$ de marc: pour ſçauoir maintenãt combien il y a fallu adiouſter de cuiure, nous adiouſterons 36 marcs & 24 marcs, & ſera la ſom-

me 60 marcs, laquelle nous osterõs de 76 $\frac{4}{5}$ de marc & resteront 16 $\frac{4}{5}$ de marc, & autant de cuiure il a fallu adiouster à 24 marcs & 36 marcs de telle bonté que dessus : la preuue sera que 24 marcs à 7 onces, & 36 marcs à 6 onces tiennent 384 onces d'argent fin, & autant en tiennent 76 $\frac{4}{5}$ de marc à 5 onces de bonté pour marc, à sçauoir 384 onces.

Reigles generales pour toutes sortes de diminutions d'or & argent, selon le pois, prix, ou bonté, mesl anges & changemens, necessaires à tous orfeures, argentiers, & maistres de monnoyes, auec leur contraire, Chap. V.

QVELQV'VN a 60 marcs d'argent, qui tient 6 onces de bõté pour marc, & veut faire de l'argent qui tienne seulement 5 onces, combien de cuiure y doit il adiouster?

Nous verrons premieremẽt combien il y a d'onces d'argent fin en ces 60 marcs, & nous le trouuerons en multipliant 60 par 6 (car autant d'onces de bonté tient chaque marc) & sera le produit 360, il y aura donques 360 onces d'argent fin en ces 60 marcs, & pour autant que nous ne voulons de l'argent que de 5 onces de bõté pour marc, nous dirõs par la reigle de trois: Si 5 onces font vn marc, combien en feront 360? nous aurons en diuisant 360 par 5, 72 marcs: or pour sçauoir combien il y faut adiouster de cuiure, no⁹ osterõs les 60 marcs de 72 marcs

& resteront 12 marcs de cuiure, qu'il faut adiouster aux 60 marcs à 6 onces de bõté pour marc: la preuue sera que 60 marcs à 6 onces de bonté pour marc font 360 onces d'argẽt fin, & autãt en font 72 marcs à 5 onces de bonté pour marc.

Vn autre a 36 marcs d'argent, qui tient 6 onces de bonté pour marc, & a encor 24 marcs qui tiẽnẽt 4 onces de bõté pour marc: il veut faire de ces deux sortes d'argent tel argent, qui ait 7 onces de bonté pour marc: combien faut il qu'il y adiouste d'argẽt fin, & combien y aura il en tout?

Nous verrons premierement combien il y a de cuiure en ces deux quantitez, en commenceãt aux 36 marcs de 6 onces le marc, & pourtant ils tiendront 2 onces de cuiure pour marc, la raison est que de 6 à 8 il y a 2, & chaque marc peze 8 onces, & tous les 36 marcs auront deux fois 36 onces, c'est à dire, 72 onces de cuiure: semblablemẽt les 24 marcs à 4 onces de bonté pour marc ont 4 onces de cuiure pour marc, & les 24 marcs vingtquatre fois 4 onces de cuiure, à sçauoir 96 onces de cuiure: nous assemblerons ces onces de cuiure, à sçauoir 72 & 96, & sera la somme 168 onces de cuiure, qui sont en toutes les deux quãtitez, & pourautant que nous voulons faire tel argent qui ait 7 onces de bonté pour marc, il y aura vne once de cuiure en cest argent, car de 7 onces à 8 onces qui font vn marc, il y a vne once: puis nous dirons par la reigle de trois: si 1 once de cuiure nous donne vn marc d'argent à 7 onces de bonté, combien nous donneront de tel argent 168 onces de cuiure, qui ont esté trouées aux deux quantitez d'argent? nous aurons 168 marcs de cest

argent qui a 7 onces de bonté pour marc : pour cognoistre maintenant combien il y à d'argent adiousté, nous assemblerons les 36 marcs & 24 marcs, & sera la somme 60 marcs, que nous osterons de 168 marcs, & resteront 108 marcs, & autant d'argent il falloit adiouster aux 36 & 24 marcs : & qu'il soit ainsi les 36 marcs à 6 onces, & 24 marcs à 4 onces, ont en somme 168 onces de cuiure, & autant en ont les 168 marcs à 7 onces de bonté pour marc, car de 7 à 8, qui est vn marc, y a 1, & vne fois 168 font 168.

Vn autre a de l'argent qui tient 8 onces de bonté pour liure, & a encor d'autre argẽt qui tient 10 onces de bonté pour liure, & veut faire vn bassin d'argent qui peze 30 liures à 6 onces de bonté la liure, combien luy faudra il prendre de chacune sorte, en voulant autant de l'vne que de l'autre, & combien de cuiure y deura il adiouster ?

Nous prendrons vne liure de chacune sorte, qui seront adioustées ensemble 18 onces de fin argent, car la liure du premier argent tient 8 onces, & la liure du dernier 10 onces, qui font 18 onces d'argent fin sur les deux liures : apres nous verrons combien les 30 liures à 6 onces d'argent fin pour liure tiennent d'onces d'argent fin, en multipliant 6 par 30, & nous aurons 180 onces de fin argent, qu'auront les 30 liures à 6 onces pour liure, lesquelles 180 onces nous diuiserons par 18, & sera le quotient 10, & autant de liures d'argent il faudra prẽdre de chacune sorte : or pour sçauoir combien il y faut adiouster de cuiure : nous osterons 10 & 10 (car autant nous en prenons des deux sortes d'argent) à sçauoir 20 de 30, & resteront 10 liures, & autant de liures de

cuiure il y faudra adiouſter. La preuue ſera, que 30 liures à 6 onces font 180 onces, auſſi font 10 liures à 10 onces, & 10 liures à 8 onces, c'eſt à ſçauoir 100 & 80 onces.

Vn autre a deux ſortes d'argent, la premiere ſorte tient 4 onces de bonté pour marc, & l'autre tient 6 onces, & veut faire 100 marcs de ces deux ſortes, qui tiennẽt 7 onces d'argẽt pour marc, mais il veut faire en ſorte qu'il y mette trois fois autãt de celuy qui tient 4 onces, que de celuy qui en tient 6, combien en doit il prendre de chacun, & combien d'argent y doit il adiouſter?

Nous verrons premierement cõbien tiennent de cuiure les 100 marcs, à 7 onces de bonté le marc: or chaque marc tient vne once de cuiure, car de 7 à 8 qui eſt vn marc il y a vn, & pourtant les 100 marcs tiendront 100 onces de cuiure: Apres nous verrõs que tient de cuiure le marc d'argẽt à 4 onces, & à 6 onces, or celuy de 4 onces de bõté tient 4 onces de cuiure pour marc, car de 4 à 8 il a 4, & celuy de 6 onces de bonté tient 2 onces pour marc, car de 6 à 8 il y a 2, mais il veut trois fois autãt de celuy qui tiẽt 4 onces, que de celuy qui tiẽt 6 onces, & celuy de 4 onces a 4 onces de cuiure pour marc, celuy qui a 6 onces n'en a que 2, pour ceſte cauſe nous prẽdrons trois fois autant de celuy qui tient 4 onces de cuiure, que de celuy qui en tient 2, puis qu'il en veut trois fois autãt que de ceſtui-cy, le triple de 4 eſt 12, nous adiouſterons 12 onces de cuiure auec 2 onces de cuiure, la ſomme ſera 14 onces de cuiure, apres nous dirons par la reigle de trois: ſi 14 onces de cuiure nous donnent vn marc d'argent, combien nous

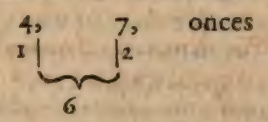
donneront 100 onces de cuiure, que tiennẽt les 100 marcs à 7 onces de bonté le marc? nous aurons $7\frac{1}{7}$ de marc, & autant il deura prendre de celuy qui tiẽt 6 onces, le triple de $7\frac{1}{7}$ est $21\frac{3}{7}$, & autant il deura prẽdre de celuy qui tient 4 onces de bonté, maintenãt pour cognoistre combien d'argent il y deura adiouster, nous adiousterons ensemble $7\frac{1}{7}$ & $21\frac{3}{7}$, & sera la somme $28\frac{4}{7}$ de marc, que nous osterons des 100 marcs qu'il veut auoir, & resteront $71\frac{3}{7}$ de marc, & autant il y deura adiouster d'argent. Pour en faire la preuue, nous verrons premierement combien tiẽnent d'argent les $21\frac{3}{7}$ de marc à 4 onces pour marc, en multipliant 4 par $21\frac{3}{7}$, nous trouuerõs qu'ils tiẽdront $85\frac{5}{7}$ d'onces d'argent, semblablement nous verrons combien tiennent d'argent les $7\frac{1}{7}$ de marc à 6 onces pour marc, & nous aurons en multipliant $7\frac{1}{7}$ par 6, $42\frac{6}{7}$ d'onces d'argent. Finalement nous verrons combien tiẽnent d'argent $71\frac{3}{7}$ d'argent fin: nous le trouuerõs en multipliant $71\frac{3}{7}$ par 8, car autant d'onces contient le marc, & nous aurons $571\frac{3}{7}$ d'onces d'argẽt: puis nous adiousterõs $85\frac{5}{7}$ que tiẽnent $21\frac{3}{7}$ de marc à 4 onces le marc, & $42\frac{6}{7}$ que tiẽnent $7\frac{1}{7}$ de marc à 6 onces, & finalement $571\frac{3}{7}$ que tiẽnent $71\frac{3}{7}$ de marc d'argẽt fin, la somme sera 700 onces d'argent, & autant en tiennent les 100 marcs à 7 onces le marc.

Reigle d'Alligation, Chap. VI.

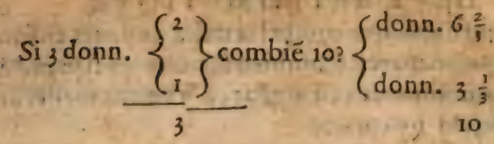
Vn Orfeure a de deux sortes d'argẽt, l'vne desquelles tient 7 onces de bõté pour marc, & l'autre 4 onces de bonté seulement, or il veut faire vne douzaine de tasses d'argent de 6 onces de bõté pour marc,

& veut encor que toutes les tasses ne pezēt ensemble que 10 marcs: Combien faudrail qu'il prēne de chacune sorte de cest argent, n'y voulāt mesler autre argent ny cuiure?

Pour faire ceste ratiocination, il faut escrire les deux sortes d'argēt, ainsi qu'on peut voir cy dessous & mettrons vn peu plus bas la ligue que nous voulons faire, c'est à sçauoir 6 onces, laquelle necessairement doit estre plus grande que l'vne des deux autres ligues, & plus petite que l'autre, car autremēt la chose seroit impossible.



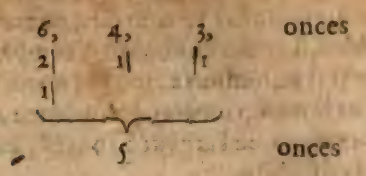
Cecy estant ainsi fait, nous prendrons la difference de 6 à la plus grande des deux autres ligues, à sçauoir à 7, qui est 1, laquelle nous escrirons dessous la plus petite, c'est à dire dessous 4: semblablement nous prendrōs la difference de 6 à la plus petite ligue, qui est 4, la difference est 2, que nous escrirons dessous la plus grande ligue qui est 7: ce qui signifie que quand nous prēdrons vne once de l'argent qui a 4 onces de bonté, il nous en faudra prendre 2 de l'autre qui a 7 onces de bonté, nous adiousterons donques 1 & 2, la somme sera 3, puis nous dirōs par la reigle de trois, ou la reigle de cōpagnie. Si 3 nous donnent 2, nous donnent 1, combien nous donneront 10? Nous aurons à cause de 2, 6 $\frac{2}{3}$, & à raison de 1, 3 $\frac{1}{3}$, ainsi qu'il apparoist.



Et pourtant il faudra prendre 6 $\frac{2}{3}$ de marc de celle ſorte d'argent qui tient 7 onces de bonté (car 2 ſont eſcris deſſous 7) & 3 $\frac{1}{3}$ de l'autre qui tient 4 onces de bonté ſeulemẽt, (car 1 eſt eſcrit deſſous 4) La preuue ſera que 6 $\frac{2}{3}$ de marc d'argent à 7 onces, tiennent 46 $\frac{2}{3}$ d'onces d'argent, & 3 $\frac{1}{3}$ de marc à 4 onces tiennent 13 $\frac{1}{3}$ d'onces d'argent, leſquelles quãtitez, à ſçauoir 46 $\frac{2}{3}$ & 13 $\frac{1}{3}$ font adiouſtées 60 onces d'argent, & autant en tiennent 10 marcs à 6 onces de bonté le marc, à ſçauoir 60 onces d'argent fin, & ceſte reigle ſoit generale pour toutes autres ſemblables.

Vn autre Orfeure a de l'argent de trois ſortes, la premiere deſquelles tient 6 onces d'argent fin pour marc, la ſeconde tient 4 onces, la troiſiéme tient 3 onces, & de ces trois ſortes il veut faire 60 marcs à 5 onces pour marc, combien doit il prendre de chacune ſorte, n'y voulant adiouſter ny autre argent, ny cuiure?

Pour autant que noſtre ligue, qui eſt 5 onces, eſt plus grande que l'vne des trois autres ligues, & encor plus petite qu'vne d'icelles, pour ceſte cauſe la choſe eſt poſſible, autremẽt non: nous eſcrirõs dõques les trois ligues 6, 4, 3, ainſi qu'on peut voir, & la ligue qu'il faut faire, à ſçauoir 5, deſſous les trois autres.



Cecy estant ainsi fait, nous prendrons la difference de la plus grande des ligues, à sçauoir de 6 à 5, qui est 1, que nous escrirons dessous la plus petite ligue, c'est à sçauoir dessous 3, semblablement nous prendrons la difference du mesme 5 à la plus petite ligue, c'est àsçauoir à 3, qui est 2, que nous escrirons dessous la plus grande ligue, c'est à dire dessous 6 : apres nous recommencerons aux deux plus grandes de tout le reste, en laissant la plus petite, qui est 3, ainsi nous prendrons la differẽce de 5 à la plus grande qui est 6, la differẽce est 1, que nous escrirons dessous la plus petite des deux, qui sont restées, à scauoir dessous 4, & finalement nous prendrons la difference de 5 à la plus petite ligue de ces deux, à scauoir à 4, qui est 1, laquelle nous escrirons dessous la plus grande, qui est 6, ainsi nous aurons dessous 6, 3, dessous 4 1, & dessous 3, 1, qui est à dire, que quand nous prendrons trois marcs de l'argent à six onces de bõté pour marc, il nous faudra prendre vn marc de l'argent à 4 onces, & vn marc de l'argent à 3 onces, & pourtant nous adiousterons ces 3 nombres 3,1,1, la somme sera 5 : puis nous dirons par la reigle de 3 en compagnie. Si 5 nous donnent 3, nous donnent

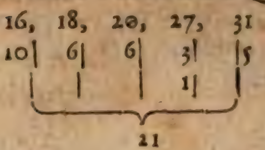
1, nous donnent 1, combien nous donnerons 60? ou bien, si 5 nous donnent 60, combien nous dōneront 3? 1? & 1? & nous aurons 36 marcs de l'argent à 6 onces le marc, 12 marcs de l'argent à 4 onces, & encor 12 marcs de l'argent à 3 onces, ainsi qu'il apparoist cy dessous.

Si 5 donn.	3 1 1	combiē 60?	donn. 36 m. donn. 12 m. donn. 12 m.
	5		60 m.

Si 5 donn. 60, combien	3? 1? 1?	donn.	36 m. 12 m. 12 m.
	5		60 m.

Vne communauté veut faire faire vne cloche de cinq sortes de metaux, desquels le cent du premier vaut 16 liures, le cent du second vaut 18 liures, le cēt du troisiéme vaut 20 liures, le cent du quatriéme vaut 27 liures, & le cent du cinquéme vaut 31 liure, & veut que la cloche peze precisément 2325 liures, & si n'y veut employer que 488 liures 5 sols, cōbien faut il prendre de chaque metal?

Nous dirons premierement: si 2325 liures vallent 488 $\frac{1}{4}$ l. combien vallent 100 liures? elles vaudront 21 l. exactement: Cecy ainsi fait, nous mettrons 16, 18, 20, 27, 31, & 21 vn peu dessous, ainsi qu'il apparoist.



Apres nous lierons le plus grand nombre auec le plus petit, à sçauoir 16 auec 31, 18 auec 27, & 20 auec 27, à raison qu'il n'y a point d'autre nombre, auec lequel nous le puissions lier, nous lierõs doncques premierement 16 & 31, en disant, la difference de 16 à 21 est 5, que nous escrirons dessous 31, semblablement la differẽce de 31 à 21 est 10, que nous mettrõs dessous 16: apres nous lierõs les deux nombres prochainement plus grãds, qui sont 18 & 27, en disant, La difference de 21 à 27 est 6, que nous escrirõs dessous 18, & la difference de 21 à 18 est 3, que nous mettrons dessous 27: finalement nous lierons les deux prochainement plus grãds, qui sont 20 & 27, à cause qu'il n'y a point d'autre nombre qui responde à 20, en disant, la difference de 21 à 27 est 6, que nous escrirons dessous 20, semblablement la difference de 21 à 20 est 1, que nous mettrons dessous 27: ainsi nous aurons dessous 16, 10, dessous 18, 6, dessous 20, 6, dessous 27, 3 & 1, c'est à dire 4, dessous 31, 5: Apres nous assemblerõs tous ces nombres escrits dessous, à sçauoir 10, 6, 6, 4, 5, & sera la somme 31, & nous dirons par la reigle de trois ou de compagnie. Si 31 nous donnent 10, nous donnent 6, nous donnẽt 6, nous donnent 4, nous donnẽt 5, combien nous dõneront 2325 liures? nous aurons apres auoir fait noz operations 750 liures du metal à 16 l. le cent, 450 li-

ures du metal à 18 l. le cent, 450 liures du metal à 20 l. le cent, 300 liures du metal à 27 l. le cẽt, & finalement 375 liures du metal à 31 l. le cent, ainsi qu'il apparoist cy apres.

Si 31 dõn.	10	combien donn. 2325?	750 liures.	
	6		450 liures.	
	6		450 liures.	
	4		300 liures.	
	5		375 liures.	
	31		2325 liures.	

GOSSELIN.

Quelqu'vn a acheté 6 marcs d'argẽt à 10 escus le marc, & 8 marcs d'autre argent à 12 escus le marc, & encor 10 marcs d'autre argẽt à 6 escus le marc, on demãde à cõbien luy reuiendra le marc qui sera fait de ceste meslange.

Pour ce faire, nous multiplierõs chaque nombre de marcs par le prix que couste le marc, & assemblerons tous ces produis, & diuiserõs la somme par la somme de tous les marcs, & le quotient sera le prix du marc de telle mixtion: comme en cest exemple, nous multiplierõs 6 par 10, & sera le produit 60, semblablement 8 par 12, & sera le produit 96, encor 10 par 6, & sera le produit 60: lesquels trois produis, 60, 96, & 60, font adioustez 216, maintenant nous adiousterons tous les marcs, à sçauoir 6 marcs, 8

marcs, & 10 marcs, & sera la somme 24 marcs: nous diuiserõs 216 c'est à dire 216 escus (car le prix du nõbre des marcs estoit d'escus) par 24, & sera le quotient 9 escus, & à autant nous reuiẽdra le marc d'argent de ceste meslange.

Autre exemple.

Vn autre a acheté 6 marcs d'argent, au prix de 18 l. 5 sols le marc, & 4 marcs d'autre argent, au prix de 15 l. 12 sols le marc, & encor 5 marcs d'autre argent, à raison de 12 liures 2 sols le marc, & finalemẽt 3 marcs d'autre argent, au prix de 10 liures 1 sol le marc, il veut mesler tous ces marcs d'argent ensemble, à combien luy reuiendra le marc de ceste meslange?

Pour ce faire, nous multiplierons chaque quantité d'argent par son prix, & premierement 6 marcs par 18 liures 5 sols, & sera le produit 109 l. 10 sols, apres nous multiplierons 4 marcs par 15 liures 12 sols, & sera le produit 62 liures 8 sols, encor nous multiplierons 5 marcs par 12 l. 2 sols, & sera le produit 60 liures 10 sols, finalement nous multiplierõs 3 marcs par 10 l. 1 sol, & sera le produit 30 liures 3 sols: ainsi nous adiousterons tous ces produits, c'est à sçauoir 109 l. 10 sols, 92 l. 8 sols, 60 l. 10 sols, 30 liur. 3 sols, & sera la somme 261 l. 11 sols, laquelle nous diuiserõs par la somme du nombre de tous les marcs, qui sont 6, 4, 5, & 3, la somme 18, & sera le quotient 14 liures 10 $\frac{11}{18}$ sols, & à autant reuiendra le marc de ceste mixtion: la preuue est l'operation mesme.

Reigle pour les Tauerniers, & tous autres Marchans, qui peuuent mesler leurs marchandises l'vne auec l'autre,

Chap. VII.

VN Tauernier a deux sortes de vin, l'vne desquelles vaut 18 sols le broc, & l'autre 24 sols le broc, mais il veut auoir 60 brocs de vin à 20 sols le broc, combien doit il mester de l'vn & l'autre vin, en sorte qu'il n'y perde ne gaigne?

Il faut qne le prix qu'on veut faire soit moindre que l'vn des autres prix, & plus grand que l'autre, comme en cest endroit, 20 sont plus grands que 18, & moindres que 24, & pour ceste cause la chose est possible, autremēt elle ne peut estre faite: Or pour ce faire nous escrirons les deux prix, c'est à sçauoir 18 sols & 24 sols, ainsi qu'il apparoist, & le prix que nous voulons faire, qui est 20 sols, nous l'escrirons vn peu dessous, en ceste façon:

18 sols   24 sols
4| |2
20 sols

Apres nous lierons 18 & 24 auec 20, ainsi que nostre autheur a enseigné par cy deuant, en disant, la difference de 20 à 24, qui est le plus grand nombre de 18 & 24, est 4, que nous escrirons dessous 18, qui est le plus petit: semblablement la difference de 20 à 18 est 2, que nous escrirons dessous 24, qui est le nombre plus grand. Cecy ainsi fait, nous assemblerons 4 & 2, & sera la somme 6: Or que 4 soient es-

crits dessous 18 sols,& 2 dessous 24 sols,ne veut dire autre chose, sinon que quãd nous prẽdrons 4 bros du vin à 18 sols,il nous en faudra prendre 2 du vin à 24 sols,nous dirons donc par la reigle de trois.Si 6, qui est la somme 4 & 2,nous donnent 2, nous donnent 4,combien nous donnerõt 60 bros ? nous aurons 40 bros du vin à 18 sols, & 20 du vin à 24 sols, ainsi comme on peut voir cy dessous.

Si 6 donn. { 4 / 2 } combien donn. 60 { donn. 40 b. / donn. 20. b.

6 — 60 b

La preuue sera, que 40 bros à 18 sols, & 20 bros à 24 sols, font 60 l. & autant vallent 60 bros à 20 sols le broc.

Vn autre Cabaretier a trois sortes de vin : le premier vaut 36 deniers la pinte : le secõd 24 den. la pinte: le troisiéme 18 deniers la pinte: or iceluy veut faire 100 pintes de vin à 30 deniers la pinte, de la mixtion de ces trois sortes de vin, combien doit il prendre de chaque sorte de vin, sans perdre ny gaigner?

Pour ce faire nous mettrõs les trois premiers prix c'est à sçauoir 36 deniers, 24 den. & 18 deniers, ainsi qu'il apparoist, & le prix qu'on demande qui est 30 deniers vn peu dessous.

36 d.	24 d.	18 d.
12	6	6
6		

30 d.

Apres nous lierons 36 & 18, qui sont le plus grand & plus petit, en disant: la difference de 30 à 36 est 6, nous escrirõs 6 dessous le plus petit, qui est 18, semblablement la difference de 30 à 18 est 12, que nous escrirons dessous 36: apres nous lierons 36 & 24, qui sont les deux nombres prochainement l'vn le plus grand, l'autre le plus petit, en disant: la difference de 30 à 36 est 6, que nous escrirons dessous 24, semblablemẽt la differẽce de 30 à 24, est 6, que nous escrirons dessous 36: Apres nous assemblerons 18, 6, & 6, & sera la somme 30, puis nous dirons par la reigle de trois: Si 30 nous donnẽt 18, nous dõnent 6, nous donnent 6, combien nous donneront 100? nous aurons 60 pintes du vin à 36 deniers, 20 pintes du vin à 24 deniers, & 20 pintes du vin à 18 deniers, ainsi qu'il apparoist cy dessous: la preuue sera que 60 pintes à 36 deniers la pinte, & 20 pintes à 24 deniers, & 20 à 18 deniers, font ensemble 12 $\frac{1}{2}$ liures, & autant vallent 100 pintes à 30 deniers la pinte.

Si 30 pintes dõn.	18 p.	cõb. 100 p.	donn. 60 pin.
	6 pi.		donn. 20 pin.
	6 pi.		donn. 20 pin.

GOSSELIN.

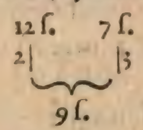
Demonstration.

Pour demonstrer ceste reigle d'Alligation, nous donnerons premierement vn exẽple en deux nombres, puis en trois, & le

le semblable sera entendu en tant de nombres qu'on voudra: Soit dõques cest exẽple premierement en deux nombres.

Vn Apoticaire a de deux sortes d'huile, la premiere vaut 12 s. la liure, & la seconde ne vaut que 7 sols la liure: il veut faire 18 liures d'huile à 9 sols la liure, combiẽ faut jl qu'il prenne de l'vn & l'autre sorte, tellement qu'il n'y perde ny gaigne?

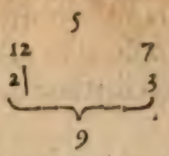
Nous escrirons le prix des deux sortes qu'il a vn peu plus haut, & le prix qu'il veut faire vn peu plus bas, ainsi qu'il apparoist.



Apres nous prendrons la difference de 9 à 12, qui est 3, que nous escrirons dessous 7, semblablement nous prendrons la differẽce de 9 à 7, qui est 2, que nous escrirõs dessous 12: Nous disons que pour faire 5 liures d'huile au prix qu'il demande, à sçauoir à 9 sols, il faudra qu'il prenne 2 liures de l'huile à 12 sols, & 3 liures de l'huile à 7 sols.

Or nous prenons 5 pour la somme de 2 & 3, mais nous vouliõs faire 18 liures: nous dirons donq par la reigle de trois. Si 5 nous

donnent 2, nous donnét 3, combien nous donneront 18? nous aurons 7 $\frac{1}{5}$ de liure de l'huile à 12 ſols, & 10 $\frac{4}{5}$ de liure de l'huile à 7 ſols: Il nous reſte à demõſtrer que pour faire 5 liures d'huile à 9 ſols la liure, il nous faudra prendre 2 liures de l'huile à 12 ſols, & 3 liures de l'huile à 7 ſols. Or cecy n'eſt autre que demõſteer que le produit de 5 par 9, eſt égal au produit de 2 par 12, & 3 par 7, la raiſon eſt pour autant que 5 liures à 9 ſols la liure vallent le produit de cinq par 9, c'eſt à dire 45 ſols, & ſemblablemét 2 liures à 12 ſ. la liure, vallent le produit de 2 en 12, c'eſt à ſçauoir 24 ſols, & 3 liures à 7 ſols vallent le produit de 3 en 7, c'eſt à dire 21 ſols, il faut dõques que ces deux prix, c'eſt à ſçauoir 24 ſols & 21 ſols ſoiét égaux à l'autre prix, à ſçauoir 45 ſols: car ainſi on n'y perdra ny gaignera, qui n'eſt autre choſe que le produit de 5 en 9 ſoit égal au produit de 2 en 12, & de 3 en 7, ce qui eſt aſſez facile à demonſtrer par la premiere du ſecund d'Euclide, laquelle nous auons demonſtree Arithmetiquement ſur le chapitre de la multiplication au ſecond liure de ceſte partie.



Et pour ce faire nous osterons 7 de 12, & resteront 5 : ainsi par ce premier du second d'Euclide, le produit de 2 en 12 sera égal au produit de 2 en 5, & de 2 en 7, il y a encor vn produit qui est de 3 en 7, mais le produit de 2 en 7, & de 3 en 7 sont égaux au produit de la somme de 2 & 3, qui est 5, en 7, par le mesme theoreme, nous auons donques maintenant le produit de 5 en 7, & de 2 en 5, c'est à dire de 5 en 2, mais le produit de 5 en 7, & de 5 en 2, sont égaux au produit de 5 en la somme de 7 & 2, qui est 9, par le mesme theomeme: or 9 est la somme de 7 & 2, 5 est la somme de 2 & 3, le produit donques de 9 en 5 est égal au produit de 2 in 12, & de 3 en 7, ce qu'il falloit demonstrer.

Demonstrons le encor en trois nombres, & pour ce faire donnons cest exemple.

Vn Orfeure a trois sortes d'or, la premiere tient 20 caras de bonté pour marc, la seconde 16 caras de bonté, la trosiéme 12 caras : or iceluy veut faire vnes armilles d'or

qui tienne 18 caras de bonté pour marc, & veut que preciſémẽt elles pezent 6 marcs, combien faut il qu'il prẽne de chacune ſorte d'or ?

Pour ce faire nous eſcrirons les trois ſortes d'or, & la ligue que nous voulons faire vn peu deſſous, ainſi qu'il apparoiſt.

20 car.	16 car.	12 car.
6 marcs		2 ma.
2 marcs	2 ma.	
8 marcs		

18 caras

Puis nous lirõs 20 & 12 auec 18, ainſi que nous auons monſtré par cy deuant, & y aura deſſous 20, 6, & deſſous 12, 2, Nous lierõs encor 16 & 20 auec 18, & y aura deſſous 20, 2, & deſſous 16, 2, puis nous aſſemblerõs 6 & 2, & ſera la ſomme 8, que nous eſcrirons deſſous 20, au lieu de 6 & 2, la ſomme de 8, 2 & 2, eſt 12, & pourtant nous dirons que pour faire 12 marcs, à 18 caras de bõté pour marc, il faudroit prẽdre 8 marcs de l'or à 20 caras, 2 marcs de l'or à 16 caras, & encor 2 marcs de l'or à 12 caras, mais nous ne voulions que 9 marcs, nous dirõs donques par la reigle de trois : Si 12 nous donnent 8, nous donnent 2, nous donnẽt 2, combien

nous donnerõt 6? & nous aurons 4 marcs de l'or à 20 caras, 1 marc de l'or à 16 caras, & vn marc de l'or à 12 caras: Il nous reste à demõstrer, que pour faire 12 marcs à 18 caras de bonté le marc, il faut 8 marcs de l'or à 20 caras, 2 marcs de l'or à 16 caras, & encor 2 marcs de l'or à 12 caras, ce qui n'est autre chose que demõstrer, que le produit de 12 en 18; est égal au produit de 8 en 20, de 2 en 16, & de 2 en 12, car ainsi il y aura autant de caras d'vne part que d'autre, ainsi que nous auons enseigné plusieurs fois par cy deuant. Or nous auõs lié *20* & 12 auec 18, semblablemẽt 20 & 16 auec 18, dõques par la demõstration precedẽte, le produit de 6 & 2 en 18 sera égal au produit de 6 en 20, & de 2 en 12, & encor le produit de 2 & 2 en 18 sera égal au produit de 2 en 16, & de *2* en 20: ainsi le produit de *6*,*2*,2, & *2* en 18, sera égal au produit de 6 & *2* en *20*, de *2* en 16, & de 2 en 12: & partãt par la premiere du second d'Euclide, le produit de la sõme de 6,2,2, & 2, qui est 12, en 18, sera égal au produit de la sõme de 6 & 2, qui est 8, en 20, de 2 en 16, & de 2 en 12, ce qu'il faloit demonstrer. Ainsi ceste demõstratiõ sera generale en tant de nõbres & ligues qu'on voudra.

RECVEIL DV SEIZIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE DV *traité general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

De la premiere partie ou espece de Helcataym, dite position simple, ou premiere,

CHAPITRE I.

CElle est appellee position simple, auec laquelle simplemét faite à plaisir on viēt en la cognoissance de la chose qu'ō cherchoit: laquelle simple position aucuns ont appellé premiere position : or afin que la chose soit plus intelligible, nous viendrons aux exēples qui peuuent estre resolus par icelle, & sans l'aide de la double, de laquelle nous parlerons au liure suiuant.

Quatre ont à partir entr'eux 128 l. en telle sorte que le second doit auoir 2 liures 8 sols plus que le premier, le trosieéme 3 liures 4 sols plus que le secōd,

&le quatriéme 5 liures 12 sols plus que le troisiéme, combien en doit emporter vn chacun pour sa part?

Pozons que le premier aye 20 l. pour sa part, le second aura 22 l. 8 sols, le troisiéme 25 l. 12 sols, & le quatriéme 31 l. 4 sols, lesquelles portions nous adiousterons ensemble, & sera la somme 99 l. 4 sols, mais elle deuoit estre 128 liures, nous osterōs donc 99 l. 4 s. de 128 l. & resteront 28 l. 16 sols, que nous partirons par le nōbre des hommes, c'est à sçauoir par 4, & sera le quotient 7 l. 4 sols, lequel nous adiousterons à la somme des deniers que nous auons fait pour vn chacun d'iceux: ainsi le premier que nous auons pozé auoir 20 l. aura 27 l. 4 sols, le secōd 29 l. 12 sols, le troisiéme 32 l. 16 sols, le quatiéme 38 l. 8 sols, & ces sommes adioustées font 128 l.

Quelque Seigneur sortant de son hostel rencontre en son chemin vn sien seruiteur, & commande à son Argentier qu'il luy donne la moitié des escus qu'il auoit en sa bourse, & 1 dauantage: encor voicy venir vn autre sien amy, auquel il fait dōner le tiers des escus qui estoient restez à son Argentier, & 2 de surplus, enfin allant plus outre il a eu pitié d'vn pauure, & luy a fait donner le quart des escus qui estoient restez à son Argentier, & encore 4 apres: cest Argentier a trouué de reste 26 escus: auec combien d'escus est-il sorty de l'hostel de son Seigneur?

Premierement pourautant qu'il a donné vn quart de ce qui luy restoit, & 4 dauantage, au pauure qu'il a rencontré, & luy restoient 26 escus, nous adiousterons ces 26 de reste à 4 qu'il a donnez de surplus, & ferons 30, puis nous multiplierons 30 par 4, à raison qu'il a donné $\frac{1}{4}$, & ferons 120, lesquels

nous diuiſerons par 3, & ſera le quotient 40, auquel nombre nous adiouſterons 2, qu'il a donnez de ſurplus au ſecõd, la ſomme ſera 42, laquelle nous multiplierons par 3, & ſera le produit 126, que nous diuiſerons par 2, le quotient ſera 63, auquel nous adiouſterons 1, qu'il a donné de ſurplus, la ſomme ſera 64, laquelle nous multiplierons par 2, & ſera le produit 128, & auec autant d'eſcus cet Argentier eſt ſorty de l'hoſtel de ce Seigneur.

GOSSELIN.

Ceſte façon que baille noſtre autheur eſt bien vraye, mais auſſi bien obſcure, & d'icelle on n'en pourroit tirer vne façon generale, ce que nous demandons: donnons en dõcques vne façon courte & generalle.

Nous adiouſterõs les 4 de ſurplus qu'il a dõnez au dernier auec ce qui luy eſt reſté, ſçauoir eſt 26, la ſomme ſera 30, laquelle nous diuiſerons par $\frac{3}{4}$, car il a donné $\frac{1}{4}$ au dernier, & depuis $\frac{1}{4}$ iuſques à vn entier, c'eſt à ſçauoir à $\frac{4}{4}$, il y a $\frac{3}{4}$, nous diuiſerons donc 30 par $\frac{3}{4}$, & ſera le quotient 40, auquel nous adiouſterons ce qu'il a dõné de ſurplus au ſecond, c'eſt aſçauoir 2, la ſomme ſera 42, laquelle nous diuiſerõs par $\frac{2}{3}$, à raiſon qu'il a donnè $\frac{1}{3}$ au ſecond, & depuis $\frac{1}{3}$ iuſques à vn entier, c'eſt à dire à $\frac{3}{3}$, il y a $\frac{2}{3}$, & pourtant

nous diuiſerons 42 par $\frac{2}{3}$, & ſera le quotiẽt 63, auquel nous adiouſterons 1, qu'il a donné de ſurplus au premier, la ſomme ſera 64, laquelle nous diuiſerons par $\frac{1}{2}$, car il a donné au premier $\frac{1}{2}$ de ce qu'il auoit, & depuis $\frac{1}{2}$ iuſques à vn entier, c'eſt à dire à $\frac{2}{2}$, il y a $\frac{1}{2}$, & apres auoir diuiſé 64 par $\frac{1}{2}$, nous aurõs pour le quotient 128, & ainſi nous procederions ſ'il y en auoit dauantage: or pour ce qu'il ne reſte plus rien, & que nous ſommes venus iuſques au premier, nous dirons que cet Argentier auoit de commencemẽt 128 eſcus.

Quelqu'vn auoit en ſa main vne ſomme d'eſcus, & vn autre l'a prié de luy en donner le tiers, & encor le quart du reſte, & finalemẽt la cinquiéme partie de ce qu'il auroit de reſte : ce qu'il a fait, & luy ſont reſtez en fin 16 eſcus, combien auoit il premierement d'eſcus en ſa main?

Faignons quelconque nombre qu'il nous plaira, toutesfois pour euiter les parties, faignons vn nombre qui ait $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, lequel ſera 60, qui eſt le produit de 3 en 4, & du produit, qui eſt 12, en 5, comme il a eſté enſeigné par cy-deuãt, duquel nombre 60 nous oſterons $\frac{1}{3}$, c'eſt à ſcauoir 20, & reſteront 40, dont nous oſterons $\frac{1}{4}$, à ſcauoir 10, & reſteront 30, & encor de 30 $\frac{1}{5}$, c'eſt à dire 6, & reſteront 24, mais nous voulions que reſtaſſent 16, nous dirons doncques: Si 24 viennent de 60, d'où viendront 16? ou bien ſi 24 donnent 16, que donnerõt 60? & en l'vne & l'au-

trefaçon nous aurons 40, & autant d'escus il auoit en sa main.

GOSSELIN.

Faisons cecy par nostre reigle: nous diuiserons 16 qui luy sont restez par $\frac{4}{5}$, (car depuis $\frac{1}{5}$ qu'il a dõné iusques a vn entier, à sçauoir $\frac{5}{5}$ il y a $\frac{4}{5}$) & sera le quotient 20, lequel nous diuiserons encor par $\frac{3}{4}$, car il a donné secondement $\frac{1}{4}$, & sera le quotient $\frac{80}{3}$, finalemẽt nous diuiserons $\frac{80}{3}$ par $\frac{2}{3}$, car premieremẽt il a dõné $\frac{1}{3}$, & nous aurons pour quotiẽt 40 : & autãt d'escus il auoit en sa main, c'est à sçauoir 40 escus, cõme au precedent.

Vn autre apres auoir vendu $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{8}$ de son formage, a trouué que le reste pezoit encor 84 onces, combien pezoit tout le formage?

Nous trouuerons vn nombre qui ait $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{8}$, quel est 24: nous osterons donques $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{8}$ de 24, c'est à dire 8 & 9, qui sont 17, & resteront 7: or nous vouliõs que ce fussent 84 onces, nous dirons donques: si 7 viennent de 24, d'où viennent 84? & nous aurons 288, & autant d'onces pezoit le formage.

Vn gentilhomme auoit 4 tasses d'argent, lesquelles luy coustoient en tout 240 liures, mais la seconde ne coustoit que le tiers de la premiere, la troisiéme ne coustoit que $\frac{3}{4}$ de la seconde, la quatriéme ne coustoit que $\frac{4}{5}$ de la troisiéme, combien valloit chacune par soy?

Nous chercherons premierement vn nombre

qui ait $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$, nous auons desia trouué que c'est 60: nous mettrons donques que la premiere ait cousté 60 l. afin d'obuier aux parties, la secõde aura dõques cousté 20 l. à sçauoir $\frac{1}{3}$ de 60 liures, la troisiéme aura cousté $\frac{3}{4}$ de 20, c'est à dire 15 l, & la quatriéme $\frac{4}{5}$ de 15, c'est à sçauoir 12 l. puis nous assemblerõs ces quatre nombres, à scauoir 60 l. 20 l. 15 l. & 12 l. la somme sera 107 l. mais nous demandions 240 l. car autant elles ont esté achetées ensemble, nous dirõs donques: Si 107 l. viennent de 60 l. d'où viendront 240 l? nous trouuerons 134 $\frac{62}{107}$ l. & autant a cousté la premiere tasse, la seconde a cousté la troisiéme partie, à scauoir 44 $\frac{92}{107}$ l. la troisiéme tasse a cousté $\frac{3}{4}$ de la seconde, c'est à dire 33 $\frac{69}{107}$ l. & la quatriéme $\frac{4}{5}$ de la troisiéme, à scauoir 26 $\frac{98}{107}$ l. toutes lesquelles sommes adioustées ensemble font 240 l. nous pouuons encore dire. Si 107 nous dõnent 60, nous dõnent 20, nous donnent 15, nous donnent 12, combien nous donneront 240? & nous trouuerons les mesmes nombres ainsi qu'il apparoist.

Si 107 l. donn.	60 l.	comb. 240 l.	d. 134 $\frac{62}{107}$ l.
	20 l.		d. 44 $\frac{92}{107}$ l.
	15 l.		d. 33 $\frac{69}{107}$ l.
	12 l.		d. 26 $\frac{98}{107}$ l.
	107 l.		240 l.

GOSSELIN.

Demonstration de ceste reigle de simple Hypothese, ou premiere position.

Nous prendrons vn tel probleme pour demonstrer ceste reigle: diuiser 12 en deux

telles parties que l'vne soit doublede l'autre:pour ce faire,nous prendrons quelconques nõbres en raison double, cõme pour exẽple 1&2,il y aura donc telle raison de 1 à 2, que d'vne partie de 12 à l'autre partie, & pourtãt par la cõposition de raison, qui est la xiiij. definition du V.d'Euclide,il y aura telle raison de la somme de 2 & 1, c'est à dire de3,à1,que de la somme de ces deux parties de 12,qui est 12,à la plus petite partie de 12, où bien il y aura telle raison de 3 à 2, que de la somme de ces deux parties,c'est à sçauoir 12,à la plus grande d'icelles:nous dirõs donc par la reigle de trois. Si 3 nous donnent 2,cõbiẽ nous donnerõt 12?nous estãs dõnez trois nombres proportionels, nous aurons le quatriéme par la xix proposition du VII. d'Euclide, qui sera 8, ou bien:Si 3 nous donnent 1,12 nous donneront 4,ainsi 4 & 8 seront les deux nombres demandez: ce qu'il falloit demonstrer.

Si 3 donn.	2 1 3	combien 12?	donn. 8. donn. 4, 12

Fin du seiziéme liure.

RECVEIL DV DIXSEPTIESME LIVRE DE LA PREMIERE PARTIE du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

De la secõde Reigle, ou espece de Helcataym, dite communément reigle de double position,

CHAPITRE I.

LA seconde & derniere partie ou espece de la reigle Helcataym, est dite fauce positiõ double, parce qu'elle rend deux fois le faux de ce que nous cerchons, mais par le moyen de la conuenance de leurs differences, nous pouuons trouuer le nombre vray, comme il sera manifeste cy apres: & faut noter que toutes les questions qui se peuuent resoudre par la premiere & simple position, se peuuent semblablement resoudre par la double position, toutesfois le contraire ne s'ensuit pas, car infinies questions sont declarees par ceste reigle

de double positiõ, lesquelles si on vouloit resoudre par la premiere & simple, on s'abuseroit grandement: dont il s'ensuit que ceste reigle de double position a beaucoup plus grande authorité & proprieté que la simple. Or pour la declaration d'icelle on doit apprendre par memoire ces quatre reigles.

I. *Plus & Plus, tousiours se soustrayent.*

II. *Moins & Moins, semblablement se soustrayent.*

III. *Plus & Moins, tousiours s'adioustent.*

IIII. *Moins & Plus, semblablement s'adioustent*

GOSSELIN.

Pour autant qu'on peut proceder en ceste reigle par deux façons selon nostre autheur, la premiere est par les differences, & la seconde par la vertu de quelques autres reigles: nous suyurõs pour le present la premiere, façon à cause qu'elle est plus aisée à comprendre, & aussi plus intelligible, laquelle nous demonstrerons en la fin de ce liure, selon qu'à ce nous a peu conduire nostre petite ratiocination: nous ne baillerõs doncques que le commencement du liure de nostre autheur, auquel il traite de ceste façon premiere, encor nous baillerons vne

maniere de trouuer le nombre que nous chercherons par ceste reigle, par le moyen d'vne seule diuision; laquelle façon nous auons inuentée, & demonstrée en nostre Algebre, en laquelle on la pourra voir, venons maintenant au premier exemple de nostre autheur.

Faisons trois parties de 50, tellement que la secõde soit double de la premiere, & ait encore 3 dauantage, la troisiéme soit égalle à la premiere & seconde, & ait encor 5 plus que la somme d'icelles deux.

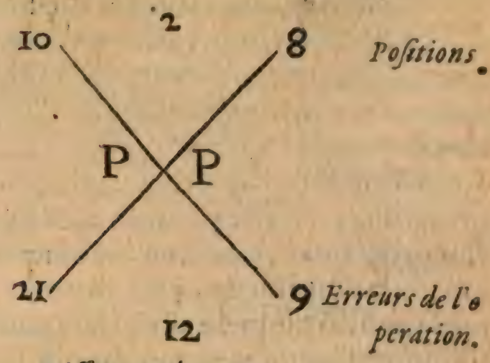
Faisons que la premiere soit 10, cõbien que nous puissions prendre quelconque autre nombre, la seconde sera necessairement 23, sçauoir est deux fois autant que 10, & encor 3, & ainsi la troisiéme sera necessairement 38, c'est à sçauoir autant que la premiere & seconde, & encore 5, lesquelles trois parties font en somme 71, mais nous voulions qu'elles fissent seulement 50, & pourtant nous auons 21 plus que nous ne voulions, lequel nombre 21 nous mettrons au pied de la croix en main senestre, dessous son hypothese ou position, qui a esté faite 10, & ce nombre 21 sera appellé premier erreur de l'operation.

Apres nous ferons nostre seconde position que nous mettrons à l'autre costé de la croix: faignons que la premiere partie de 50 soit 8, la seconde sera 19, & la troisiéme sera 32, lesquelles trois ensemble font 59, mais nous ne voulions que 50, & pourtant

nous auons 9 plus que la verité est, lequel nombre 9 doit estre mis en l'autre pied de la croix, dessous sa position 8, & ce nombre 9 sera appellé l'erreur second de l'operation : & ainsi l'vne & l'autre hypothese à esté fausse: maintenant pour trouuer qui est le vray nombre, par le moyen de ces deux falsitez, nous prendrons la difference de ces positiõs ou hypotheses, la premiere a esté 10, & nous a donné 21 pour son erreur auec le signe de plus, la seconde a esté 8, & nous a donné pour son erreur de l'operation 9, encor auec le mesme signe de plus, dõt nous pouuons voir que la difference des positions est 2, & la difference des erreurs de l'operation est 12 : or nous auons icy trois nombres cognus, le premier desquels est la difference des erreurs, qui est en cest endroit 12, le second est l'vn des erreurs, c'est à sçauoir ou 21, ou 9, le troisiéme est la differẽce des positions ou hypotheses, qui est en cest endroit 2, & nous trouuerons le quatriéme, ainsi que nous auõs enseigné par cy deuant: nous dirons donques. Si 12 viẽnent de 21, d'ou viendrõt 2? & nous aurons pour le quatriéme proportionel $3 \frac{1}{2}$, lequel estant osté de la position de 21, qui est 10, restent $6 \frac{1}{2}$ pour le nombre cherché: semblablement nous dirons: si 12 viennent de 9, d'où viendront 2? & nous trouuerõs pour le quatriéme proportionel $1 \frac{1}{2}$, lequel estãt soustrait de la position de 9, qui a esté prins pour secõd proportionel, à cause qu'il excede la verité, restent $6 \frac{1}{2}$ pour le nombre demandé, comme au precedent: & ainsi la premiere partie de 50, que nous auons faint estre 8 ou 10, sera $6 \frac{1}{2}$, la seconde sera 16, c'est à sçauoir le double de la premiere, & 3 de surplus, la troisiéme

troisiéme sera 27 $\frac{1}{2}$, à sçauoir la sōme de la premiere & secōde partie auec 5, lesquelles trois adioustees ensemble sont 50 : & ainsi nous auons diuisé 50 en trois telles parties qu'on nous demandoit.

Difference des positions.



Difference des erreurs.

Si 12 | donn. 9 | comb. 2? | donn. 1 $\frac{1}{2}$.
Si 12 | donn. 21 | comb. 2? | donn. 3 $\frac{1}{2}$.

GOSSELIN.

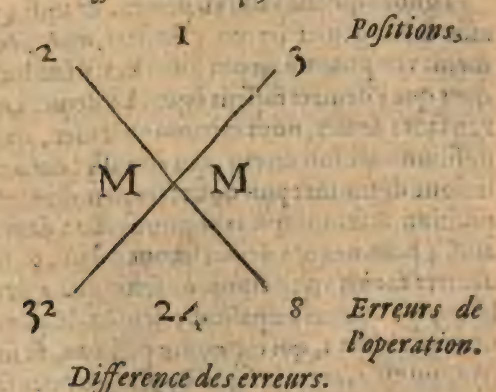
Nous ferons le semblable quand nous prendrons les positions moindres qu'il ne faut, sinon que tout ainsi que nous auons osté le quatriéme proportionel de la position de celuy erreur qui auoit esté prins

pour secōd proportionel, ainsi icy no° l'adiousterons à sa position, & le vray nombre se trouuera : nous ferōs encor le semblable quand nous aurons prins vne position qui excede le vray nōbre, & vne qui soit moindre qu'il ne faut, car en tel cas nous prendrōs la differēce des erreurs de l'operation en les adioustant, & prendrons tels termes pour nōbres proportionels, que nostre autheur nous a enseigné de prendre, le quatriéme desquels nous adiousterós à la position du secōd proportionel que nous aurons prins, si icelle position a esté prinse plus petite que la verité, ou biē nous l'osterons de la position de ce secōd proportionel, la positiō duquel a esté prinse plus grāde que n'estoit le vray nombre, à sçauoir celuy que nous cherchiōs, ce que nous manifesterons, tant par les exemples suiuās de nostre autheur, que par nostre demonstration sur ceste reigle.

Quelqu'vn qui vouloit auoir vn accoustrement de deux draps de diuerse couleur, & de diuers prix, comme pour exemple de drap noir & blanc, le noir de 66 sols l'aune, & le blanc de 42 sols, a demandé au drappier 6 aunes de ces draps, & n'y a voulu dépēdre que 16 liures 12 s. iustement, combien est ce que le drappier luy a deu bailler de l'vn & l'autre drap,

tellement qu'il n'y en ait eu que 6 aunes pour 16 l. 12 sols, au prix de l'aune du noir à 66 sols, & du blanc à 42 sols?

Posons qu'il en ait deu bailler 2 aunes du noir, qui vallent 132 s. il en aura donques baillé 4 du blãc, qui vallent 168 sols : or 132 s. & 168 s. font 15 l. seulement, mais nous voulions employer 16 l. 12 s. nostre premier erreur sera dõques 32 sols, auec le signe de moins, comme il apparoist : nous ferons nostre seconde position, comme pour exemple, qu'il ait deu bailler 3 aunes de drap noir, lesquelles vaudrõt 198 sols, & il en aura aussi baillé 3 de blanc, pour faire les 6 aunes, lesquelles 3 aunes de blanc vaudront 126 s. & ces deux prix adioustez font 324 sols, qui vallent 16 l. 4 s. mais nous voulions 16 l. 12 s. donques nostre second erreur est 8 sols, ainsi qu'on peut voir.



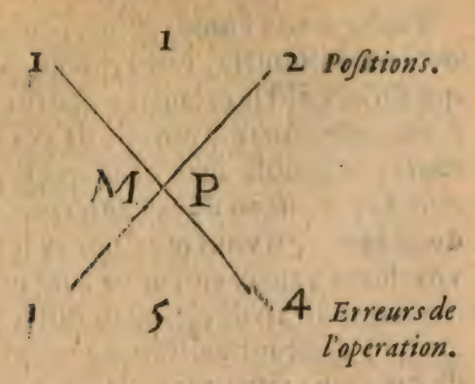
Puis nous dirons : si 24 viennent de 32, d'où vien-

dra 1? nous aurons 1 $\frac{1}{3}$ pour le quatriéme proportionel, lequel nous adiousterons à la position de l'erreur qui a esté prins pour second proportionel, c'est à sçauoir à la position de l'erreur premier, qui est 2, & sera la somme 3 $\frac{1}{3}$ pour le nombre cherché: nous eussions fait le semblable si nous eussiõs prins le second erreur pour second proportionel, & eussions trouué $\frac{1}{3}$, qui estant adioustee à 3, qui est la seconde position, eust fait 3 $\frac{1}{3}$, comme au precedent: ainsi nous dirons que le drappier a deu bailler 3 $\frac{1}{3}$ d'aunes de drap noir, & le reste des 6 aunes en drap blanc, c'est à sçauoir 2 $\frac{2}{3}$ d'aunes de drap blanc. La preuue sera que 3 $\frac{1}{3}$ de drap noir vallent 11 liures, & 2 $\frac{2}{3}$ de drap blanc vallent 5 liures 12 sols, & la somme de 11 liures, & 5 liures 12 sols, est 16 liures 12 sols.

Quatre pommes à vn denier, vallent 7 deniers moins vne pomme, combien vaut la pomme?

Faignons qu'elle valle vn denier, & ainsi 4 pommes & vn denier feront 5 deniers, mais 7 deniers moins vne pomme feront 6 deniers, il faudroit dõques que 5 deniers fussent égaux à 6 deniers, mais il s'en faut 1 denier, nous escrirons 1 denier, qui est la position auec son erreur, qui est aussi 1 denier, auec le signe de moins: puis nous ferons nostre seconde position, & ferons que la pomme valle 2 deniers, & ainsi 4 pommes & 1 denier feront 9 deniers, mais 7 deniers moins vne pomme ne ferõt que 5 deniers, lesquels 9 deniers surpassent 5 deniers de 4 deniers, nous escrirons 2, qui est nostre position, & son erreur, qui est 4, auec le signe de plus, en ceste façon.

Difference des positions.



Difference des erreurs.

Maintenant nous prendrons la differẽce des positions, qui est 1, semblablement nous prendrõs la difference des erreurs en les adioustant, à raison qu'ils sont differés, & que l'vne position a esté prinse plus grande que la verité n'estoit, & lautre plus petite, & sera ceste difference 5 : puis nous dirons par la reigle de trois : si 5 viennent de 1, d'où viendra 1 ? nous aurons $\frac{1}{5}$, que nous adiousterons à la position de l'erreur que nous auons prins pour secõd proportionel, à cause qu'il est moindre que le vray nombre, nous adiousterons donques $\frac{1}{5}$ à 1, & sera la somme 1 $\frac{1}{5}$, & autant de deniers vaut vne pomme, & qu'il soit ainsi, 4 pommes & vn denier vaudront 5 $\frac{4}{5}$ deniers, & autant feront 7 deniers, moins vne pomme.

GOSSELIN.

Trois ioyeux compagnons, qui auoient deniers en bourse, s'entrefirent quelques questiõs, & dist le premier aux deux autres, si vous me dõnez la moytié de vos ducats, i'auray ensemble auec ceux que ie peux a-uoir de present 20 ducats: le second dit aux deux autres, si vous me donnez le tiers de vos ducas, i'auray ensemble auec ceux que ie peux auoir 20 ducats: mais dist le troisié-me aux deux autres, donnez moy le quart de ceux que vous auez, & auec ceux que i'ay, i'auray 20 ducats aussi bien que vous: cõbien auoit de ducas vn chacun d'iceux?

Ceste questiõ est expliquee de nostre autheur, en la XLI. question de ce liure, & de Pierre Borgy, en la derniere partie de son traité, & encor repliquee par Luc Paccioli, en la seconde distinction de son secõd traité, mais tous ces autheurs l'ont expliquee si confusément, obscurement, & par tant de positiõs, qu'il me sembloit impossible de la pouuoir expliquer par vne double positiõ, principallemẽt apres de si grãds personnages, neantmoins ie m'y suis efforcé, & ay fait tellement que ie la rendray claire &

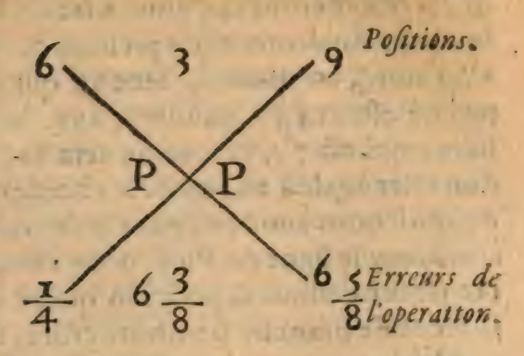
manifeste par deux simples positions.

Faisons donques que le premier ait eu 6 ducats, il s'ensuit que pour autãt qu'auec la moytié des deux autres il auoit 20 ducats, que 14 ducats serõt la moytié des deux autres, & partant 28 ducats seront la somme des deux autres: or le second ayant vn tiers des deux autres à 20 ducats, adioustõs dõques a 28 ducats vn tiers du premier, à sçauoir 2 ducas, la sõme sera 30 ducats, & cecy contiendra le secõd, le troisiéme, & le tiers du premier: or le tiers du premier, le tiers du troisiéme, & le second, par l'hypothese doiuent faire 20, dõques 30 ducas contiẽdrõt 20 ducas pour le second, pour le tiers du premier, & le tiers du troisiéme, & puis que 30 ducats valloient encor le second, le troisiéme, & le tiers du premier, pour 20 ducats ostons-en le second, le tiers du premier, & le tiers du troisiéme, resteront $\frac{2}{3}$ du troisiéme égaux à 10 ducats, & partãt tout le troisiéme sera 15 ducats, mais nous auõs trouué que le second & troisiéme estoient 28 ducas, ostons en 15 ducats pour le troisiéme, resteront 13 ducas pour le premier. Le troisiéme dit aux deux autres, qu'ils luy dõnent $\frac{1}{4}$ des ducats qu'ils ont, & qu'ainsi auec

ce qu'il a, il aura 20 ducats. Adiouſtons dõques $\frac{1}{4}$ de 6 ducats, que nous auons poſé pour le premier, qui eſt $\frac{6}{4}$ ducat, & $\frac{1}{4}$ de 13 ducats que nous auons trouué pour le ſecõd, c'eſt à ſçauoir $\frac{13}{4}$ ducat, auec 15 ducats, qui sõt pour le troiſiéme, la ſomme ſera 19 $\frac{3}{4}$ ducat, mais ce deuoient eſtre 20 ducats: nous auons donques erré par $\frac{1}{4}$ auec le ſigne de plus, que nous eſcrirons au pié de noſtre croix, ainſi qu'il apparoiſt: puis nous viendrons à la ſeconde poſition, & ferons que le premier ait eu 9 ducats, & pour ceſte cauſe la moitié des deux autres ſera 11 ducas, & auront en ſomme 22 ducas, auſquels nous adiouſterons 3 ducas, qui eſt la troiſiéme partie du premier, la sõme ſera 25 ducats, qui contiendra le tiers du premier, le ſecond, & le troiſiéme: or 20 ducas ſont égaux au tiers du premier, au tiers du troiſiême, & au ſecond, oſtons d'vne part & d'autre choſes éagles, de 25 ducats, oſtons 20 ducats, & reſteront 5 ducats: du tiers du premier, du ſecond, & du troiſiéme, oſtons le tiers du premier, le ſecond, & le tiers du troiſiéme, & reſteront $\frac{2}{3}$ du troiſiéme égaux à 5 ducats, & pour ceſte cauſe le troiſiéme auoit 7 $\frac{1}{2}$ ducat. Or le ſecond & troiſiéme

auoyent enſemble 22 ducas, comme nous auons trouué, nous oſterons doncques 7 $\frac{1}{2}$ de 22, & reſteront 14 $\frac{1}{2}$ pour le ſecond : adiouſtons finalement $\frac{1}{4}$ du premier qui eſt 9, à ſçauoir $\frac{9}{4}$, vn quart du ſecond qui a eſté trouué eſtre 14 $\frac{1}{2}$, à ſçauoir $\frac{29}{8}$, auec le troiſiéme qui eſt 7 $\frac{1}{2}$, la ſomme ſera 13 $\frac{3}{8}$, qui doit eſtre égale à 20, mais 20 excedent en 6 $\frac{5}{8}$, ainſi nous auons 6 $\frac{5}{8}$ pour le ſecond erreur, auec le ſigne de Plus, nous eſcrirons cet erreur deſſous ſa poſition qui eſt 9 en la ſeconde branche de noſtre croix, ſemblablement nous prendrons la difference des poſitions, qui eſt 3, & celle des erreurs qui eſt 6 $\frac{5}{8}$, ainſi qu'il apparoiſt en la page ſuyuante.

Difference des positions.



Difference des erreurs.

Puis nous dirons par la reigle de trois : si $6\frac{3}{8}$ viennent de $\frac{1}{4}$, doù viendront 3, qui est la difference des positions ? & nous aurons $\frac{2}{17}$, lesquelles apres auoir esté soustraites de 6, qui est la position dont nous auons prins l'erreur de l'operation pour secōd proportionel, restent $5\frac{15}{17}$, & autant de ducas auoit le premier de ces trois compagnons : pour sçauoir combien auoyent les deux autres, nous osterons $5\frac{15}{17}$ de 20, & resteront $14\frac{2}{17}$, qui sera la moytié des deux autres, & partant les deux autres seront $28\frac{4}{17}$, adioustōs y vn tiers du premier, à sçauoir $\frac{100}{51}$, la som-

me ſera 30 $\frac{10}{51}$, oſtons en 20 pour le ſecond, le tiers du premier, & le tiers du troiſiéme, reſteront 10 $\frac{10}{51}$ pour $\frac{2}{3}$ du troiſiéme, donc le troiſiéme auoit 15 $\frac{5}{17}$, mais la ſomme du ſecõd & du troiſiéme eſtoit auſſi 28 $\frac{4}{17}$, oſtõs en 15 $\frac{5}{17}$ pour le troiſiéme, reſteront 12 $\frac{16}{17}$ pour le ſecond, finalemẽt le troiſiéme a dit aux deux autres, donnez moy le quart de ce que vous auez, & i'auray auec ce que ie peux auoir 20 ducas, or le troiſiéme eſt 15 $\frac{5}{17}$, adiouſtons luy $\frac{1}{4}$ du premier, qui eſt 5 $\frac{15}{17}$, à ſçauoir 1 $\frac{9}{17}$, vn quart du ſecond, qui 12 $\frac{16}{17}$, à ſçauoir 3 $\frac{4}{17}$, & ſera la ſomme de ces trois nombres 15 $\frac{5}{17}$, 1 $\frac{9}{17}$, 3 $\frac{4}{17}$, 20, ainſi que vouloit la queſtion : nous dirons doncques, que le premier auoit 5 $\frac{15}{17}$ de ducat, le ſecond 12 $\frac{16}{17}$ de ducat, & le troiſiéme 15 $\frac{5}{17}$ de ducat.

Ainſi voila ce difficile probleme expliquè facilemẽt, toutesfois nous le pouuons encore declarer plus aiſément & briefuement par l'Algebre, ou bien par la reigle de quantité ſimple, ou de quantité ſourde, ce que nous auons enſeigné en noſtre Algebre, en laquelle nous auons traité amplement de toutes ces reigles, nous r'enuoyerons doncques ces explications plus ſubtiles & compendieuſes à ceſte autre partie

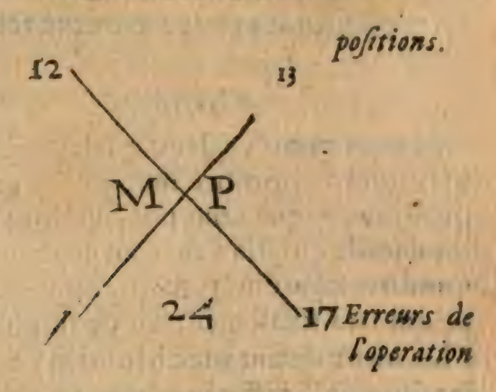
de nombres plus ſecrete & diuine que celle-cy, des ruiſſeaux de laquelle ces deux reigles de poſitions ont eſté deriuées, ainſi que nous auons demonſtré amplement en noſtre Algebre.

Quelque artizan qui vouloit trauailler par iournée, trouua Maiſtre, auquel il promit de pouuoir faire ce qu'il demandoit en 20 iours, & ainſi accorderẽt enſemble, c'eſt que l'artizan auroit 10 ſols par chaque iour auquel il trauailleroit, & perdroit auſſi 14 ſols en chaque iour durant lequel il ne trauailleroit point. Voicy ces 20 iours eſtans paſſez le maiſtre trouue qu'il ne doit que 15 ſ. à ce compagnõ cõbien de iours a il trauaillé, & combien n'a il pas trauaillé?

Poſons qu'il ait trauaillé 12 iours, & ainſi il aura gaigé 12 fois 10 ſols, c'eſt à dire 120 ſ. mais auſſi il aura eſté oyſif 8 autre iours, car depuis 12 iuſques à 20 il y a 8, durãt leſquels il aura perdu 8 fois 14 ſols, c'eſt à ſçauoir 112 ſ. oſtons ces 112 ſ. qu'il aura perdu des 120 ſ. qu'il aura gaigné, reſteront 8 ſ. de gain pour l'artizan, mais nons en voulions 15, nous auons dõc erré par 7 ſ. auec le ſigne de MOINS. Faiſons la ſecõde poſition, c'eſt qu'il ait trauaillé 13 iours, & ainſi il aura gaigné 13 fois 10 ſols, à ſçauoir 130 ſ. & encor il n'aura pas trauaillé durant 7 iours, & ainſi aura perdu 7 fois 14 ſols, à ſçauoir 98 ſ. leſquels eſtãs oſtez de 130 ſ. nous laiſſent de reſte 32 ſols, mais nous voulions ſeulement 15 ſ. nous auons doncques erré par 17 ſols auec le ſigne de Plus, nous eſcrirons 17 auec ſon hypotheſe 13 comme il apparoiſt: & ſembla-

blement nous prendrons la difference des positiõs qui sera 1, & la difference des erreurs de l'operation, en les adioustant, à cause qu'ils sont escris auec diuers signes, l'vn Plus, l'autre Moins, & celle difference des erreurs sera 24, comme on peut voir cy apres.

Difference des positions.



Difference des erreurs.

Apres nous dirõs par la reigle de trois : si 24 nous donnent 7, combien nous donnera 1? & nous aurõs $\frac{7}{24}$, lesquelles nous adiousterons à 12, qui est la position de l'erreur 7, que nous auons pris pour second proportionel, à cause qu'icelle position est moindre que la verité, nous adiousterons donc $\frac{7}{24}$ à 12, & sera la somme 12 $\frac{7}{24}$, & autant de iours l'artizan a trauaillé, & ainsi il n'a point trauaillé durant 7 $\frac{17}{24}$ de iour, la preuue est manifeste.

GOSSELIN.

Demonstration de la reigle de double position.

AFIN que l'vsage de ceste reigle auec nostre demonstration soit entendue plus facilement, nous proposerons vn tel Theoreme.

Theoresme.

Si nous prenons deux quelconques nōbres pour le nombre incognu de quelque question, & que nous poursuiuions la forme d'icelle question auec vn chacun de ces nombres separémēt, & que nous escriuiōs ce qui sera finalement ou de surplus auec Plus, ou de defaut auec Moins, il y aura telle raison de la difference des erreurs de l'operation à l'vn ou l'autre des erreurs de ladite operation, qu'il y aura de la difference des hypotheses, à celuy erreur de l'hypothese ou position, de laquelle position l'erreur de l'operation a esté prins pour secōd proportionel, lequel erreur de la positiō estant adiousté à son hypothese, si elle a esté moindre que le vray nōbre, ou estāt osté d'icelle positiō ou hypothese, si elle a esté plus

grande qu'il ne falloit, nous aurons le vray nombre, & demandé: or pour demonſtrer ce Theoreme, nous prendrons ce Lemme.

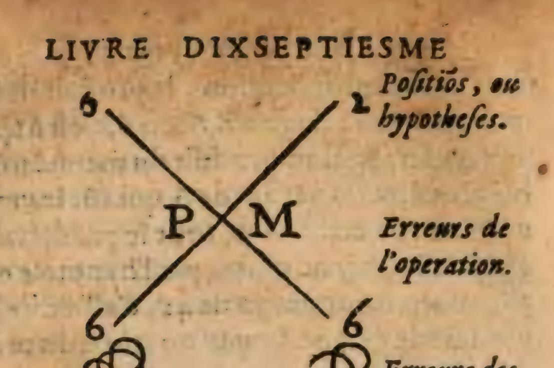
Lemme pour ce qui enſuit.

Si vn nõbre eſt diuiſé deux fois en quelconques parties, la difference de l'vne des parties de la premiere diuiſion, à l'vne des parties de la diuiſion derniere, ſera égale à la difference des autres deux parties: comme ſi 12 ſont diuiſez en 4 & 8, & encor en 2 & 10, la difference de 4 à 2 ſera égale à la difference de 8 à 10, car touſiours elle eſt 2: Demonſtrons-le: Pour-autant que 4 & 8 ſont égaux à 2 & 10, qui ſont les parties totales d'vn meſme nombre, oſtõs d'vne part & d'autre 2, de 2 & 10, & reſteront 10, de 4 & 8, de 4, & reſteront 2, qui eſt la difference de 2 à 4, & 8, doncques 2 & 8 ſeront égaux à 10, oſtons 8 de 10, neceſſairement reſteront 2, pour la difference de 8 à 10, à cauſe que 8 & 2 ſont égaux à 10, mais le meſme nõbre 2 a eſté la difference de 4 à 2, & pour ceſte cauſe, la differẽce de 4 a 2 ſera égale à la difference de 8 à 10, ce qu'il falloit demõſtrer: Nous pourrons ſemblablemẽt demõſtrer, que la difference de 4 a 10, à ſçauoir 6, eſt

égalle à la difference de 2 à 8, qui eſt pareillement 6.

Apres auoir ainſi demonſtré ce Lemme, donnons vn tel probleme. Trouuer vn nõbre, lequel eſtant adiouſté à 8, & la ſomme eſtant multipliée par 3, prouiennent 36: Nous nousfaignons quelconque nombre, cõme pour exemple 6, lequel ſ'il eſt le nõbre que nous cherchons, adiouſtõs le à 8, & multiplions la ſomme par 3, nous deurons faire 36, mais tout cecy eſtant fait, nous aurons 42, lequel nombre puis qu'il eſt plus grãd que 36, auſſi noſtre poſition 6 eſt plus grande que le nombre que nous cerchons: or deuant que paſſer plus outre, conſiderõs d'où eſt venu ce nombre, dõt 42 ſurpaſſent 36, puis que noſtre hypotheſe a eſté prinſe plus grãde que le vray nombre, laquelle eſt 6, ſoit 6 plus grand que le vray nombre de ce nombre, D, quel qu'il ſoit, & ainſi 6 ſerõt égaux au vray nombre, & à ce nombre, D, qui ſoit appellé erreur de la poſition, ou hypotheſe, nous entendrons 6 eſtre diuiſez en ſon erreur, ſçauoir eſt ce nombre, D, & le vray nombre, doncques par le premier du ſecond d'Euclide, que nous auons demonſtré au ſecõd liure de ceſt œuure, ſur le chapitre

pitre de la multiplication, le produit de la multiplication de 3 en 8, & en 6, c'eſt à ſçauoir 42, ſera egal au produit du meſme nõbre 3, en 8, & les parties de 6, qui sõt le vray nombre, & ceſt erreur, *D*: or le produit de 3 en 8 & le vray nombre, par l'hypoteſe eſt 36, oſtons donques 36 de 42, c'eſt à dire le produit de 3 en 8 & le vray nombre, du produit de 3 en 8, le vray nõbre, & ceſt erreur, *D*, c'eſt à ſçauoir 6, il reſtera le produit de 3 en ceſt erreur, *D*, de 3 dy-ie, qui eſt le nombre ſelõ lequel on a prins l'erreur de l'operation, multiplié par l'erreur de la poſition, ou hypotheſe: Et cecy eſt l'occaſiõ pour laquelle nous prenons la difference de 42 à 36, à ſçauoir 6, laquelle nous eſcriuõs auec Plus, à cauſe que la poſition a eſté prinſe plus grande que n'eſt le vray nombre, mais afin que la choſe ſoit plus intelligible, nous l'eſcrirons icy apres.



Feignons vn autre position moindre que 6, pource qu'il est plus grād nombre, qu'il n'est necessaire, combiē que nous puissiōs feindre quelconque nombre qui nous plaira: Toutesfois nous en feindrons vn plus petit que 6, afin que nous demōstriōs toutes les parties de ceste reigle par vne seule demonstration.

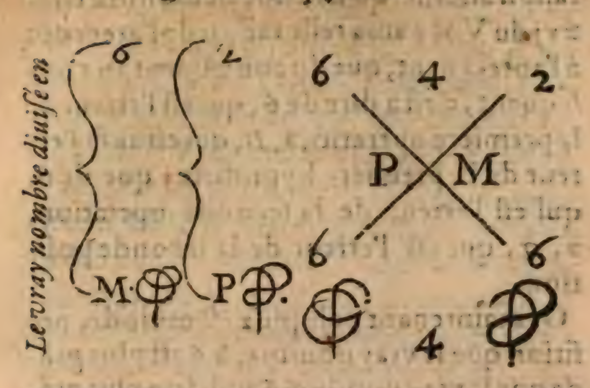
Faisons donques que ce nombre demandé soit 2, que s'il est ainsi, nous adiousterōs 2 à 8, & multiplierons la somme par 3, dont en deurōt preuenir 36: mais le produit n'est seulement que 30, nous auons donc prins vne plus petite position que n'est le vray nombre, pour autāt que 30 sont moindres que 36, pour ceste raison nous prenons la

differẽce de 30 à 36, c'est à sçauoir 6, lequel erreur nous escriuons dessous la position, auec Moins, ainsi qu'il apparoist cy deuant: Or puisque 2 est vn nombre moindre que le vray, qu'il soit moindre que le vray de sõ erreur, à sçauoir de ce nõbre, *α*, que nous ferons en telle sorte, afin qu'il differe d'auec le premier erreur, que nous auons fait en ceste sorte, *D*: Ainsi le vray nombre sera égal à 2, & son erreur, qui est, *α*, à sçauoir l'erreur de nostre position 2: Nous entendrons le vray nombre estre diuisé en 2 & cest erreur, *α*, & pourtant par le mesme premier du secõd d'Euclide, le produit de la multiplication de 3 en 8, 2, & *α*, sera égal au produit de 3 en 8 & le vray nombre, à sçauoir 36, mais le produit de la multiplication de 3 en 8 & 2, est 30, ostons donques 30 qui est le produit de 3 (qui est le nõbre selon lequel nous auons prins l'erreur de l'operation) en 8 & 2, de 36, qui est le produit du mesme 3 en 8, 2, & cest erreur, *α*, lesquels nombres 2, & cest erreur, *α*, sont égaux au vray nombre, nous auons 6 de reste, pour le produit de la multiplication de 3 en cest erreur, *α*, à sçauoir l'erreur de la position 2, comme on peut voir

en l'exemple que nous auons mis cy dessus.

Ces choses estant ainsi arrestees, pour autant que 6, qui est la premiere position, surpasse le vray nõbre en cest erreur sien, qui est, *D*, il s'ensuit que le vray nõbre est egal à 6, apres qu'on en aura osté cest erreur, qui est *D*, c'est à dire, le vray nombre sera égal à 6 Moins *D* : Nous entendrons donques le vray nombre diuisé en 6, Moins cest erreur, *D* : par mesme raison puis que le vray nõbre excede 2, qui est la secõde position, en cest erreur de 2, qui est, *G*, certainemẽt le vray nombre sera égal à 2, quãd on y aura adiousté son erreur, qui est, *G*, Nous entendrons le vray nombre estre diuisé en 2 & cest erreur, qui est, *G*, & ainsi ce vray nõbre sera entendu estre diuisé deux fois, premierement en 6 Moins *D*, & secondemẽt en 2 & *G* : donques par nostre Lemme superieur, la difference de 6 à 2, sera égale à la differẽce de cest erreur, *D*, à cest autre, *G*, & ainsi la differẽce de ces erreurs sera 4, puis que la difference de 6 à 2, qui sont les positions, est semblablement 4, ainsi qu'il apparoist.

Difference des positions.



Difference des erreurs des positions.

Nous auons demostré, que 3 multipliant *D*, a fait *6*, qui est l'erreur de la premiere operation, & que le mesme 3 multipliant, *Œ*, qui est l'erreur de la secõde positiõ, a fait *6*, qui est l'erreur de la seconde operatiõ, dõc par le xviij. du VII. d'Euclide, il y aura telle raisõ de *6* à *6*, à sçauoir de l'erreur de la premiere operatiõ à l'erreur de la secõde, que de, *D*, à *D*, c'est à sçauoir de l'erreur de la premiere position à l'erreur de la seconde, c'est à dire, il y a telle raison des nombres

faits&engendrez, que des nombres multipliez, & partant par la façon d'arguer de la raiſon alterne, qu'Euclide demonſtre en la xvj du V. il y aura telle raiſon de l'ãtecedẽt à l'antecedent, que du conſequent au conſequent, c'eſt à dire de *6*, qui eſt l'erreur de la premiere operatiõ, à, *D*, qui eſt auſſi l'erreur de la premiere hypotheſe, que de *6*, qui eſt l'erreur de la ſeconde operation, à, *G*, qui eſt l'erreur de la ſeconde poſition.

Or maintenant puiſque 2 eſt moindre poſition que le vray nombre, & *6* eſt plus grãde que le vray nombre, *6* auſſi ſera plus grãde poſition que 2, la premiere plus grande que la ſeconde, dõt il s'enſuit que *6*, qui eſt l'erreur de la premiere operation, &, *D*, qui eſt auſſi l'erreur de la premiere poſitiõ, ſont nombres plus grãds que *6*, qui eſt l'erreur de la ſeconde operation, &, *G*, qui eſt l'erreur de la ſeconde poſition, & encor pourautant que celuy a dauantage, qui en a *6*, que celuy à qui defaillent les meſmes *6*, donques l'erreur de la premiere operation, & l'erreur de la premiere hypotheſe, ſont nombres plus grands que l'erreur de la ſeconde operation, & l'erreur de la ſeconde

position, ou hypothese, & pourtant la plus grande hypothese aura vn plus grãd erreur de l'operation, & vn plus grand erreur de positiõ, que la plus petite hypothese: Ainsi nous entendrons l'erreur de la premiere operatiõ, & l'erreur de la premiere position, à sçauoir P, *6* & *D*, estre vn nombre entier, & l'erreur de la derniere operation, auec l'erreur de la derniere hypothese, estre les parties de ce tout entier, ou nõbres ostez: c'est à sçauoir M *6*, &, *σ*. Et pour autant que ainsi que nous auons demonstré, il y a telle raison de P *6* à, *D*, que de M *6* à, *σ*, nous entẽdrons qu'il y aura telle raison du tout au tout, que de l'osté à l'osté, donques par la xix. du V, ou xj, du VII, d'Euclide, il y aura telle raison du reste au reste, que du tout au tout, ou de l'osté à l'osté: No° osterons l'ãtecedẽt de l'antecedẽt, & le consequent du consequẽt, c'est à dire, nous prẽdrons les differences, or la difference des consequens, à sçauoir de, *D*, à, *σ*, qui sont les erreurs des positions, est égal à la difference des hypotheses, à sçauoir de *6* à 2, qui est 4, comme nous auõs demonstré: Semblablement nous prendrons la difference des antecedens, c'est à dire, nous osterõs le

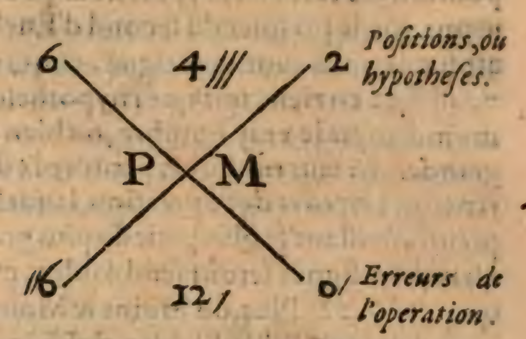
moindre antecedent du plus grand, à ſçauoit M 6 de P 6, & nous adiouſterons ces deux nõbres enſemble, pour en auoir leur difference: car ainſi le plus petit ſ'oſte du plus grãd en nombres denommez de Plus & Moins, comme nous enſeigne noſtre autheur au chapitre iij. du quatriéme liure de la ſecõde partie, la ſomme de ces nombres en Arithmetique eſt 12, qui eſt la difference eu eſgard aux ſignes de Plus & Moins: Nous auons la difference des antecedens, qui eſt 12, & la difference des conſequens, qui eſt 4, il y aura dõc telle raiſon de 12 à 4, c'eſt à ſçauoir du reſidu au reſidu, que de 6 à ceſt, *D*, à ſçauoir du tout au tout, ou bien q̃ de 6 à, *Œ*, à ſçauoir de l'oſté à l'oſté, or la difference des erreurs des poſitiõs, qui eſt 4, eſt égal à la differẽce des hypotheſes, à ſçauoir à la differẽce de 6 à 2, cõme nous auõs demõſtré: il y aura dõc telle raiſõ de 12 à 4, qui eſt la differẽce des erreurs des poſitiõs, que des meſmes 12 au meſme 4, qui eſt la differẽce des hypotheſes, par le 7. du 5. d'Euclide, & pourtãt, il y aura telle raiſon de 12, qui eſt la differẽce des erreurs des operatiõs, à 4, qui eſt la difference des hypotheſes, q̃ de P 6 qui eſt l'erreur de la premiere operatiõ,

à *D*, qui est l'erreur de la premiere hypothese, ou de M 6, qui est l'erreur de la secõde operation à, *G*, qui est l'erreur de la seconde hypothese, & encor par la raison alterne, qui est la quatorziéme definition du cinquiéme, il y aura telle raison de l'antecedent à l'antecedent, que du consequent au consequent, c'est à sçauoir de 12, qui est la difference des erreurs de l'opcation, à P 6, qui est l'erreur de la premiere operation, que de 4, qui est la difference des hypotheses, à, *D*, qui est l'erreur de la premiere hypotese, & nous estans donnez trois nombres, nous aurons le quatriéme proportionel, par la derniere partie de la dixneufiéme propositiõ du septiéme, lequel sera 2, & ainsi l'erreur qui estoit, *D*, sera P 2, lequel nous osterõs de 6, qui est son hypothese, & resteront 4, pour le nombre demãdé, à cause que 6 a esté prins pour plus grande position qu'il ne falloit. Semblablemẽt il y aura telle raison de 12, qui est la difference des erreurs de l'operation, à M 6, qui est l'erreur de la seconde operation, que de 4, qui est la difference des positions, à *D*, & nous estans encor dõnez trois nombres, nous aurõs le quatriéme proportionel, qui sera M 2, qui

est l'erreur de la seconde hypothese, & pour autant qu'icelle estoit plus petite qu'il ne falloit, nous luy adiousterõs 2, & sera la somme 4, pour le nombre demandé, ainsi qu'au precedent. Nous pouuons aussi dire que nous osterõs, *D*, qui est P 2, de 6, qui est son hypothese, à cause que ce quatriéme est auec Plus, qui signifie qu'il est superflu : & semblablement nous adiousterons cest erreur, *G*, qui est M 2, à son hypothese, à cause que cest erreur M 2 defaut, & est escrit auec Moins, & sera la somme 4, pour le nombre demandé, toutesfois puis que nous auons fait que 6, qui est l'hypothese premiere, fussent plus grãs que le vray en cest erreur, *D*, apres auoir trouué cest erreur, *D*, qui est 2, nous l'osterons de 6, à raison que 6 surpaissent le vray nombre en cest erreur, *D*, qui est P 2, semblablement puis que 2, qui est l'hpothese seconde estoient plus petis que le vray nõbre, en cest erreur, *G*, lequel nous auons trouué estre M 2, nous adiousterons cest erreur *G* M 2 à son hypothese, qui est 2, & la somme sera necessairement le vray nõbre & demãdé, ce que nous nous estiõs proposez à demonstrer Arithmetiquemẽt, car autremẽt si nous voulons proceder par

la ſource de ceſte reigle, c'eſt à dire par l'Algebre, nous trouuerons le ſigne du Plus, ou Arithmetiquemēt nous aurons le ſigne de Moins, ainſi que nous auons monſtré en noſtre Algebre, ſi eſt-ce encor que tout reuient à vn.

Difference des poſitions ou hypotheſes.



Differencee des erreurs de l'operation.

P D 2 ||| M C 2 |||| *Erreurs des poſitions, ou hypotheſes.*

4 |||

Difference des erreurs des poſitions, ou hypotheſes.

Ceſte demonſtration ſera facile à celuy

qui y prendra vn peu garde, cecy estant cõsideré, que si nostre operation est plus grãde que le vray nõbre, nous entẽdrons nostre hypothese estre diuisée en son erreur, & le vray nombre, mais si nostre positiõ est plus petite que le vray nombre, nous entẽdrons le vray nombre estre diuisé en celle position, & son erreur, puis nous poursuiurons par le premier du second d'Euclide, ainsi que nous auons enseigné : ce qui reste ne differe en rien, soit que l'hypothese soit moindre que le vray nombre, ou bien plus grande. Et faut tousiours prendre la difference des erreurs de l'operation, laquelle se prend en ostant le plus petit du plus grand, quand les signes seront semblables, c'est à sçauoir Plus & Plus, ou Moins & Moins, & quand ils sont dissemblables, c'est à sçauoir quand il y a Plus & Moins ou Moins & Plus, alors elle se prend en adioustant. Il reste vne chose, c'est quil peut sembler à aucũs que ce calcul de nombres feins soit obscur & difficile, toutesfois on peut biẽ estimer qu'vne reigle si belle, qui est l'œuure le plus difficile de toute l'Arithmetique simple (ie n'entens pas de l'Algebre, dont ceste cy est vne branche) ait peu estre produite

de nature ſans aucuns nœuz & difficultez, mais tout ainſi qu'elle eſt deſcenduë de noſtre Algebre (qui eſt toute fondée ſur telles fictions) auſſi ne peut elle eſtre demonſtrée que par façon d'Algebre: celuy qui en voudra voir dauantage, liſe les demonſtrations de ceſte reigle, que nous auons apporté en noſtre Algebre.

Reigle generalle & naturelle, pour expliquer toute fauſſe poſition double, auec vne tres-petite diuiſion, & par le moyẽ d'icelle ſeule, trouuer le nõbre demãdé de quelcõque queſtiõ explicable par l'vne des deux reigles de fauſſe hypotheſe, cy deſſus propoſées par noſtre Autheur.

Chap. II.

NOVS prẽdrons quelconque nombre pour noſtre premiere poſition, & ſuiurons la queſtion propoſée, en trouuãt ſon erreur de l'operation, ainſi que noſtre autheur nous a cy deſſus enſeigné: puis nous ferons noſtre ſeconde hypotheſe, ou plus grande, ou plus petite que la premiere d'vne vnité, & pourſuiurõs en trouuãt ſon erreur de l'operation: Apres nous prendrons la difference des erreurs de l'operation, &

diuiſerons lequel que nous voudrons des erreurs de l'operation par leur difference, ainſi nous oſterõs ce quotiẽt de la poſition de ceſt erreur, ſi celle poſition eſtoit plus grande que le vray nombre, ou bien nous l'adiouſterõs à l'hypotheſe de ceſt erreur, ſi elle a eſté prinſe plus grande que n'eſt le nombre demandé, & ces choſes conſiderées, ou le reſte, ou la ſomme, ſera le nõbre vray de noſtre queſtion: or comme ceſte pratique de la reigle de double poſition eſt naturelle, auſſi eſt elle facile a comprendre, & plus courte que pas vne de celles qui ont eſté veuës & miſes en lumiere iuſques a preſent, laquelle nous auons inuenté & demõſtré en noſtre Algebre, toutesfois afin que ceſte belle pratique puiſſe eſtre entenduë d'vn chacun deſireux de ceſte ſciẽce, nous l'expliquerons par ces deux problemes ſuiuans.

Probleme. I.

Quelqu'vn qui vouloit deuancer ſon cõpetiteur en la poſtulation d'vn eſtat, lequel eſtoit vaquant pour lors, enuoya incontinent ſix courriers par deuers le Roy, pour obtenir lettres de ſa Majeſté, à ce qu'il fuſt

pourueu de ceſt office, & afin que la choſe ſe fiſt auec plus grãd ſoin & diligẽce, il leur promiſt dõner 100 eſcus, outre ce qu'il leur auoit deſia accordé, & qu'ils marchaſſent en plus grande diligence que faire ſe pourroit: toutesfois conſiderant n'eſtre raiſonnable, que celuy qui ſeroit arriué le premier en la cour, n'emportaſt non plus pour ſa recompence des 100 eſcus de ſurplus que le ſecond apres luy, & le ſecond non plus que le troiſiéme, le troiſiéme non plus que le quatriéme, & ainſi des autres, il leur a dõné les 100 eſcus en telle ſorte, que celuy qui ſeroit le premier venu en la cour, auroit 25 eſcus, & encor qu'il auroit dautant plus que le ſecond, que le ſecond auroit plus que le troiſiéme, le troiſiéme que le quatrieſme, le quatriéme que le cinquiéme, le cinquiéme que le ſixiéme, & dernier arriué: ce qui a eſté fait, combien eſt-ce qu'vn chacun d'iceux a emporté des 100 eſcus, eu égard à ſon rang, & ordre de diligence?

Poſons que le premier ait eu 2. eſcus plus que le ſecõd, & puis que le premier en a eu 25, le ſecõd n'en aura que 23, le troiſiéme 21, le quatriéme 19, le cinquieme 17, le ſixiéme 15 tous leſquels nõbres ſont adiouſtez 120,

mais nous ne vouliōs que 100, nous auons donques erré par 20, auec le signe de Moins, pour autant que d'autant plus que ceste hypothese ou interualle est plus grand, d'autant moindre est le nombre qui reste : Feignons maintenant vne autre position, & posons que le premier ait 3 plus que le second, mais le premier a 25, le second donques n'aura que 22, le troisiéme aura 19, le quatriéme 16, le cinquiéme 13, le sixiéme 10, & la somme de tous ces six nōbres est 105, mais nous ne voulions que 100, nous auōs donques erré par ce nombre 5, auec le signe de Moins: nous escrirons ces deux positiōs 2 & 3, & leurs erreurs dessous, 20 & 5 : puis nous prēdrons la differenced'iceux, qui est 15, laquelle nous escrirons, ainsi qu'on peut voir cy apres.

2	3	*Positions.*
M	M	
20	5	*Erreurs de l'operation.*
15.		

Difference des erreurs.

Apres nous diuiserons l'vn des erreurs par leur

leur difference, cōme pour exemple 20 par 15, & sera le quotient 1 $\frac{1}{3}$, lequel nous adiousterons à sa position, qui est 2, pource qu'elle est plus petite que les vray nombre, & sera la somme 3 $\frac{1}{3}$, pour le nombre demandé: encor nous pouuons diuiser l'autre erreur, qui est 5, par ceste difference 15, & sera le quotient $\frac{1}{3}$, lequel nous adiousterons à son hypothese 3, à cause qu'elle est plus petite q̃ le vray nombre, & sera la somme 3 $\frac{1}{3}$, pour le nombre demandé, comme au precedēt: & pourtant nous dirons que le premier doit auoir 3 $\frac{1}{3}$ plus que le second, le secōd 3 $\frac{1}{3}$ plus que le troisiéme, & ainsi des autres, tellement que puis que le premier a 25 escus, le second ne doit auoir que 21 $\frac{2}{3}$, d'escus, c'est à dire 21 escus, 2 l, 13 s, 4 d. l'escu vallant 4 l. le troisieme 18 $\frac{1}{3}$ d'escus, c'est à dire 18 escus, 1 l. 6 s. 8 d. le quatriéme 15 esc. le cinquiéme 11 $\frac{2}{3}$ d'escus, à sçauoir 11 esc. 2 l. 13 s. 4 d. le sixiéme & dernier 8 $\frac{1}{3}$ d'escus, c'est à dire, 8 escus 1 l. 6 s. 8 d. & ces sommes adioustees ensemble font precisément 100 escus.

Dōnons encor la resolutiō de ceste questiō par voye d'Algebre, le premier doit auoir 25. Faisons ce nōbre, dōt il surpasse le second, estre vn costé, lequel nous escrirós

en ceste façon 1 L, & puis que le premier est 25, le second sera 25 M 1 L, semblablemēt le troisiéme 25 M 2 L, le quatriéme 25 M 3 L, le cinquiéme 25 M 4 L, & le sixiéme 25 M 5 L, tous lesquels nōbres sont adioustez ensemble 150 M 15 L, mais cecy deuoit estre 100, dōques necessairemēt 150 M 15 L sont égaux à 100, adioustons de part & d'autre choses égales, adioustons à 150 M 15 L, ces 15 L qui y defaillent, la somme sera maintenant absoluëment 150, car nous auons osté ce defaut de 15 L, semblablemēt il faut adiouster les mesmes 15 L à 100, & sera la somme 100 P 15 L, laquelle sera encor égale à 150, ostons de part & d'autre choses égales, ostons 100 de 100 P 15 L, & resteront 15 L, ostons encor 100 de 150, & resterōt 50, qui serōt égaux à 15 L, ainsi nous sommes tombez en la simple æquation d'Algebre: nous diuiserōs le nombre de la moindre quātité & valeur, par le nombre de la plus grande, à sçauoir nous partirōs 50 par 15, & sera le quotiēt $3\frac{1}{3}$, & si grande est la valeur de ce costé que nous auōs feint, puis dōques que nous auons trouué que le second aura 25 M 1 L, il aura 25 M $3\frac{1}{3}$, c'est à dire $21\frac{2}{3}$, le troisiéme 25 M 2 L, à sçauoir $18\frac{1}{3}$, le quatriéme 25

M 3 L, à sçauoir 15, le cinquiéme 25 M 4 L, c'est à dire 11 $\frac{2}{3}$, & le sixiéme 25 M 5, à sçauoir 8 $\frac{1}{3}$, comme au precedent, ainsi qu'il apparoist.

I	25	
II	25	M 1 L
III	25	M 2 L
IIII	25	M 3 L
V	25	M 4 L
VI	25	M 5 L

Somme 150 M 15 L égale à 100
& en adioustant 15 L
150 égaux à 100 P 15 L
& apres auoir osté 100
50 égaux à 15 L
50
15 quotient 3 $\frac{1}{3}$ valeur d'vn costé

I	25	escus
II	21	$\frac{2}{3}$ escus
III	18	$\frac{1}{3}$ escus
IIII	15	escus
V	11	$\frac{2}{3}$ escus
VI	8	$\frac{1}{3}$ escus

100 escus

Probleme II.

Quelqu'vn a acheté tout enſemble d'vn drappier 6 aunes d'eſcarlate, & 10 aunes de ſarge de Florence 190 l. & encor a acheté à ce meſme prix 2 aunes d'eſcarlate, & 3 aunes de ſarge de Florēce 60 l. à cōbien luy reuient l'aune d'eſcarlate, & l'aune de ſarge?

Poſons que l'aune d'eſcalate luy couſte 10 l. & ainſi 6 aunes luy reuiendront à 60 l. leſquelles nous ſouſtrairons de 190 l. & reſteront 130 l. & autant auront couſté les 10 aunes de ſarge de Florēce, pour cognoiſtre le prix d'vne aune, nous diuiſerōs 130 liures par le nombre des aunes, à ſçauoir par 10, ou bien nous dirons par la reigle de trois: ſi 10 aunes de ſarge couſtent 130 l. combien couſtera vne aune, nous aurons en diuiſāt 130 par 10, 13 l. & à autāt reuiēdra l'aune de ſarge à ce prix, de rechef 2 aunes d'eſcarlate, & 3 aunes de ſarge couſtēt 60 l. mais l'aune d'eſcarlate reuient à 10 l. par l'hypoteſe, donques les 2 aunes couſterōt 20 l. ſemblablement ſelō noſtre poſition, l'aune de ſarge couſte 13 l. ainſi 3 aunes couſterōt 39 l. leſquelles nous adiouſterons à 20 l. qui eſt le prix des 2 aunes d'ſcarlate, la ſomme ſera

59 l. mais ce deuoit estre 60 l. car autãt ont cousté les 2 aunes d'escarlate, & 3 aunes de sarge, nous auons donques erré par 1 l. auec le signe de Moins, car 59 sont moindres de 1 que 60: nous escrirõs nostre position 10, auec son erreur de l'operation qui est 1.

Apres nous ferons nostre seconde position, c'est que l'aune d'escarlate ait cousté 11 liures, qui est vn nombre plus grand de 1 que la premiere hypothese, qui a esté 10, & puisque l'aune vaut 11 l. 6 aunes vaudrõt 66 l. à sçauoir le produit de 6 en 11, lequel nous osterons de 190 l. resteront 124 l. que vaudront les 10 aunes de sarge, & pour cognoistre à combien reuient l'aune, nous diuiserõs 124 par 10, qui est le nombre des aunes, & sera le quotient 12 $\frac{2}{5}$ l. & autant coustera l'aune de sarge à ce prix, encor 2 aunes d'escarlate, & 3 aunes de sarge vallent 60 l. or l'aune d'escarlate couste par l'hypothese 11 l. ainsi les 2 aunes cousteront 22 l. que nous osterons de 60 liures, & resteront 38 liures pour le prix des 3 aunes de sarge, mais encor nous auons trouué que l'aune vaut 12 $\frac{2}{5}$ liures, ainsi les 3 aunes vaudront 36 $\frac{6}{5}$ liures, c'est à dire 37 liures $\frac{1}{5}$: or elles deuoient valloir 38 liures, qui est le reste de 60 liures, a-

pres en auoir osté 22 liures, mais 37 liures $\frac{1}{5}$ ſont moindres que 38 de $\frac{4}{5}$, nous auons dõques erré par $\frac{4}{5}$, lequel erreur nous eſcrirons deſſous ſa poſition, auec le ſigne de Moins, & prendrons ſemblablement la difference de ces erreurs de l'operatiõ, cõme on peut voir cy apres.

10	11	*Poſitions.*
M	M	
1	$\frac{4}{5}$	*Erreurs de l'oper.*
	$\frac{1}{5}$	

Difference des erreurs de l'operation.

Puis nous diuiſerõs l'vn de ces erreurs par leur difference, cõme pour exemple 1 par $\frac{1}{5}$, & ſera le quotiẽt 5, lequel nous adiouſterons à ſa poſitiõ, qui eſt 10, à cauſe qu'elle a eſté prinſe moindre qu'il ne falloit, & ſera la ſomme 15, & autãt de liures à couſté l'aune d'eſcarlate, & les ſix aunes ont couſté ſix fois 15, c'eſt à dire 90 liures, que nous oſterons de 190 liures, reſteront 100 liures que auront couſté les 10 aunes de ſarge: pour cognoiſtre la valleur de l'aune, nous diuiſerons 100 par 10, qui eſt le nombre des au-

nes,& ſera le quotiēt 10, ainſi l'aune de ſarge vaudra 10 liures, & la preuue manifeſte.

Or afin qu'vn chacun entende combien l'Algebre eſt plus expediēte en toutes ſortes de queſtions, que ne peut eſtre la ſimple Arithmetique, nous reſoudrōs encor ceſte queſtion par voye d'Algebre.

Faiſons dōques que l'aune d'eſcarlate aye couſté vn coſté, que nous eſcrirōs, en ceſte façō 1 L, ainſi les 6 aunes aurōt couſté 6 L, lequel prix nous oſterons de 190, & reſterōt 190 M 6 L, qui ſera le prix des 10 aunes de ſarge : & pour cognoiſtre la valleur de l'aune, nous diuiſerōs 160 M 6 L par le nōbre des aunes, qui eſt 10, & ſera le quotient $\frac{190\ M\ 6L}{10}$, qui ſera le prix de l'aune de ſarge: encor puis que l'aune d'eſcarlate couſte 1 L, 2 aunes couſterōt 2 L, lequel prix nous oſterōs de 60 liures que couſtent 2 aunes d'eſcarlate, & 3 aunes de ſarge, & reſterōt 60 M 2 L, qui ſera le prix de 3 aunes de ſarge: pour cognoiſtre combiē couſte l'aune, nous diuiſerons 60 M 2 L par 3, qui eſt le nombre des aunes, & ſera le quotiēt $\frac{60\ M\ 2L}{3}$, qui ſera le prix de l'aune de ſarge, mais auſſi $\frac{190\ M\ 6L}{10}$ eſtoit encor le prix d'vne aune, dont il ſ'en-

ſuit que puis que l'vn & l'autre de ces nombres eſt vn meſme prix, que l'vn eſt égal à l'autre, à ſçauoir $\frac{60M2L}{3}$ égaux à $\frac{190M6L}{10}$, & apres auoir multiplié ces deux nombres ou parties d'Algebre en croix, pour trouuer noſtre æquation, ainſi que nous auons enſeigné au troiſiéme liure de noſtre Algebre, c'eſt à dire apres auoir multiplié 60M2 L par 10, & auoir fait 600 M 20 L, & encor 190 M 6 L par 3, & auoir fait 570 M 18 L, nous aurons encor ces produis égaux l'vn à l'autre, à ſçauoir 600 M 20 L égaux à 570 M 18 L, oſtons de part & d'autre M 18 L, de 570 M 18 L, reſteront 570, de 600 M 20 L, reſterõt 600 M 2 L, qui ſeront encor égaux à 570, adiouſtons de part & d'autre 2 L, à 600 M 2 L, & ſera la ſomme 600, à 570, & ſera la ſomme 570 P 2 L, ainſi 600 ſeront égaux à 570 P 2 L. Oſtons finalemẽt de part & d'autre 570, de 570 P 2 L, reſteront 2 L, de 600, & reſteront 30, donques 30 ſont egaux à 2 L, nous diuiſerõs 30 par 2 & ſera le quotiẽt 15, qui ſera la valleur d'vn coſté, & partãt l'aune d'eſcarlate, q̃ nous auons faint valoir vn coſté, valloit 15 l. & l'aune de ſarge $\frac{60M2L}{3}$ c'eſt à dire 60 M 30, qui ſont 30 diuiſez par 3, à ſçauoir 10, & autant valloit l'au-

ne de sarge, ainsiqu'il apparoist.

Hypothese, ou valleur de l'aune d'escarlate. 1 L.
Valleur de 6 aunes. 6 L.
Valleur de l'aune de sarge de Florence. $\frac{190 M 6 L}{10}$
Valleur des 10 aunes de sarge. 190 M 6 L.

Hypothese, ou valleur de l'aune d'escarlate. 1 L.
Valleur de 2 aunes. 2 L.
Valleur de l'aune de sarge de Florence. $\frac{60 M 2 L}{3}$
Valleur de 3 aunes. 60 M 2 L.

Mesme prix d'vne aune de sarge égaux

$$\frac{190 M 6 L.}{10} \qquad \frac{60 M 2 L.}{3}$$

& en multiplianten croix 3 par 190 M 6 L, & 10 par 60 M 2 L.

570 M 18 L. égaux à 600 M 20 L.

Et apres auoir osté de part & d'autre M 18 L, 570 égaux à 600 M 2 L.

Encor apres auoir adiousté 2 L de part & d'autre, 570 P 2 L égaux à 600.

Finalemét apres auoir osté de part & d'autre 570, 2 L. égaux à 30.

Diuisez 30 par 2, le quotient sera 15.

Valleur de l'aune d'escarlate 15 l.

Valleur de l'aune de sarge.

$$\frac{190 M 6L}{10} \text{ ou } \frac{60 M 2L}{3}$$

c'est à dire,

$$\frac{190 M 90}{10} \text{ ou } \frac{60 M 30}{3}$$

qui est autant que,

$\frac{100}{10}$ ou $\frac{30}{3}$ à sçauoir 10.

Valleur de l'aune de sarge 10 l.

Dix ducas & 14 escus vallent 182 escus moins 2 ducas, combien vallent d'escus 200 ducas?

On a de coustume de proposer ceste sorte de question en ceste façon, pour confondre l'entendemét de celuy à qui on la propose, lequel toutes fois s'il y prend garde, en ostant ce qui est superflu, & adioustant ce qui defaut, ainsi qu'on fait en l'Algebre, il ne trouuera rien difficile, & pourtant pour expliquer ceste question, nous osterons de part & d'autre 14 escus, & resteront d'vne part seulement 10 ducas, & de l'autre 168 escus moins 2 ducas, apres nous adiousterons de part & d'autre 2 ducas, & nous aurons d'vne part 12 ducas, & de l'autre 168 escus, ainsi 12 ducas à ce prix vaudront 168 escus, doncques si nous voulons sçauoir, combien vaudront à ce prix

200 ducas, nous dirõs par la reigle de trois : ſi 12 ducas vallent 168 eſcus, combien vallent 200 ducas? nous aurons 2800 eſcus, & autant d'eſcus vaudront 200 ducas, à la raiſon que deſſus.

Reigle generale, & neceſſaire pour les Changeurs, Chap. III.

QVELCVN qui a vn teſton, lequel vaut 16 pieces de 15 deniers piece, ou 20 ſols, ou 24 Karolus, & il le veut changer en ces pieces ſuſdites, mais en telle ſorte qu'il ait deux fois autant de pieces de 15 d. que de ſols, & deux fois autant de ſols, que de Karolus, combien doit il auoir de chacune ſorte de monnoye?

Ceſte queſtion peut eſtre expliquée en plusieurs ſortes, toutesfois à mon opinion, ceſte cy eſt la plus facile & expediente: nous prendrõs pour hypotheſe vne piece de 15 deniers, qui eſt $\frac{1}{16}$ d'vn teſton, & 2 ſols, pourautãt qu'il demãde le double de ſols, leſquels 2 ſols ſont $\frac{1}{10}$ d'vn teſton, & encor 4 Karolus car il veut deux fois autant de Karolus que de ſols, leſquels 4 Karolus ſont $\frac{1}{6}$ d'vn teſtõ, apres nous adiouſterons ces trois parties, à ſçauoir $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, & $\frac{1}{6}$, & ſera la ſomme $\frac{79}{240}$, mais elle deuoit eſtre vn teſton, & pourtant nous dirons par la reigle de trois: ſi $\frac{79}{240}$ de teſton dõnent vne piece de 15 deniers, combien en donnera vn teſton? nous aurons $\frac{240}{79}$ c'eſt à dire 3 pieces de 15 d. $\frac{3}{79}$, & ainſi en procedãt ſelon la queſtion, nous aurons 6 $\frac{6}{79}$ ſols, & 12 Karolus $\frac{12}{79}$, toutes leſquelles pieces enſemble ne vallent qu'vn teſton.

GOSSELIN.

Nous pouuons encor faire cecy par vne autre maniere, en faisant nostre positiõ de quelconque nombre de pieces de 15 d, sans nous contraindre ainsi que veut nostre autheur, comme pour exemple, faignõs qu'il aye deu auoir 2 pieces de 15 de. qui vallent 30 d. & le double de sols, ainsi que veut la question, à sçauoir 4 s. qui vallent 48 de. & encor le double de Karol9, c'est à dire 8 Karolus, qui valẽt 80 d. nous adiousterõs 30 d. 48 d. & 80 deniers, la sõme sera 158 d. apres nous reduirõs vn teston en deniers, & nous aurons 240 d. or il falloit que 158 d. fussent 240 d. nous dirõs dõc par la reigle de trois: si 150 deniers donnent 2 pieces de 15 d. cõbien donneront 240 deniers? nous aurons $\frac{240}{79}$ de piece de 15 d. c'est à dire $3\frac{3}{79}$, & pourtant $6\frac{6}{79}$ s. finalemẽt $12\frac{12}{79}$ Karolus, ainsi que nous auons trouué par la façon de nostre autheur: or ceste question est tres-belle, & necessaire à tous changeurs & Marchans, pour estre mise bien souuent en vsage, & est generalle en tant de nõbres, & telle raison qu'on voudra donner.

De diuerses sortes de Questions. Chap. IIII.

VN gentil-homme a demandé à vn berger, cõbiẽ il auoit de bestes en son troupeau, lequel luy a respondu, qu'il y en auoit tant, qu'en les contant 2 à 2, luy en est resté 1, & contant 3 à 3, luy en est encor resté 1, & aussi contant 4 à 4, luy en est resté 1, & contant 5 à 5, luy est resté 1, & contant 6 à 6, luy est encor resté 1, mais en les contant 7 à 7, il ne luy est rien resté, combien auoit il de bestes en son troupeau?

Ceste question a esté proposee de beaucoup, mais en autre forme, & sous autre matiere: tous lesquels pour la resoudre ont conclu en ceste maniere, c'est qu'il faut multiplier 6 par 7, & sera le produit 42, auquel ils font adiouster 1, la somme est 43, laquelle ils font multipliet par 7, & est le produit 301, ainsi ils cõcluent qu'il y auoit autãt de bestes en ce troupeau, lequel nombre en effect a bien les conditions demandees, toutesfois ceste reigle ou façon d'operer ne vaut rien, & est chose ridicule, pour autant que ceste reigle ne sert qu'en ceste seule operation, & a esté trouuee à tastõs. Ie dy doncques que pour resoudre semblables questions par reigle ferme & generalle, il faut premieremẽt trouuer vn nombre, qui soit mesuré de tous ces nombres proposez excepté de 7, à sçauoir de 1, 2, 3, 4, 5, & 6, lequel nombre plus petit se trouuera est 60, & tous nombres multipliez à 60, comme 120, 180, 240, & infinis autres, encor il faut que ce nombre estãt diuisé par 7,

reste precisément 6,c'est à sçauoir 1 moins de 7, auquel nombre qui aura ces conditions il faudra adiouster 1,la somme sera le nombre demandé, c'est à dire le nombre des bestes qui estoient au troupeau: or pour trouuer ce nombre qui soit mesuré de 1, 2, 3,4,5,6, & qui estant diuisé par 7,restent 6,à sçauoir 1 moins de 7, nous le chercherons premierement en 60,qui est le moindre de tous,puis aux nombres qui luy sont multiples,quels sont 120,180,240,300, 360,420,480,540,600,660,720,entre tous lesquels nombres n'y en a que deux qui ayent les conditions demandées,c'est à dire,qui apres estre diuisez par 7, restent 6,desquels l'vn est 300,& l'autre 720,comme l'experience le monstre,ainsi apres auoir adiousté 1, à l'vn & à l'autre, nous aurons 301, & 721, & pourtant il y auoit ou 301 bestes, ou 721 : Ie trouuay ceste reigle le xiiij.iour de Iuin, M. D. LIIII.

Si vous voulez sçauoir quel nombre c'est qu'vn autre a songé,comme pour exemple, posons qu'il ait songé 15,ou bien qu'il ait 15 pieces en sa bourse, vous luy direz qu'il adiouste au nombre qu'il a songé sa moytié,la moytié de 15,est 7 $\frac{1}{2}$,qu'il adioustera à 15 & sera la somme 22 $\frac{1}{2}$,apres vous luy direz que si ceste sõme a quelque partie adiointe, il en face vn entier nombre, & partant il fera pour 22 $\frac{1}{2}$,23 ainsi vous garderez 1,pour ceste premiere addition , encor vous luy direz qu'il adiouste à ceste sõme qu'il sçait estre 23,sa moytié,qui est 11 $\frac{1}{2}$, & sera la somme 34 $\frac{1}{2}$,apres vous luy direz que si ceste somme a quelque partie adiointe,il en face vn nombre entier, ce qu'il vous doit dire,pour laquelle seconde addition vous garderez 2,finalement vous luy demanderez

combiẽ il y a de fois 9 en ceste derniere somme, & il vous dira qu'il y sera 3 fois, & pour autãt de 9 qui y seront cõtenus, vous conpterez 4, ainsi puis qu'ils y seront 3 fois, il vous faudra cõpter 3 fois 4, c'est à dire 12, auquel nombre vous adiousterez 1, que vous auez retenu pour la premiere addition, & 2 pour la seconde, ainsi la somme sera 15. & autant iceluy auoit songé.

Vous pourrez encor faire cecy par vn autre moyen, qui est tel, vous luy direz qu'il multiplie par 3 le nombre qu'il a songé, à sçauoir 15, & sera le produit 45, vous luy direz qu'il en prenne la moytié, & il aura 22 $\frac{1}{2}$ & encor si le nombre n'est entier, qu'il le face entier, mais qu'il vous le dise, & pour ceste addition vous retiendrez 1, & il aura pour 22 $\frac{1}{2}$ 23, puis vous luy direz qu'il multiple ceste somme par 3, & il aura 69, lequel vous luy ferez partir par la moytié & il aura 34 $\frac{1}{2}$, vous luy demanderez si ceste moytié est vn nõbre entier, que si elle ne l'est, qu'il en face vn nombre entier, mais qu'il vous le dise, ainsi pour 34 $\frac{1}{2}$ il aura 35, & vous garderez 2 pour ceste secõde addition, finalement vous luy demanderez combien il y aura de fois 9 en ceste derniere somme, & il vous dira qu'il y sera 3 fois, vous compterez autant de fois 4, c'est à scauoir vous aurez 12. auquel nombre vous adiousterez 1, pour la premiere addition, & 2 pour la seconde, la somme sera 15, ainsi vous luy direz qu'il auoit songé 15, comme au precedent.

GOSSELIN.

Reigle generale.

Nous ferons multiplier le nombre ſongé continuellement par tant de nombres que nous voudrons, puis nous luy demanderõs combien ſera cõtenu en ce produit le produit de tous noz nõbres enſemble, le quotient ou nombre prouenu ſera celuy que nous cherchõs, que ſi nous luy demandõs combien ſera contenue en ſon produit la moytié du produit de noz nõbres, auſſi la moytié du quotiẽt ſera le nombre qu'il aura ſongé, & cecy n'eſt autre choſe que la reigle de noſtre autheur, ſinon qu'elle eſt plus briefue & generalle.

Quelcun a ſongé 5, nous luy ferons multiplier par 4, & ſera le produit 20, puis encor ce produit par 3, & il aura 60, puis encor par quelconques nombres ſi nous voulons: apres nous verrõs quel eſt le produit de noz nombres par leſquels nous luy auons fait multiplier le nombre qu'il a ſongé, & ces nombres ſont 3 & 4, le produit 12, nous luy demanderons donc combien 12 ſerõt contenus en ce produit dernier qui eſt 60, & il nous

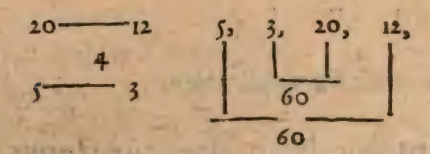
nous dira qu'ils y seront contenus 5 fois, ainsi nous luy dirõs qu'il a sõgé 5, mais afin qu'il ne s'en apperçoyue point, nous prendrõs la sixiéme partie de 12, qui est 2, & luy demanderons combien 2 y seront contenus, il nous dira qu'ils y seront 30 fois, duquel nõbre nous prendrõs la sixiéme partie, qui est 5, & tel sera le nõbre qu'il a songé: que si nous luy auions demãdé combiẽ de fois la moytié du produit de noz deux nõbres seroit cõtenuë en son dernier produit nous aurions pareillement prins la moytié du nombre qu'il nous auroit dõné pour quotient, laquelle eust esté le nombre qu'il auoit songé; & ainsi consequemment.

Demonstration.

Il nous faut demonstrer que si nous diuisons le produit du produit de 5 en 4 par 3, par le produit de 3 en 4, le quotiẽt sera 5, qui est le premier nombre des trois: puis que le produit du produit de 5 en 4 par 3, diuisé par le produit de 3 en 4, doit donner pour quotiẽt 5, il s'ensuit que le produit du produit de 5 en 4 par 3, doit estre égal au pro-

duit du produit de 3 en 4 par 5, ce que nous demonſtrerons ainſi, & la demonſtration ſera tenuë pour generalle, & ſeruira en tous autres nombres.

Pour ce faire nous ferons multiplier 4 par 5, & ferons 20, ſemblablement 4 par 3, & ferons 12, ainſi par la xvij. propoſition du vij. d'Euclide, il y aura telle raiſon des nombres multipliez, que des nombres faits & engendrez, à ſçauoir de 5 à 3, que de 20 à 12, & partant 5, 3, 20, 12, ſeront quatre nombres proportionels, dont il ſ'enſuit par la xix. du meſme vij. que le produit de 5 en 12 ſera égal au produit de 3 en 20, ce qu'il falloit demonſtrer.



Autre façon belle & treſ-ſubtile.

Si vous voulez encor dire quel nombre vn autre aura ſongé, or poſons qu'il ait ſongé 13, vous luy direz qu'il en oſte 3 tant qu'il pourra, & qu'il vous donne le reſte, lequel ſera 1, & pour-autant de 1 qu'il vous donnera, vous conterez autãt de fois 70,

apres vous luy direz qu'il oste encor du nombre qu'il a songé 5, tant qu'il pourra, & qu'il vous donne le reste, lequel sera 3, & pour chaque vnité vous cõpterez 21, & puis qu'il y a 3, vous aurez le triple de 21, qui est 63, finalement vous luy direz qu'il oste encor du nombre qu'il a songé 7 tant qu'il pourra, & qu'il vous donne le reste, lequel sera 6, & pour chaque vnité vous cõpterez 15, c'est à dire, pour 6, six fois 15, à sçauoir 90, puis vous adiousterez ces trois nombres que vous auez gardez, qui sont 70, 63, & 90, la somme sera 223, dont vous osterez tous les 100, & resteront 23, duquel reste vous osterez autant de fois de 5, que vous auez osté de 100, c'est à dire puis que vous auez osté 200, vous osterez 2 fois 5, à sçauoir 10 de 23, & sera le reste 13, ainsi vous luy direz qu'il auoit songé 13.

GOSSELIN.

Demonstration.

La raison de cecy est manifeste, car apres auoir congnu le reste du nombre que l'autre a songé, quand il en a eu osté 3 tant qu'il a peu, nous le multiplions par 70, à cause que ce nombre 70 est diuisible exactement par les deux autres nombres qui sont 5 & 7, mais il ne peut

estre diuisé par 3, ains reste 1: semblablemēt apres que nous auons congnu la reste du nombre qu'il a songé, quand il en a osté 5, tant qu'il a peu, nous multipliōs ce reste par 21, qui est vn nombre diuisible par les deux autres nombres qui sont 3 & 7, mais qui ne peut estre diuisé par 5, ains reste 1: finalemēt nous luy demandons le reste apres qu'il en a osté 7, tant qu'il a peu, lequel nous multiplions par 15, qui est vn nombre diuisible par les deux autres qui sont 3 & 5, mais estāt diuisé par 7, reste 1: le semblable sera entendu en tous nombres qui ont ces conditiōs demandées, quels sont 5, 7, 9, & les nōbres par qui il faut multiplier les restes, pour le reste de 5, 126, pour le reste de 7, 225, pour le reste de 9, 280: & ainsi faudra proceder en ostant 100 autant qu'on pourra de la somme de ces produits, ainsi pour chaque cent nous cōterons 5, que si ce nombre ne puisse estre osté du reste, nous laisserons vn cēt pour le reste, comme en cet exemple. Posons que nous ayons songé 10, nous en osterons 5, & ne restera rien, nous en osterōs 7, & resteront 3, que nous multiplierōs par 225, & sera ie produit 675, nous osterōs encor du mesme nombre 10, 9, & restera 1,

que nous multiplierons par 280, & sera le produit 280, apres nous adiousterons ces deux produis, à sçauoir 675, & 280, & sera la somme 955, nous osterons tous les cēs qui sont 900, & resteront 55, nous osterons encor de 55, 9 fois 5, car nous auōs osté 9 cés, & resteront 10, pour le nombre demandé, que si 9 fois 5 n'eussenr peu estre tirez de 55, nous n'eussions prins que 800, & eussions tiré 8 fois 5 de 155, le reste eut esté le nombre cherché: or il faut prendre garde que ceste reigle ne vaut qu'aux nombres qui sont au dessous de 100: car elle est ambiguë és nombres qui passent 100.

Autre façon.

Si vous voulez encor dire quel nombre vn autre aura songé: posons qu'il ait encor songé 13, vous luy ferez doubler ce nombre, & il aura 26, auquel produit vous luy ferez adiouster quelconque nombre que vous voudrez, comme pour exemple 12, la somme sera 38, de laquelle vous luy ferez prendre la moytié, qui sera 19, laquelle vous luy demanderez, & d'icelle vous soustrairez la moytié du nombre que luy auez donné à adiouster, à sçauoir vous osterez 6 de 19, le reste sera 13, qui sera le nombre qu'il auoit songé. Et la demonstration manifeste: car la moytié de la somme du nombre qu'il a

ſongé doublé, & du nombre que vous luy donnez, contient neceſſairement le nombre qu'il a ſongé, & la moytié du nombre que vous luy donnez, tellement qu'apres en auoir oſté la moytié du nombre que vous luy auez fait adiouſter, reſte le nombre qu'il a ſongé.

Il y a deux compagnons, le premier & ſecond, le premier à vne quantité (poſons de grains de blé) & vous voulez faire quelque gentilleſſe de voſtre eſprit, vous direz à celuy qui a le nombre incongnu de ces grains, qu'il en baille la moytié à ſon compagnõ, ſans que vous ſçachez quelle eſt icelle moitié, cecy eſtant fait, vous direz encor au ſecond qu'il en redonne au premier quel nombre vous voudrez, or poſons que le premier en euſt premierement 20, & apres en auoir donné la moytié au ſecõd, il n'en aura que 10, vous direz au ſecond qu'il en redonne cõme pour exemple 7 au premier, ainſi le premier aura 17, apres vous direz au premier qu'il en donne au ſecond autant qui luy en eſt reſté, c'eſt à ſçauoir 3, vous luy direz que neceſſairement luy en reſterõt 14, qui eſt le double du nombre que vous luy auez fait rendre par le ſecond : la demonſtration eſt manifeſte.

Reigles de plaiſir belles & ſubtiles, par le moyen du nombre 350.

Chap. V.

SI vous voulez encor congnoiſtre quel nombre vn autre aura ſongé, comme pour exemple poſons qu'il ait ſongé 20, vous luy ferez doubler ce

nombre, il aura 40, auquel vous luy ferez adiouster 5, la somme sera 45, laquelle vous ferez multiplier par 5, & sera le produit 225, auquel produit vous luy direz qu'il adiouste 10, la somme sera 235, laquelle vous ferez finalement multiplier par 10, & sera ce produit 2350, apres vous luy demanderez quel il est, & il le vous donnera, & de ce produit vous soustrairez 350, par reigle ferme, le reste sera 2000, & vous cõpterez autant d'vnitez qu'il y aura de cens en iceluy, ou bien vous couperez les deux premieres figures de ce reste, qui sont tousiours necessairement cercles, les autres font le nombre qu'il a songé, cõme en cet endroit vous couperez les deux premiers cercles de 2000, en ceste façõ, 20|00, & reste 20 pour le nombre qu'il a songé, & ainsi il faudra proceder en autres exemples.

GOSSELIN.

Demonstration.

Nous multiplions le nombre songé qui est en cet endroit 20 par 2, & faisons 40, auquel produit nous adioustons 5, la somme est 45, que nous multiplions par 5, & ainsi le produit de 5 en 45 sera égal au produit de 5 en 40, & de 5 en 5, par le premier du secõd d'Euclide. Encor 2 multiplians 20, ont fait 40, & 40 multiplians 5 ont fait 200, & partant par la demonstration que nous auons apportée au chap. precedẽt, le produit de 5

en 40, sera égal au produit de 20 en 2 fois 5, à sçauoir 10, dõc le produit de 5 en 45, sera égal au produit de 5 en 5, & de 10 en 20, maintenãt nous adioustõs 10 à ce produit de 5 en 45, qui est 225, & est la somme 235, laquelle nous multiplions par 10, & pourtãt le produit de 10 en 235 sera égal au produit de 10 en 200, & 35, qui est la somme de 25 & 10, par le mesme theoreme du second: mais le nombre 200 est égal au produit de 10 en 20 qui est le nombre songé, ainsi que nous auons demonstré, donc le produit de 10 en 200 sera égal au produit de 10 en 20 en 10: encor par nostre demõstration sur le chap. precedẽt, le produit de 10 en 20 en 10, sera égal au produit de 10 en 10 en 20, c'est à dire de 100 en 20, qui est le nombre songé, dõc le produit de 235 en 10, à sçauoir 2350, qui est le nõbre qu'il nous dõne, est égal au produit de 10 en 35, à sçauoir 350, & de 20, qui est le nombre songé, en 100, ostons de 2350. 350, resteront 2000, qui est le produit de 20, le nombre songé, en 100, & puis que 100 multiplians quelque nombre ont fait ce reste 2000, nous diuiserons 2000 par 100, & sera le quotient 20, pour le nombre songé, ce qu'il failloit demonstrer.

Nous pourrons encor dire par ce mesme moyen, quand trois auront caché trois diuerses choses, cõme pour exemple, l'vn la bourse, l'autre la gaine, & l'autre le cousteau, lequel des trois a caché chacune des trois choses.

Nous mettons 1 pour le premier, 2 pour le secõd, & 3 pour le troisiéme, puis nous dirons à celuy qui a distribué ces choses, qu'il double le nõbre de celuy qui a la bource, & sera le produit 2, apres nous luy dirons qu'il y adiouste 5, & sera la somme 7, puis qu'il la multiplie par 5, le produit sera 35, auquel il adiouste le nombre de celuy qui a eu la gaine, qui est 2, la somme sera 37, apres qu'il y adiouste encore 10, la somme sera 47, laquelle il faut qu'il multiplie par 10, & sera le produit 470, finalement nous luy dirons qu'il y adiouste le nombre de celuy qui a le cousteau, la somme sera 473, nous luy dirons qu'il nous donne ce produit, qui est 473, & d'iceluy nous osterons 350 par ferme reigle, resteront 123, le nombre des cens est le nombre du premier qui a eu la bourse, le nombre des dizaines est le nombre de celuy qui a eu la gaine, qui est le second, finalement le nombre d'vnitez est le nombre du dernier, qui a eu le cousteau, tellement que nous dirõs que necessairement le premier a eu la bourse, le second la gaine, & la troisiéme le cousteau.

GOSSELIN.

La demõstration de ceste reigle est semblable à nostre demonstration derniere, si-

non qu'icy nous adiouſtõs vn nombre dauantage, que nous multiplions par 10 ſimplement, ſi qu'autãt de dizaines qu'il y aura au reſte, autant y ſera contenu ce nombre, ie dy de dizaines, apres en auoir oſté tous les cens, & ſemblablemẽt nous adiouſtons vn troiſiéme, lequel nons ne multiplions point, tellement qu'il demeure au reſte tel qu'il eſtoit, qand nous l'auions adiouſté, & iceluy eſt donques neceſſairemẽt d'vnitez.

Que ſi vous eſtant en la compagnie de quelques gẽtilshommes, ou dames & damoyſelles, quelqu'vn baille vn anneau à l'vn d'iceux, & le met en quel doigt de la main il veut, & en quel nœud du doigt, & vous deſirez ſçauoir à qui il l'a baillé, en quelle main, en quel doigt, & en quel nœud: vous ferez ainſi.

Or il faut premierement que celuy qui a baillé l'anneau vous puiſſe reſpondre, & que les perſonnes ſoient aſſiſes de rang, & que celuy qui vous reſpond commence à cõpter les doigts des mains au poulce de la main droite, en finiſſant au plus petit de la main gauche, & faut notter q̃ le premier nœud eſt celuy qui eſt aupres de l'ongle: puis vous direz à celuy qui vous reſpond, doublez le nombre de celuy ou celle qui a l'anneau, or poſons que ce ſoit la quatriéme perſonne qui ait l'ãneau au ſecõd nœud du troiſiéme doigt de la main gauche, il doublera

donques 4, & sera le produit 8, apres nous dirons qu'il y adiouste 5, la somme sera 13, laquelle il faut qu'il multiplie par 5, & sera le produit 65, puis nous luy dirõs qu'il y adiouste le nombre des doigts, qui est 8, car c'est le troisiéme de la main gauche, il adioustera donques 8 à 65, & sera la somme 73, à laquelle il faut qu'il adiouste 10, la somme sera 83, laquelle il doit encor multiplier par 10, & il fera 830, auquel nous dirons finalement qu'il y adiouste le nõbre des nœuds du doigt, qui est 2, & sera la somme 832, laquelle nous luy demãderons, & soustrairons d'icelle 350, le reste sera 482, ainsi autant de cẽs qu'il y aura en ce reste, tel sera le nombre de la premiere chose donnée, qui est le nombre des personnes iusques à celle qui a eu l'anneau, le cent estant cõpté pour vnité simple, les dizaines prinses pour vnitez feront le nõbre des doigts, qui a esté la chose donnée secondement, le nõbre d'vnitez ira pour le nombre des nœuds, nous dirons donques que c'estoit la quatriéme personne qui auoit l'anneau au viij. doigt, qui est le troisiéme de la main gauche, au second nœud, & ainsi nous ferons en semblables exemples, lesquels sont infinis.

GOSSELIN.

Encor cecy que baille nostre autheur n'est general en cest endroit, car si desia on met l'ãneau au dixiéme doigt, qui est le dernier de la main senestre, sa façõ & reigle se trouuera fausse, donnons y donques remede: il

est certain q̃ si on met l'ãneau à vn doigt, on le mettra en quelque nœud d'iceluy, & semblablement on ne le pourroit mettre à vn nœud du doigt, qu'il ne soit pareillemẽt à vn doigt: cecy estant consideré, la chose n'est difficile, nous disons donques que le premier nombre signifie le nombre des nœuds, le secõd le nõbre des doigts, tous les autres le nombre des personnes, que si au premier lieu il n'y a qu'vn cercle ou zero, necessairement aussi il n'y aura q'vn zero au secõd, ce qui signifie que l'anneau n'a esté mis ny en doigt, ny en nœud, que si la premrere figure du reste est vn nõbre, c'est à dire, n'est point vn zero, & la seconde est vn zero, cela signifie que l'ãneau a esté mis au dixiéme doigt, qui est le dernier de la main gauche, & pourtant il faudra oster 1 de la troisiéme figure: cõme en cest exẽple, si quelqu'vn auoit mis l'anneau au troisiéme nœud du petit doigt de la main gauche de la dixiéme personne, nous ferions doubler 10, & seroit le produit 20, puis nous y feriõs adiouster 5, la somme seroit 25, que nous ferions multiplier par 5, le produit seroit 125, auquel il faudroit adiouster le nombre des doigts, qui est 10, la somme seroit 135, à la-

quelle il fautdroit encor adiouster 10, la sõme seroit 145, qu'il faudroit encor multiplier par 10, le produit seroit 1450, auquel finalement il faudroit adiouster le nombre de nœuds, qui est 3, & seroit la somme que nous lus demanderions 1453, de laquelle nous osteriõs 350, resteroit encor ce nombre 1103, la premiere figure duquel est 3, & pourtant l'anneau a esté mis au troisiéme nœud, la seconde est bien vn zero, mais la premeire, qui denote vn nõbre de nœuds, ne peut endurer que ce ne soit rien totalement, car comme nous auons dit, l'anneau ne pourroit estre en vn nœud, si sẽblablement il n'estoit à vn doigt, & pourtant par reigle ferme & generale, pour ce zero nous conterons 10, & pource osterons 1 de la figure suiuãte & troisiéme, qui est 1, & ne restera que ò en sa place, ainsi la premiere figure qui est le nõbre des nœuds est 3, la seconde qui est le nombre de doigts est 10, & toutes les autres qui sont apres pour le nõbre des personnes sont encore 10: nous dirõs donques que la dixiéme personne auoit l'anneau au petit doigt de la main gauche, & au troisiéme nœud d'iceluy.

Il y a trois personnes qui ont caché trois diuerses

choſes,à ſçauoir l'vnvne maſſe d'or,l'autre vne maſ-ſe d'argent, & l'aute vne maſſe de cuiure, & vous voulez ſçauoir lequel des trois a caché l'or, lequel a caché l'argent, & qui a caché le cuiure: vous ferez ainſi.

Premierement vous aurez 24 grains ou jetons, & en baillerez 1 au premier, 2 au ſecond, 3 au troiſiéme,puis vous leur direz, celuy qui a caché l'or,qu'il prenne autant de grains qu'il en a en ſa main, que celuy qui a caché l'argent en prenne deux fois autant qu'il en a, & celuy qui a prins le cuiure, qu'il en prenne quatre fois autant qu'il en a, cecy eſtant fait,vous demanderez combien il eſt reſté de grains ou ietons: Que ſil n'en eſt reſté que 1, le premier a l'or, le ſecond a l'argent, le troiſiéme a le cuiure. Et ſil en eſt reſté 2,le premier a l'argent,le ſecond l'or, & le troiſiéme a le cuiure. Et ſil en reſte 3, le premier a l'or, le ſecond a le cuiure, & le troiſiéme a l'argent. Que ſil en reſte 5, le premier a l'argent,le ſecond a le cuiure, & le troiſieme l'or Et ſi finalement en reſtent 6, le premier a le cuiure, le ſecond l'or,le troiſiéme a l'argent,leſquelles choſes ſe peuuent entēdre par ces mots cy apres eſcris, eu égard aux voyelles, tellement que A ſignifie l'or, E ſignifie largent, O ſignifie le cuiure, ainſi qu'il apparoiſt en la page ſuiuante.

1, 4, 12,	2, 2, 12,	1, 8, 6,
Or,Arg.Cuiur.	Arg.Or,Cuiur.	Or,Cuiur.Ar.
Habebo,	*Legatos,*	*Catones,*
Vnum,	Duo,	Tria,
4, 2, 6,	4, 4, 3,	2, 8, 3,
Cuiur.Or,Arg.	Cuiur.Arg.Or,	Ar.Cuiur.Or,
Donantes,	*Cochleas,*	*Recoctas.*
ſex,	ſeptem,	quinque.

Fin de la premiere partie du traité general des nombres & meſures de Nicolas Tartaglia Breſcian.

Honneur & gloire à Dieu.

L'ARITHMETIQVE DE NICOLAS TARTAGLIA BRESCIAN, GRAND MATHEMATICIEN, ET PRINCE DES PRATICIENS.

Diuisée en deux parties.

La declaration se verra en la page suyuante.

Recueillie & traduite d'Italien en François, par GVILLAVME GOSSELIN de Caen.

Auec toutes les demonstrations Mathematiques: & plusieurs inuentions dudit GOSSELIN, *esparses chacune en son lieu.*

SECONDE PARTIE.

A PARIS,
Chez ADRIAN PERIER, ruë sainct Iacques, au Compas d'or.

M. DCXIII.

LA seconde partie du traité general des nombres & mesures, & derniere de l'Arithmetique de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens:

Qui est diuisee en onze liures, esquels est demonstree la plus haute & diuine partie de l'Arithmetique pratique, c'est à sçauoir toutes les reigles & operations pratiques des progressions, costez, proportions, & quantitez irrationelles: auec le commencement.

De la Grand Art, dite en Arabe Algebre & Almucabale, ou Reigle de la chose, inuentee de Maumeth fils de Moïse Arabe:

Laquelle peut estre appellee parfaite Art de nombrer & calculer.

Et ce par les Reigles les plus briefues & faciles, qui ayent esté iamais mises en lumiere.

TABLE DES CHAPITRES DE LA SECONDE *partie du traité general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

DV PREMIER LIVRE.

Chap. I.
Chap. II.
Chap. III.
Chap. IIII.
Chap. V.
De la progression Arithmetique. chap. VI.
Reigle generale, pour assembler tous les nombres de quelque progression Arithmetique. Nous estant donné le premier & dernier des nombres proportionels Arithmetiquement, & semblablement l'interualle qu'ils gardent, trouuer le nombre des termes. chap. VII.
Nous estant donné le nombre des termes, le premier & le dernier, trouuer leur interualle. chap. VIII.

Nous estant donnée la somme de quelques nombres Arithmetiquement proportionels, leur interualle, & le nombre des termes, trouuer quels sont les termes.
De la progression Geometrique. chap. IX.
Reigle generale, pour trouuer la somme de tous nombres constituez en progression Geometrique.
De la progression des Quarrez, & des Cubes. chap. X.
Reigle generale, pour trouuer la somme de tous les Cubes depuis l'vnité.
Correlaires.
De diuerses sortes de questions. chap. XI.

DV SECOND LIVRE.

De l'origine de ce mot de Racine. chap. I.
Addition.
Comment il faut cognoistre les costez Quarrez des nombres moindres que 100. chap. II.
Comment on peut tirer le costé quarré d'vn nombre plus grand que 100. chap. III.
Addition.
Comment on peut trouuer à peu pres le costé quarré d'vn nombre non Quarré.
Demonstration.
Comment on deut donner par voye Geometrique exactement le costé Quarré d'vn nombre, tant Quarré, que non Quarré.
Commēt on doit tirer le costé Quarré d'vne partie.
Comment on doit tirer le costé Quarré, le plus

proche d'vne partie non Quarree.
Demonstration.
Reigles generales & necessaires, pour cognoistre incontinent, si vn nombre proposé peut estre Quarré, ou non, obseruees par le present Traducteur.
De la façon ou reigle de pouuoir tirer le second costé, qu'on appelle costé Cubique. chap. IIII.
Theoreme, pour tirer le costé Cubique briefuement & facilement, inuenté du present Autheur.
Demonstration Arithmetique.
Comment on peut trouuer le costé Cubique d'vn nombre plus grand que 1000. par le moyen du precedent Theoreme.
Addition.
Reigle generale, qui a esté trouuee du present Autheur, pour pouuoir tirer le costé prochain d'vn nombre non Cube.
Addition.
Erreur de frere Luc, Leo nard Pisan, & des Arabes touchant ceste Reigle.
Erreur de Hierosme Cardan Medecin Milanois.
Erreur d'Oronce Professeur du Roy és Mathematiques à Paris.
Addition.
Comment on peut trouuer par voye Geometrique le costé Cubique d'vn nombre, tant Cube, que non Cube.
Comment on peut Geometriquement demonstrer la ligne f, q, estre le costé Cubique de 10.

Additition.
Comment on peut tirer le costé Cubique des parties Cubiques.
Comment on peut tirer le costé Cubique prochain d'vne partie non Cubique.
Demonstration.
De la façon ou regle de pouuoir tirer le costé du Relate premier, de l'inuention de l'Autheur present. chap. V.
Theoreme inuenté du present Autheur.
Addition.
De la façon de tirer le costé Relate par le precedent Theoreme.

DV TROISIESME LIVRE.

De la premiere espece de l'Algorithme, dite Representation de costez. chap. I.
De la seconde espece de l'Algorithme, dite Multiplication de costez. chap. II.
Demonstration.
De la troisiéme espece de l'Algorithme, dite Partition de costez. chap. III.
De la quatriéme espece de l'Algorithme, dite Addition de costez. chap. IIII
De la cinquiéme espece de l'Algorithme, dite Soustraction de costez. chap. V.

DV QVATRIESME LIVRE.

De la premiere espece, dite Representation de

Plus & Moins. chap. I.
De la seconde espece, dite Addition de Plus& Moins. chap.II.
De la troisiesme espece, dite Soustraction de Plus & Moins. chap.III.
Aduertissement.
De la quatriesme espece, dite Multiplication de Plus & Moins. chap. IIII.
De la cinquiesme espece, dite Partition, ou Diuision de Plus & Moins. chap. V.
Demonstration, que Moins osté de Plus, laisse Plus, ou Plus osté de Moins, laisse Moins.
Demonstration, que Moins multipliant Plus, ou Plus multipliant Moins, font Moins.
Demonstration, que Moins multipliant Moins, fait Plus.

DV CINQVIESME LIVRE.

De l'Addition des Binomies & Residus. chap.I.
De la soustraction des Binomies & Residus. chap. II.
Comment il faut oster quelconque Binomie, ou Residu d'vn autre Binomie, ou Residu. chap. III.
De la Multiplication des Binomies & Residus chap. IIII.
Comment on multiplie vn Binomie par son Residu. chap. V.
De la Diuision des Binomies, & Residus. chap. VI.

DV SIXIESME LIVRE.

La premiere propoſition du ſecōd d'Euclide chap. I.
Demonſtration.
La ſeconde Porpoſition, & Demoſtration. chap. II.
La troiſieſme Propoſition, & Demonſtration Arithmetique. chap. III.
Correlaire de ceſte Propoſition.
La quatrieſme Propoſition, & Demonſtration Arithmetique, chap. IIII.
Theoreme general ſur ceſte propoſition d'Euclide.
Correlaires.
La cinquieſme Propoſition, & Demonſtratiõ Arithmetique. chap. V.
Sixieſme Propoſition, & Demonſtration Arithmetique. chap. VI.
La ſeptieſme Propoſition. chap. VII.
Theoreme inuenté du preſent Traducteur, & Demonſtration.
Comment on peut Quarrer tout Parallelogramme par vne façon nouuelle, tiree du prcedent Theoreme.

DV SEPTIESME LIVRE.

Que c'eſt que Partie. chap I.
Que c'eſt que Multiple.

Que c'eſt que Proportion, chap. ii.
De la Proportion d'egalité. chap. iii.
Des genres des Proportions d'inegalité. chap .iiii.
Des eſpeces de la plus grande & moindre inegalité. chap. v.
Des eſpeces de la plus grande & moindre inegalité Rationelle.
Addition,
De diuerſes appellations de la Proportion.
Comment on peut cognoiſtre ſi vne Proportion eſt égale, plus grande, ou plus petite qu'vne autre. chap. vi.
Addition.
Que c'eſt que Proportionalité & Diſproportionalité. vii.
Des eſpeces de Proportionalité chap. viii.
Demonſtration.
Autre façon pour former les nombres Proportionels Harmoniquement, de l'inuention du preſent Traducteur, auec la demonſtration.
Que c'eſt que Proportionalité continuë. chap. ix.
Da ix. propoſition du vii. d'Euclide. chap. x.
De l'Addition des Proportions & demonſtrations. chap. xi.
De la Souſtraction des Proportions, & Demonſtration. chap. xii.
De la Multiplication des Proportions, & Demonſtration, chap. xiii.
De la Diuiſion des Proportions, & Demonſtra-

tion, chap.XIIII.
Comment entre deux nombres donnez on peut trouuer vn moyen Proportionel. chap.XV.
Comment entre deux nombres donnez on peut trouuer deux moyens Proportionels. chap. XVI.
Demonstration.
Regle generale, pour multiplier ou diuiser vne Proportion, ou raison, par partie & fraction de nombre. chap.XVII.
Autres façons de multiplier & diuiser, inuentees par le present Traducteur.
Regle generale, pour cognoistre combien vne Proportion moindre est contenuë en vne Proportion plus grande. chap. XVIII.

DV LIVRE HVITIESME.

Que c'est que Proportionalité Arithmetique. chap. I.
Que c'est que Proportionalité continuë Arithmetique. chap. II.
Theoreme premier, auec la demonstration.
Theoreme second.
Theoreme sur le dernier Probleme du premier liure de Diophante.
De la Proportion Geometrique. chap. III.
De la Proportion Harmonique. chap. IIII.

DV NEVFIESME LIVRE.

Chap. I.
De la propre & naturelle creation des nombres Quarrez, chap. II.
Correlaires.
Generale creation de tous Polygones, ou nombres ſuperficiels, qui ont leurs coſtez egaux.
Nous eſtant donné le coſté de quelque Polygone, trouuer ſon Polygone.
Demonſtration.
Nous eſtant donné vn Poligone, trouuer ſon coſté.
Autre façon inuentee du preſent Traducteur.
Diuerſes queſtions ſur les nombres Quarrez. chap. III.
Additions.
Des nombres Congruens. chap. IIII.
De l'origine ou creation des nombres Congruens. chap. V.
Vne autre plus ample Reigle de Leonard Piſan &c.
Pour trouuer les nombres Congruens, & leur Quarrez. chap. VI.
Addition.
Table de pluſieurs nombres Congruens, & Quarrez. chap. VII.
Reigles generales & briefues, pour former les nombres Congruens; Premiere Reigle. chap. VIII.
Seconde Reigle.

Troisiesme Reigle, auec sa Demonstration.
Reigle generale.
Quatriesme Reigle.
Reigle generale, pour la dissolution des nombres & Quarrez Congruens, Premiere Reigle, auec sa Demonstration. chap. IX.
Reigle generale, pour la dissolution des nombres Congrus Quarrez. chap. X.
Reigle generale, pour la dissolution de nombres Congrus Cubiques. chap. X.
De la generation de nombres Parfaits. chap. XII.
Comment on peut trouuer les parties d'vn nombre Parfait. chap. XIII
Definition du nombre Parfait.

DV DIXIESME LIVRE.

Comment on peut trouuer vne quantité, qui multipliee par vne quantité irrationelle, face vne quantité rationelle. chap. I.
Addition.
Reigle generale inuentee par le present Autheur. pour diuiser quelconque quantité par quelcõque espece de Binomie, ou Residu. chap. II.
Reigle generale.

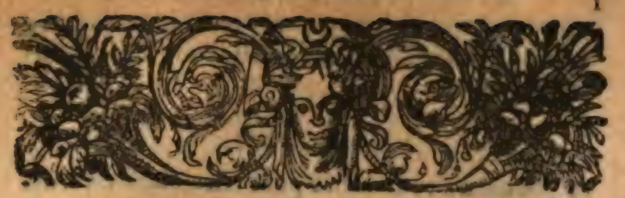
DV LIVRE VNZIESME.

Explications pour le dixiesme d'Eucide.

Obseruations du present Traducteur sur ce qu'Euclide suppose : c'est qu'vne ligne puisse estre incõmensurable, &c.
Obiections que pourroit faire l'Aduersaire.
Premier fondement.
Second fondement.
Troisiesme fondement.
Quatriesme fondement.
Cinquiesme fondement.
Premiere Conclusion.
Seconde Conclusion.
Troisiesme Conclusion.
Quatriesme Conclusion.
Cinquiesme Conclusion.
Sixiesme Conclusion.
Septiesme Conclusion.
Conclusion du present Traducteur.
Dissolution des Fondemens, & Conclusions precedentes.
Comment il faut entendre vne ligne estre incommensurable à vne autre ligne.
Que c'est que le costé Vniuersel, & comment il se Represente. chap. I.
Comment il faut prendre le Quarré du R.V. Quarré. &c. chap. II.
Comment il faut multiplier les R. V. par nombre, ou par costé. chap. III.
Comment il faut diuiser les R. V. par nombre, ou par costé, &c. chap. IIII.
Comment il faut adiouster les R. V. ou les oster

de toute ſorte de quantitez. chap. V.
Reigle generale, pour diuiſer vne quãtité en deux telles parties, qu'entre l'vne & l'autre y ait vne autre quantité donnee moyenne Proportionelle, ou bien que le produit d'vne partie par l'autre, face vne quantité donnee. chap. VI.
Additions.

FIN.



RECVEIL DV PREMIER LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Chapitre I.

TOVT nombre est diuisé en nombre per, ou imper : le nombre per est celuy, qui peut estre diuisé en deux parties égales, comme 4, 8, 16 : le nombre imper est celuy, qui ne peut estre diuisé en deux parties égales, comme 3, 5, 7, 9.

Chap. II.

TOVT nõbre est encore diuisé en quatre especes, c'est à sçauoir, en celuy qui est perement per, perement imper, imperement per, & imperement imper, lesquelles sont expliquees aux definitions du septiesme d'Euclide.

Chap. III.

TOVT nombre est tiercement diuisé en deux

especes, à sçauoir en nombre premier, & nombre composé, desquelles parle Eclide aux definitions du septiéme.

Chap. IIII.

ENCORE tout nõbre peut estre diuisé en trois especes, à sçauoir en nombre parfait, abondant, & diminué: le nombre parfait est celuy qui est égal à tous les nombres, desquels il est mesuré, commé 6 qui est mesuré de 1, 2, &3, lesquels nõbres prins ensemble font 6, &28, qui est vn nõbre mesuré de 1, 4, 7, 2, 14, lesquels ensemble font 28: le nombre abondãt est celuy, qui est moindre que tous les nombres qui le mesurẽt prins ensemble, comme 12, qui sont mesurez de :, 2, 3, 4, 6, lesquels nombres font adioustez 16, & semblablement 24, 36, 48, sont nombres abondãs: le nombre diminué est celuy, qui est plus grand que tous les nombres qui le mesurent prins ensemble, comme 8, qui est mesuré de 1, 2, & 4, lesquels nombres font ensemble 7, qui est vn nombre moindre que 8, tels nombres sont 10, 14, 16. &c.

Chap. V.

TOVT nõbre est encore diuisé en nombres lineels, superficiels, & solides, & semblablemẽt en nombres Quarrez, Cubes, Quarrez de Quarrez, Relates premiers, Triangles, Pentagones, Hexagones, & semblables: tout nombre, qui est produit de la multiplication de deux nombres, l'vn par l'autre, est dit nombre superficiel, & les nombres, lesquels s'entremultiplians l'ont produit, sont appellez ses costez, l'vn desquels sera appellé nombre lineel, cõ-

me si 7 multipliāt 5, faisoient 35, 35 seroit dit nombre superficiel, & 5 & 7 seroiēt appellez les costez de 35, & encor ou 5, ou 7, seroient dits nombres lineels, à cause que 7 multiplians 5, ont fait 35 : tout nombre, qui est produit de la continuelle multiplication de trois nombres, est appellé nombre solide, & les costez de ce solide serōt les nombres, qui s'entremultiplians, ont fait vn tel nombre, comme si 3 multiplians 4, faisoient 12, & ce produit estoit encor multiplié par 2, le dernier produit seroit 24, qui seroit vn nōbre solide, duquel les costez seroient ces trois nōbres qui l'ont produit par leur continuelle multiplication, à sçauoir 3, 4, & 2.

Or le Quarré est fait par la multiplicatiō de deux nombres égaux, l'vn desquels se dira estre le costé Quarré d'vn tel nombre superficiel: semblablemēt le Cube est fait par la continuelle multiplicatiō de trois nombres égaux, l'vn desquels sera appellé le costé Cubique d'vn tel solide: cōme si 4 multiplians 4 faisoient 16, ce nombre 16 seroit appellé nombre Quarré, duquel le costé seroit l'vn de ces deux nōbres, à sçauoir 4: que si 4, 4, & 4, s'entremultiplioiēt continuellement, il en prouiendroit 64, qui seroit vn nombre Cube, duquel le costé Cubique seroit l'vn de ces trois nombres, à sçauoir 4.

De la Progression Arithmetique. Chap. VI.

PROGRESSION Arithemetique, n'est autre chose, qu'vn certain ordre de plusieurs nōbres, qui ont vn égal interualle, comme 2, 4, 6, 8, 10, 12, lesquels nombres ont pour interualle 2.

Reigle generale, pour assembler tous les nombres de quelque progression Arithmetique.

Nous adiousterõs le premier nombre, ou terme, auec le dernier, & multiplierons la moitié de ceste somme par le nõbre des termes de ceste progressiõ, le produit sera la somme des nombres cõstituez en ceste Progressiõ: le mesme s'ensuiura, si nous multiplions la moitié du nõbre des termes par la somme du premier & dernier, comme pour exẽple, en ceste progressiõ, ou il y a huit termes 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, nous adiousterons le premier & dernier, à sçauoir, 2 & 16, & sera la somme 18, la moitié de laquelle est 9, que nous multiplierons par 8. qui est le nombre des termes, & ferons 72, qui sera la somme de tous ces nombres constituez en ceste progression, de laquelle l'excez est 2: nous eussions fait le semblable, si nous eussions multiplié la somme du premier & du dernier, à sçauoir 18, par la moitié du nombre des termes, qui est 4, & ainsi le produit eut esté 72 comme au precedent.

Nous estant donné le premier & dernier des nõbres proportionels Arithmetiquement, & semblablement l'interualle qu'ils gardent, trouuer le nombre des termes. Chap. VII.

SOIT le premier nombre 7, le dernier 21 l'interualle 2: nous osterons le plus petit du plus grãd, à sçauoir 7 de 21, & resteront 14, lesquels nous diuiserons par l'interualle, qui est 2, & sera le quotient 7, auquel nous adiousterons tousiours 1, & sera la somme 8, & autant il y a de termes, comme il apparoist, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21.

Nous estant donné le nombre des termes, le premier & le dernier, trouuer leur interualle. Chap. VIII.

SOIT le nombre des termes 8, le premier terme soit 7, le dernier 28: nous osterons le premier de dernier, à sçauoir 7 de 28, & resteront 21, que nous diuiserons par le mesme nombre, qui est 7, & sera le quotient 3, l'interualle de ces 8 termes Arithmetiquement proportionels.

GOSSELIN.

Nous estāt donnée la somme de quelques nōbres Arithmetiquement proportionels, leur interualle, & le nombre des termes, trouuer quels sont les termes.

Soit la somme de ces termes 54, soit le nōbres des termes 6, soit l'interualle 2: no⁹ partirons la somme, qui est 54, pat 3, qui est la moitié du nombre des termes, à sçauoir de 6, le quotient sera 18, puis nous oqerons 1 du nombre des termes, sçauoir est de 6, & reâcront 5, que nous multiplierōs par l'interuallle, qui est 2, le produit sera 10, lequel nous osterons de 18, & resteront 8, dont la moitié est 4, pour le premier terme, lequel nous osterons de 18, ou adiousterons à 10,

&aurons en l'vne, & l'autre façon 14, pour le dernier terme, comme on peut voir.

|4, 6, 8, 10, 12, 14,|

Or la demonstration de ceste reigle est facile, ou par les reigles precedentes de nostre Autheur, ou bien par la façon d'Algebre: laquelle nous auons inuenté.

De la Progression Geometriquer, Chap. IX.

LA Progressiō Geometrique doit suiure par ordre deu la Progressiō Arithmetique, laquelle est differēte de la progression Arithmetique en ce, que les termes de la Progression Arithmetique vōt s'excedans & augmentans auec differences égales, comme nous auons monstré, & les termes de la proportion Geometrique vōt s'excedans en égalles multiplicitez, cōme il apparoist en ces six termes, 1, 2, 4, 8, 16, 32, le second desquels est double du premier, à sçauoir 2 est le double de 1, & ainsi le troisiéme est le double du secōd, & le quatriéme double du troisiéme, & semblablement le cinquiéme double du quatriéme, & le sixiéme double du cinquiéme, ainsi qu'on peut de soymesme considerer: or ceste espece de proportiō Geometrique est appellee Progressiō double, pource que chacun cōsequent est double à son antecedent, mais quand tous les termes consequens seront triples de leurs antecedens, cōme en ces nombres, 1, 3, 9, 27, 81, 243, telle Progressiō s'appellera triple.

Reigle generale pour trouuer la somme de tous nombres cõstituez en Progreßion Geometrique.

Nous osterons tousiours le premier terme du dernier, & diuiserons le reste par 1 moins que le nõbre qui denomme telle progreſſion, & adiousterons le quotiẽt auec le dernier, la somme sera la somme de ces nõbres cõstituez en Progreſſion Geometrique.

Trouuons la somme de ces nombres constituez en proportion double, 3, 6, 12, 24, 48, 96, nous osterons 3 de 96, & resteront 93, le nombre qui denomme ceste Progreſſion est 2, car c'est proportion double, nous en osterons 1, & restera 1, par lequel reste nous diuiserons 93, & sera le quotient les mesmes 93, ausquels nous adiousterõs 96, la somme sera 189, qui est la somme de ces nombres cõstituez en proportion double, c'est àsçauoir, 3, 6, 12, 24, 48, 96.

De la Progreßion des Quarrez, & des Cubes. Chap. X.

TRouuõs la sõme de tous les Quarrez, qui sont depuis 1, iusques au Quarré de 12, qui est 144.

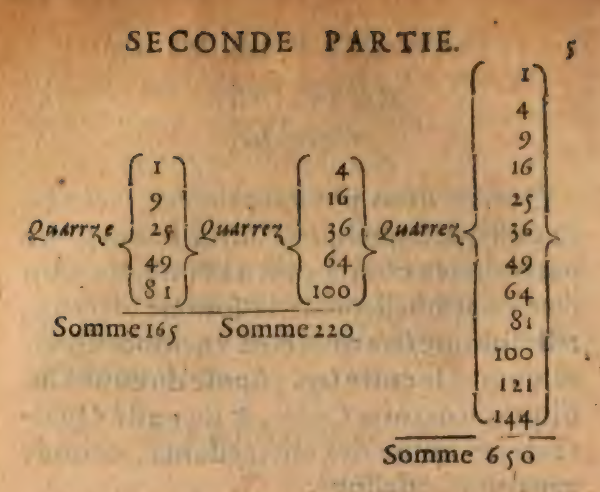
Nous adiousterons 12 auec le prochain nombre d'apres, à sçauoir 13, la sõme sera 25, puis nous multiplierõs 12 par 13, & ferons 156, lequel produit nous multiplierons 12 par 25, qui est la somme de & 13, & ferons 3900, lequel dernier produit nous diuiserõs par la difference de 12 à 13, qui est 1, & viendront au quotient les mesmes 3900, puis nous diuiserons ce quotient par 6, par reigle ferme & generalle, nous aurõs 650, pour la somme de tous les nõbres Quarrez, depuis 1, iusques au Quarré de 12, qui est 144, comme on peut voir cy apres.

Trouuons la ſomme de tous les Quarrez pers, iuſques au Quarré de 10 qui eſt 100.

Nous adiouſterons 10 au prochain nombre per, à ſçauoir à 12, & ſera la ſomme 22, apres nous multiplierons 12 par 10, & ferons 120, lequel produit nous multiplierons par la ſomme de ces deux nombres, qui eſt 22 & ſera le produit 2640, lequel nous diuiſerons par la difference de 10 à 12, qui eſt 2, & ſera le quotient 1320, lequel nous diuiſerons encor par 6, le quotiét dernier ſera 220, qui eſt la sõme de tous les Quarrez pers, iuſques à 100, qui eſt le Quarré de 10, comme on peut voir cy apres.

Trouuons la ſomme de tous les Quarrez impers, iuſques au Quarré de 9, qui eſt 81.

Nous adiouſterons 9 auec le prochain nombre imper, qui eſt 11, & ſera la ſomme 20, puis nous multiplierons 9 par 11, & ferons 99, que nous multiplierons par 20, nous aurons pour le produit 1980, lequel produit nous diuiſerons par 2, qui eſt la difference de 9 à 11, & ſera le quotient 990, lequel quotient nous diuiſerons encor par 6, pour la reigle, ce dernier quotient ſera 165, qui ſera la ſomme de tous les Quarrez impers, iuſques à 81, qui eſt le Quarré de 9, ainſi qu'on peut voir en la page ſuiuante.



Reigle generale pour trouuer la somme de tous les Cubes depuis l'vnité.

Trouuons la somme de tous les Cubes depuis l'vnité, insques au Cube de 8, qui est 512.

Nous prendrons la moitié de 8. qui est 4, nous adiousterons encor 1 à 8, & sera la somme 9, nous multiplierons 9 par 4, & ferons 36, & le Quarré de ce produit est 1296, qui sera la somme de tous ces Cubes, ainsi qu'on peut voir.

Cubes { 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512 }

Somme 1296

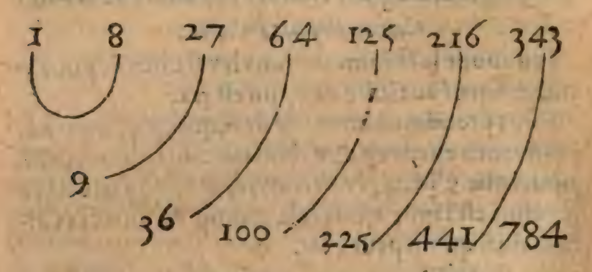
9	36
4	36
36	1296

Quarré de 36, & somme de tous ces Cubes.

GOSSELIN.

Correlaire.

De cecy nous pouuons tirer ce correlaire, c'est que si quelques Cubes sont exposez par ordre, en cõmençant à l'vnité, & qu'on face continuellement la somme d'iceux, telle somme sera tousiours vn nõbre Quarré, duquel le costé sera cõposé du costé Cubique du dernier Cube, & du costé Quarré de la somme des antecedents, comme apparoist cy dessous.



Correlaire second.

Nous estant donné quelconque Cube, trouuer vn Quarré, auquel estant adiousté, il face encor vn Quarré.

Soit donné le Cube de 5, qui est 125, nous osterons 1 du costé Cubique de 125, qui est 5, & resteront 4, puis nous ferons la somme

de tous les Cubes, qui ſont depuis l'vnité iuſques au Cube de 4, & trouuerons par la reigle de noſtre autheur, que ceſte ſomme ſera 100, c'eſt à ſçauoir vn nombre Quarré, qui ſera le Quarré que nous cherchiõs, tellement que ſi on adiouſte 100 au Cube de 5, c'eſt à dire à 125, on fera vn nombre Quarré, duquel le coſté ſera la ſomme de 10 & 5, à ſçauoir de 15.

De diuerſes ſortes de queſtions, Chap. XI.

DEVX vont par vn meſme chemin, en telle ſorte que le premier fait cõtinuellemẽt 40 lieues par iour, le ſecond en fait le premier iour 5, le ſecõd 10, le troiſiéme 15, & ainſi en procedãt tous les iours par l'excés de 5, en combien de iours ceſtui cy atteindra il le premier, & combien de lieues aura fait vn chacun d'eux.

Nous doublerons 40, & ferons 80, pour la ſomme du premier & du dernier terme de la Progreſſiõ, dont nous en oſterons le premier terme, qui eſt 5, & reſteront 75, pour le dernier terme: or pour trouuer le nombre des termes, nous oſterons 5 de 75, & reſteront 70, que nous diuiſerons par 5, qui eſt l'excés, ou interualle de la Progreſſion, & ſera le quotient 14, auquel nous adiouſterons 1, la ſomme ſera 15, & autant il y a de termes en ceſte progreſſion, & partant le ſecond atteindra le premier en 15 iours, & aura fait 75, lieues le dernier iour : pour ſçauoir

maintenant cõbien vn chacun a fait de lieues, il faut multiplier 15, qui est le nombre des termes, par la moitié de la somme du premier & dernier terme, laquelle est 40, & nous aurons 600, ainsi nous dirõs qu'ils se sont rencontrez en 15 iours precisément ayans fait 600 lieuës.

Quelcun part d'vn lieu, & fait tous les iours continuellement 30 lieuës, & quatre iours apres vn autre part du mesme lieu, pour atteindre le premier, & fait tous les iours 40 lieuës, en combien de iours cestui-cy atteindra-il le premier?

Il est manifeste que quand le second a commencé à cheminer, le premier auoit desia fait 120 lieuës, à sçauoir 4 fois 30 lieuës, & que le second va tous les iours 10 lieuës dauantage que le premier, & partant nous dirons par la reigle de trois : si 10 lieuës donnent 1 iour, combien 120 lieuës? nous aurõs 12 iours, & dedans autant de iours le second atteindra le premier.

Faisons qu'il y ait 400 lieuës de Padouë à Turin, & que deux Courriers partent en vn mesme instãt, l'vn de Padoue pour aller à Turin, l'autre de Turin pour venir à Padoue, & que celuy qui va de Padouë à Turin, s'offre d'arriuer à Turin en 11 iours, & que celuy qui va de Turin à Padouë s'offre d'estre à Padoue en 9 iours: on demande (les Courriers gardans leur promesse) en combien de iours ils s'entre-rencontreront, & combien ils auront fait de lieues chacun.

Nous trouuerõs vn nõbre qui puisse estre diuisé par 11, & 9, nous multiplierõs 11 par 9, & ferons 99, & tel nõbre sera 99: il est manifeste qu'en 99 iours, celuy

qui eſt party de Padoue, fera 9 voyages, & celuy qui eſt party de Turin, fera 11 voyages, & ainſi tous les deux enſemble feront 20 voyages en 99 iours, mais nous ne voulions qu'vn voyage, nous dirons donques par la reigle de trois : Si 20 voyages ſont faits en 99 iours, en combien de iours ſera fait vn voyage? nous aurons 4 $\frac{19}{20}$ de iour, & dans autant de iours ils ſ'entrerencontreront : pour ſçauoir maintenant combien ils auront fait de lieues chacun, nous dirons pour celuy qui eſt allé de Padoue: Si en 11 iours on peut faire 400 lieues, combien en pourra on faire en 4 $\frac{19}{20}$? nous aurons 180 lieuës : & pour celuy qui eſt party de Turin, nous dirons : Si 9 iours peuuent faire 400 lieuës, combien en feront 4 $\frac{19}{20}$? nous aurons 220: nous dirons donques qu'ils ſ'entrerẽcontreront en 4 $\frac{19}{20}$ de iour, & que celuy qui eſt party de Padouë, aura fait 180 lieuës, & l'autre qui eſt party de Turin 220 lieuës, leſquels nombres de lieuës adiouſtez enſemble, font preciſément 400 lieuës, & pourtant nous auons bien fait noſtre operation.

Il y a 90 lieues de Padoue à Breſce : quelqu'vn part de Padoue, pour aller à Breſce, & fait ſeulemẽt 18 lieues le iour, pour auoir mal à la iambe: vn autre part à vn meſme temps de Breſce, pour venir à Padoue, & fait 30 lieues par iour, en combien de iours ſe rencontreront-ils, & combien de lieues aura fait vn chacun d'iceux?

Il eſt manifeſte que tous les deux enſemble ferõt 48 lieues par iour, & pourtant nous dirons par la reigle de trois: Si 48 lieues ſont faites en vn iour, en combien ſeront faites 90 lieues? nous aurõs vn iour $\frac{7}{8}$, & en tant de iours ils ſe rencontrerõt, que ſi nous

voulons ſçauoir combien de lieues chacun aura fait,pour celuy qui eſt party de Padoue, nous multiplierons 18 par $1\frac{7}{8}$,& ferons $33\frac{3}{4}$, & autant de lieues il auoit fait, & pour celuy qui eſt party de Breſce, nous multiplierons 30 par $1\frac{7}{8}$, & nous aurons $56\frac{1}{4}$, & autant de lieues il auoit fait, leſquelles lieues adiouſtees enſemble font 90 lieues, ainſi comme il a eſté ſuppoſé.

Frere Luc du Bourg met telle queſtion, en diſant: vn a mis par ordre,àdroict fil 100 põmes en vn plan, diſtantes l'vne de l'autre d'vn pas, tant y a qu'elles tiennent (ainſi qu'il dit) 100 pas de longueur, & vn autre les veut recueillir vne à vne, & les porter toutes ſur la premiere, & ainſi faire de toutes vn monceau ſur la place de la premiere, on demande en cõbien de pas il les aura toutes recueillies.

Ledit autheur dit qu'on doit faire en ceſte maniere, c'eſt à ſçauoir multiplier la diſtance deſdites põmes en ſoymeſme,en diſant, cent fois cent font dix mille,& adiouſter à ce produit la diſtãce qui eſt 100, & ainſi on fera 10100, & conclud qu'il faudra qu'iceluy face autant de pas pour les recueillir, laquelle concluſion eſt fauſſe,pource que leſdites 100 pommes n'ont que 99 interualles, & ſ'il veut les rapporter à la premiere, il ne fera que 9900 pas, leſquels 9900 pas ſeront trouuez par ceſte ratiocination, ou reigle.

Il eſt manifeſte qu'en voulant rapporter la ſeconde pomme ſur la premiere,il fera 2 pas (à ſçauoir vn pas en allant,& vn pas en retournant) ainſi en voulant rapporter la troiſiéme ſur la premiere, il fera 4 pas,c'eſt à ſçauoir 2 en allant,& 2 en retournant, &

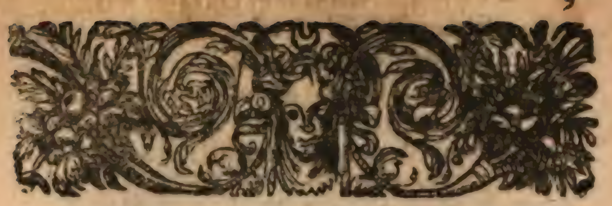
pour rapporter la quatriesme, il fera 6 pas, pour rapporter la cinquiéme, 8 pas, & ainsi il yra poursuyuant en la Progression Arithmetique, dont l'interualle sera 2, & commençante d'iceluy mesme nombre 2, & les termes de ceste Progression seront 99, à sçauoir autant qu'il y aura d'interualles esdites pommes, lesquels interualles ne sont que 99, cõme nous auõs desia dit, à sçauoir 1 moins que le nombre des pommes, à cause que la premiere demeure immobile, & ne se porte point : & faut noter que le dernier terme de ceste progression est necessairement le double de 99, c'est à sçauoir 198: or si nous voulons cognoistre la somme de tous ces termes par nostre reigle generale, nous adiousterons le premier terme, qui est 2, auec le dernier, qui est 198, la somme sera 200, de laquelle nous prendrons la moitié, qui est 100, laquelle nous multiplierons par le nombre des termes, qui est 99, & sera le produit 9900, & si grand sera le nombre de tous les pas qu'aura deu faire celuy qui vouloit recueillir lesdites pommes, & les r'apporter à la premiere.

Vn nauire a trois voiles, auec le plus grand desquels il peut faire vn voyage en 2 iours, auec le moyen il le peut faire en 3 iours, & auec le plus petit il le peut faire en 4 iours : on demande, en combien de iours il le pourroit faire tout à vn traict, faisant voile auec tous trois?

Nous trouuerons vn nombre qui soit mesuré de 2, 3, & 4, & ces trois nombres multipliez l'vn par l'autre, on trouuera 24, & ainsi en 24 iours auec le plus grand voile il fera 12 voyages, ce qui se

trouue en diuisant 24 par 2, car en autant de iours il peut faire vn voyage, auec iceluy, & ainsi auec le moyen voile, il fera 8 voyages en ces 24 iours, & auec le plus petit, il fera 6 voyages, nous mettrons tous ces trois nombres en vne somme, c'est à sçauoir 12, 8, & 6, & sera la somme 26, c'est à dire 26 voyages, mais nous ne voulions qu'vn voyage, nous dirons donques par la reigle de trois: si 26 voyages sont faits en 24 iours, en combien de iours sera fait vn voyage? nous aurons $\frac{12}{13}$ d'vn iour, qui seront 22 heures $\frac{2}{13}$, & ainsi en 22 heures $\frac{2}{13}$, ce Nauire fera vn voyage, singlant à toute voile, & en telle sorte on pourra resoudre toutes questions semblables, qui se feront de quelque nauire, qui ait 4, 5, 6, 7, ou 8 voiles, voire en infini.

Fin du premier liure.



RECVEIL DV SECOND LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

De l'origine de ce mot de Racine.

Chapitre I.

Tout ainsi que de la racine d'vne herbe, ou d'vne plãte sõt produites plusieurs qualitez de matiere, c'est à sçauoir, il sort premierement vne certaine petite chose à peine apparoissãte sur la terre, & apres se produit vne petite fueille selõ la qualité de telle matiere, apres vient la fleur, & apres la fleur sort le fruit, ou la semẽce, en telle sorte q̃ la premiere Racine de toutes ces matieres viẽt à estre sa Racine, pourautant que tout a esté produit de ceste premiere Racine: la mesme chose aduient aux nombres, car tout nombre multiplié

en ſoy, fait ſon Quarré, & tel nombre vient à eſtre la Racine de ce produit, qui eſt dite Racine Quarree, que ſi ce nombre eſt de nouueau multiplié par ſon Quarré, ce ſecond produit ſera le Cube de tel nombre, qui eſt encor la Racine de ce ſecond produit, & pource que ce nombre eſt vn Cube, auſſi ſa Racine ſera dite Racine Cubique de ce Cube: comme ſi 2 multiplians 2 faiſoient 4, & ce produit fuſt de rechef multiplié par iceluy meſme nombre 2, nous diſons que ce ſecond produit, qui vient de la multiplication de 2 par ſon Quarré, qui eſt 4, ſera le Cube d'iceluy meſme nombre 2, à ſçauoir 8, & que 2 ſera la Racine Cubique de ce Cube 8: apres vient le Quarré de Quarré, qui eſt le produit de la multiplication de la Racine par le Cube, comme ſi 2 multiplioyent 8, nous aurions 16, pour le Quarré de Quarré de 2: apres vient le Relate premier, qui eſt fait de la multiplication de la Racine par le Quarré de Quarré, comme ſi 2 eſtoient multipliez par 16, le produit ſeroit 32, qui ſeroit vn Relate premier, dont la Racine Relate ſeroit 2: Encor apres vient le Quarré de Cube, qui eſt fait par la multiplication de la Racine par le Relate Premier, cõme ſi 2 multiplians 32 font 64, ce produit 64 ſera le Quarré de Cube, ou Cube de Quarré, dont la Racine Quarrée Cubique, ou Cubique Quarrée eſt 2: apres encor vient le Second Relate, qui eſt fait par la multiplicatiõ de la Racine par le quarré de Cube, ou Cube de quarré, comme ſi 2 multipliẽt 64, le produit ſera 128, qui ſera vn Relate Second, dont la Racine Relate ſeconde ſera 2, & ainſi en infiny, comme il apparoiſt cy apres.

Ces nombres prins en ceste sorte sont appellez en l'Algebre, noms, quantitez, ou dignitez.

Vnité,	1
Racine, ou costé,	2
Quarré,	4
Cube,	8
Quarré de Quarré,	16
Relate Premier,	32
Quarré de Cube, ou Cube de Quarré,	64
Relate Second,	128
Quarré de Quarré de Quarré,	256
Cube de Cube,	512
Quarré de Relate Premier,	1024
Relate Troisiéme,	2048
Cube de Quarré de Quarré,	4096
Relate Quatriéme,	8192
Quarré du Relate Second,	16384
Cube du Relate Premier,	32768

Et ainsi procedans en infiny.

GOSSELIN.

Consideré que ce nom de Racine auec l'improprieté qu'il a en nõbres, a apporté aussi beaucoup d'obscurité en l'Arithmetique, & a retardé plusieurs gentils esprits, lesquels n'ont ozé s'y embrouiller, à raison que la chose leur sembloit si difficile

de premier regard, tant pour l'improprieté de ce nõ, que pour l'obſcurité de ceux qui traitoient de ces nombres en termes aſſez mal digerez, qu'il leur sẽbloit eſtre beſoin d'vn Hercule, pour combatre ce monſtre d'ignorance, toutesfois cecy a commencé peu à peu à eſtre reduit en ſa perfection, en quoy Oronce n'a pas eſté des derniers. & apres luy Peletier, Forcadel, & autres: mais nous auõs noſtre autheur, qui a eſté l'Hercule, & a reduit toutes ces difficultez & obſcuritez en termes ſi faciles & manifeſtes, qu'il eſt impoſſible de trouuer des voyes plus courtes & generalles pour les extractions de toutes ſortes de coſtez, que celles qu'il nous a ſi proprement digeré en ce liure: Il n'y a ſeulement que ce nom de Racine, qu'il a retenu à cauſe (dit il) q̃ Maumeth fils de Moyſe Arabe inuenteur de l'Algebre, exprime les coſtez de ces dignitez de Algebre, par ce nom de Racine. Or pour plus grande facilité, nous laiſſerons à part les Racines, plantes, & arbres, pour les iardiniers, afin que nous ne meſlions les mechaniques auec les Mathematiques, & les choſes terreſtres auec les celeſtes: donc au lieu de Racine, nous dirons le coſté, ainſi le

costé Quarré, le costé Cubique, le costé Relate, desquelles tois especes nous baillerõs la façon d'en tirer les costez selon nostre autheur, & laisserons les autres, pour n'estre de grand vsage, & dependre de celles cy, en sorte que celuy qui les entendra, entendra pareillemẽt l'extraction des costez de toutes les autres especes, dont nostre autheur traite assez amplement, & premierement nous parlerons du costé Quarré, suiuans la methode de nostre autheur.

Comment il faut cognoistre les costez Quarrez des nombres moindres que 100 Chap. II.

TOVT nõbre Quarré moindre que 100 ne peut auoir qu'vne figure en son costé, & tel nõbre où il sera Quarré, ou non, s'il est Quarré, on doit sçauoir par memoire quel est son costé, pour ceste cause nous auons mis en ceste table tous les nombres Quarrez, qui n'ont qu'vne figure en leur costé.

Costez	*Quarrez*
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

Comment on peut tirer le costé Quarré d'vn nombre plus grand que 100.

Chap. III.

TROVVONS le costé Quarré de 1296, premierement nous escrirons vn poinct dessus la premiere figure vers la main dextre, à sçauoir dessus 6, puis nous en mettrõs encor vn autre dessus la troisiéme figure, à sçauoir dessus 2, & ainsi consequemment dessus les figures des lieux impers, & autant qu'il y aura de poincts, autant y aura il de figures au costé de ce Quarré: cõme en nostre Quarré 1296, il n'y aura que deux figures, à raison qu'il ne peut receuoir que deux poincts. Apres auoir fait cecy, nous tirerons vne ligne cõme celle-cy, A —— B,

	3			A		
1	2	9	6		3	
	9					
				B		

Puis nous trouuerons le plus grand quarré, qui soit contenu en 12, qui est le nombre appartenant au dernier poinct, & nous trouuerons qu'iceluy quarré sera 9, car 16 n'y peuuent pas estre cõtenus, nous escrirons le costé de ce quarré 9, qui est 3, derriere nostre ligne A, B, pour la premiere figure de nostre costé, puis nous osterons ce quarré 9 de 12, & escrirons le reste, qui sera 3 dessus 2, apres auoir

effacé 12 : Cecy estant fait, qui ne sera plus reïteré nous doublerons tout ce qui est derriere nostre ligne A, B, comme maintenant nous doublerons 3, & ferons 6, lequel double nous escrirons dessous celle figure de nostre Quarré, qui n'a point de poinct sur soy marqué, & qui est prochain au poinct, que nous auons desia acheué, nous mettrōs donques ce double qui est 6, dessous 9, qui est la figure de nostre Quarré, qui n'a point sur soy de poinct, & est prochain au poinct, que nous auons acheué, c'est asçauoir au poinct, qui est sur 2, en ceste sorte.

3	A	
1 2 9 6		3
6		
	B	

Ce double ainsi mis nous seruira de diuiseur, ainsi nous diuiserons le nōbre superieur de nostre Quarré par ce double, à sçauoir 39 par 6, en disant, 6 en 39 combien sont ils contenus de fois ? & nous trouuerons qu'ils y seront cōtenus 6 fois, nous escrirons ce quotient, qui est 6, en deux endroits, premierement apres le double qui a seruy de diuiseur, à sçauoir apres 6, & secondement apres toutes les figures de nostre costé, qui n'est qu'vne, c'est à sçauoir 3, derriere la ligne A, B, en ceste sorte.

3 3	A	
1 2 9 6		36
6 6		
	B	

Ce quotient, qui eſt 6, lequel nous auons eſcrit derriere la ligne A, B, apres noſtre premiere figure, ſera la derniere figure de noſtre coſté, a cauſe qu'il n'y a que deux poinćts.

Cecy eſtant ainſi fait, nous multiplerons la derniere figure de noſtre coſté, qui eſt 6, par tout ce que nous auons eſcrit au diuiſeur, à ſçauoir par 66, en diſant, 6 multiplians 6, font 36, que nous oſtons de 39, & reſtent 3, lequel reſte nous eſcrirons deſſus 9, apres auoir effacé 39, puis encor 6 multipliãs le dernier nombre du diuiſeur, qui eſt 6, font 36, que nous oſtons de 36, & ne reſte rien, nous effacerons donques 36, qui eſt le nombre ſuperieur, & ſemblablement tout ce qui eſt en noſtre diuiſeur, à ſçauoir 66, & dirons, pour autant qu'il ne reſte rien, que le nombre donné, 1296, eſtoit vn nombre vrayement Quarré, duquel le coſté Quarré eſt 36: la preuue ſera, que ſi nous multiplions 36 par 36, c'eſt à dire par ſoy-meſme, nous ferons 1296.

3 6 coſté	
3 6 coſté	
2 1 6	*Nombres produis, ou*
1 0 8	*ſuperficiels,*
1 2 9 6	*Sommes de ces nombres ſuperficiels, ou Quarré de ce nombre 36.*

GOSSELIN.

Trouuons encor le costé Quarré de ce nombre 50176, nous escrirons vn point sur chaque lieu imper en cõmençant à la main dextre, à sçauoir vn point sur 6, vn sur 1, & encor 1 sur 5, qui sera argumẽt que ce nombre n'aura que trois figures en son costé, à cause qu'il ne reçoit que trois points, nous escrirons donques 50176 en ceste sorte, & mettrons derriere ceste ligne A———B, puis nous prendrons le plus grand Quarré qui soit contenu sous les figures qui appartiennent au premier point: or en cest endroit il n'y a que 5, qui puisse y appartenir, sous lequel nõbre le plus grand Quarré qui soit contenu, est 4, nous escrirons son costé, qui est 2, derriere nostre ligne A, B, & osterons ce Quarré 4 de 5, & restera 1, que nous escrirons dessus 5, apres l'auoir effacé, comme il apparoist.

1					A	
·		·		·		
5	0	1	7	6		2
4					B	

Apres nous doublerõs tout ce qui est derriere nostre ligne A, B, qui est 2, le double

eſt 4,lequel nous eſcrirõs deſſous o, qui eſt la figure prochaine de 5, ſur lequel nombre 5 eſtoit marqué le premier point,& deſſous iceluy o n'y a point de poinct marqué, ce double nous ſeruira de diuiſeur,nous cher cherons combien 4 ſeront contenus au nõ bre ſuperieur, c'eſt à ſçauoir en 10, & trouuerons qu'ils y ſeront contenus par 2, ainſi nous eſcrirons 2 pour la ſeconde figure de noſtre coſté, derriere noſtre ligne A, B, apres 2, & encor nous eſcrirons ce meſme quotient 2 apres noſtre diuiſeur, qui eſt 4, deſſous, en ceſte maniere.

Reſte,	1		7			A	
	.	1	.		.		
	8	0	1	7	6		22
Diuiſeur,		4	2				
			2				
Produit,		8	4			B	

Puis nous multiplierons ceſte ſeconde figure de noſtre coſté, dernieremẽt trouuee, qui eſt 2,par tout noſtre diuiſeur, à ſçauoir par 42,&ferons 84,lequel nombre produit nous ſouſtrairons du ſuperieur, qui appartient à ce point, qui eſt le ſecond de noſtre operation, nous oſterõs dõques 84 de 101, & reſteront 17, que nous eſcrirõs deſſus, a-

pres auoir effacé 101, & ainsi nous auons acheué nostre secōde operation. La troisiéme ne differe en riē de la secōde, nous doublerons tout ce qui est derriere nostre ligne A, B, à sçauoir nous doublerons 22, & serōs 44, que nous escrirons, en sorte que la premiere figure de 44 soit dessous 7, qui est la figure prochaine du dernier point: puis no' diuiserons le nombre superieur qui est 177 par ce double, qui est 44, en disant, 4 en 17, combien sont ils contenus de fois? & nous trouuerons qu'ils y seront cōtenus 4 fois, & pourtāt nous escrirons 4 derriere nostre ligne A, B, apres 22, pour la troisiéme figure de nostre costé: semblablement nous escrirons ceste mesme figure 4, apres nostre diuiseur, dessous 6, ainsi qu'il apparoist.

		1	7			A		
	5	0	1	7	6		224	Costé
Diuiseur,			4	4	4			
					4	B		
Produit,		1	7	7	6			

Apres nous multiplierons ceste derniere figure, qui est 4, par tout ce qui est au diuiseur, à sçauoir par 44 4, & sera le produit 1776, lequel nous osterons du nombre qui luy est superieur, c'est à dire de 1776, & ne

restera rien: tellement que le nombre donné 50176 estoit vn nombre Quarré, duquel le costé est exactement 224. La preuue sera, que si on multiplie 224 en soy, à sçauoir en 224. le produit sera 50176.

Comment on peut trouuer à peu pres le costé Quarré d'vn nombre non Quarré.

Noz Anciens Arabes ont trouué vne reigle par voye Geometrique, pour approcher du costé Quarré d'vn nombre non Quarré, qui est telle: apres que on aura tiré le plus grād Quarré, qui soit comprins sous le nombre donné, on mettra le reste sur vne petite ligne, & le double du costé desia trouué, dessous, & telle partie adioustée au costé desia trouué sera le costé Quarré prochain du nombre donné: comme pour exemple, si nous voulons trouuer le costé prochain Quarré de 7, nous prendrons le plus grand Quarré, qui soit contenu sous 7, lequel est 4, & son costé sera 2, nous osterons 4 de 7, & resteront 3, puis nous doublerons ce costé, qui est 2, & ferons 4, lequel double nous escrirons dessous le reste qui est 3, en ceste maniere, $\frac{3}{4}$, nous dirons donques, que le costé Quarré prochain de 7 sera $2\frac{3}{4}$: que si nous en voulons encor vn plus prochain, nous multiplierōs $2\frac{3}{4}$ en soy, c'est à dire, nous prendrons le Quarré de $2\frac{3}{4}$, qui sera $7\frac{9}{16}$, duquel nous osterons le nombre donné, qui est 7, & resteront $\frac{9}{16}$, lequel reste $\frac{9}{16}$ nous diuiserōs par le double du costé prochain, que nous auons trouué, qui est $2\frac{3}{4}$, à sçauoir $\frac{22}{4}$, & sera le quotient $\frac{9}{88}$, lequel nous osterons du costé, que nous a-

uons trouué, qui est $2\frac{3}{4}$, & resteront $\frac{233}{88}$, à sçauoir $2\frac{31}{44}$, qui sera le costé Quarré de 7, encor plus proche de la verité, que n'est $2\frac{3}{4}$. La preuue sera qu'en multipliãt $2\frac{3}{4}$ en soy, nous aurons $7\frac{9}{16}$, qui passeront 7 de $\frac{9}{16}$, & en multipliant $2\frac{31}{44}$ en soy, nous aurons 7, & $\frac{81}{7744}$, qui passent 7 de $\frac{81}{7744}$: or que $\frac{81}{7744}$ soient beaucoup moindres que $\frac{9}{16}$, la chose est manifeste: dont il appert que $2\frac{31}{44}$ est le costé de 7, beaucoup plus vray que $2\frac{3}{4}$, nous ferons le semblable en tous autres nombres.

7	7			
	4	Q.	Costé de 7	$2\frac{3}{4}$
	3			

Costé de 7 $2\frac{31}{44}$ plus exacte,

Quarré de $2\frac{3}{4}$, $\frac{121}{16}$, c'est à dire, $7\frac{9}{16}$, passe 7 en $\frac{9}{16}$,

Quarré de $2\frac{31}{44}$, $7\frac{81}{7744}$, passe 7 en $\frac{81}{7744}$.

$\frac{81}{7744}$ moindre partie, que n'est $\frac{9}{16}$.

GOSSELIN.

Demonstration.

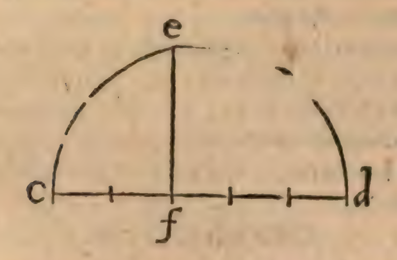
Il n'y a point de doute que les anciẽs Mathematiciens n'ayent trouué ceste reigle par raison Mathematique, consideré que la demonstration est assez manifeste, par la quatriémeproposition du second d'Euclide. Soit pour exẽple vn Quarré de 10 pieds,

certes ſon coſté ne ſera pas 4, à raiſon que le Quarré de 4 eſt 16, & on nous dõne ſeulemẽt 10, auſſi il eſt plus grãd que 3, veu que le Quarré de 3 eſt 9, qui eſt moindre que le nombre propoſé 10, oſtõs 9 de 10, reſtera 1, & partant par la quatriéme du ſecond, 1 ſera le Gnomon de ce Quarré 10, apres en auoir oſté 9, ainſi vne partie du coſté de 10 ſera 3, il reſte à cercher l'autre le plus exactement qu'il ſera poſſible, il faut donques cercher vn nombre qui multiplié en ſoy, & par le double de 3, àſçauoir 6, face 1, qui eſt la valeur du Gnomon, dõt il ſe fait, que ne nous ſouciãs point du Quarré de ceſte autre partie du coſté de 10, nous diuiſõs ce Gnomõ, qui eſt 1 en ceſt endroit, par le double de la partie ia cogneuë, c'eſt à ſçauoir 1 par 6, & le quotient eſt $\frac{1}{6}$, ainſi ceſte autre partie du coſté de 10 treſexacte ſera $\frac{1}{6}$, & tout le coſté $3\frac{1}{6}$.

Comment on peut donner exactement par voye Geometrique le coſté Quarré d'vn nombre, tant Quarré, que non Quarré.

Nous ſoit propoſé de trouuer par voye Geometrique le coſté Quarré de 6, par 6 nous entendrons 6 quelconques meſures, comme pieds, pas, ou au-

tres quelconques : or posons que ce soient 6 pieds superficiels : nous trouuerons deux nombres qui multipliez l'vn par l'autre, ont fait 6, & tels seront 2 & 3, qui multipliez l'vn par l'autre ont fait 6, ainsi nous tirerons vne ligne, qui ait autant de pieds, que il y a en la somme de ces deux nombres, c'est à sçauoir qui ait 5 pieds, laquelle soit C————D, sur laquelle nous descrirons la moitié d'vn cercle, qui sera C, E, D, puis du point, qui est celuy point, qui distingue les 2 pieds d'auec les 3 pieds, lesquels sont en la ligne C———D, nous tirerons la ligne F, E, perpendiculairement sur la ligne C, D, & dirõs que la ligne F, E, sera le costé exacte des 6 pieds superficiels, ce qui est demonstré par la derniere du secõd, & s'ensuit encor par l'huictiéme du sixiéme, que la ligne F, E, est le costé exacte de 6, ce que nous cherchions, ainsi qu'on peut voir,



Comment on doit tirer le costé Quarré d'vne partie.

Si ceste partie estant reduite en sa plus petite denomination à son numerateur, & son denomina-

teur Quarrez, nous prendrons le costé du numerateur, & le mettrons pour numerateur, puis le costé du denominateur, & le mettrons pour denominateur, comme si on nous dõne à tirer le costé Quarré de $\frac{9}{16}$, nous prendrons le costé de 9, qui est 3, & semblablement le costé de 16, qui est 4, & pourtant nous dirõs, que le costé Quarré de $\frac{9}{16}$ est $\frac{3}{4}$, semblablemẽt le costé Quarré de $\frac{28}{63}$, nous reduirons $\frac{28}{63}$ en sa plus petite denomination, & nous aurons $\frac{4}{9}$, dont le costé sera $\frac{2}{3}$, & pourtant nous dirons que le costé Quarré de $\frac{28}{63}$ sera $\frac{2}{3}$, & ainsi és autres.

Comment on peut tirer le costé Quarré le plus proche d'vne partie non Quarrée.

Nous multiplierons le numerateur par son denominateur, puis nous prendrons le costé prochain de ce produit, lequel nous diuiserons par le denominateur de la partie donnee, & le quotient sera le costé proche du vray.

Trouuons le costé Quarré de $\frac{5}{7}$, nous multiplierons 5 par 7, & ferons 35, duquel nombre le costé Quarré prochain sera 6, que nous diuiserons par le denominateur de ceste partie donnee, qui est 7, & sera le quotient, $\frac{6}{7}$, qui sera le costé Quarré prochain de $\frac{5}{7}$.

GOSSELIN.

Demonstration.

La demonstration de cecy est telle, comme si nous cherchons le costé Quarré de $\frac{2}{3}$, nous

nous cherchons vne partie, à laquelle $\frac{2}{3}$ ait raison double, c'est à dire que la raison de 2 à 3 soit double de la raison du numerateur d'icelle partie à son denominateur, car ainsi par l'ōziéme proposition de l'huitiéme de Euclide, ou par le Correlaire de la dixiéme definitiō du cinquiéme, ou par la cinquiéme du sixiéme, ceste partie donnee $\frac{2}{3}$ sera le Quarré de celle, à laquelle elle aura double raison, pour trouuer laquelle partie, nous multiplions le numerateur par son denominateur, c'est à sçauoir 2 par 3, & faisons 6, & partant par la dixseptiéme du sixiéme, ou vingtiéme du septiéme, le costé Quarré de 6 sera millieu proportionel entre 2 & 3, nous trouuerons le costé Quarré de 6, ainsi que nostre autheur a enseigné, qui sera $2\frac{1}{2}$, c'est à dire $\frac{5}{2}$, ainsi ceste partie $\frac{5}{2}$ sera millieu proportionel entre 2 & 3, & seront trois nōbres proportionels 2, $\frac{5}{2}$. 3, donques par la X. definition du cinquiéme, la raison de 2 à 3 sera double à la raison de $\frac{5}{2}$ à 3, pour laquelle cognoistre, nous diuiserons $\frac{5}{2}$ par 3, le quotient sera $\frac{5}{6}$, & pour ceste cause la raison de 5 à 6 sera la moitié de la raison de 2 à 3 : or le Quarré au Quarré, a double raison du costé au costé, donques par la conuerse de

ceste vingtiéme proposition du septiéme, 2 & 3 seront les Quarrez de 5 & 6, dont il est fait que le costé Quarré de $\frac{2}{3}$ soit $\frac{5}{6}$, sinon tant exacte, au moins tresproche: or la cause pourquoy il ne se peut dõner exacte est, pour autant q̃ le numerateur & denominateur de la partie proposee ne sont ny Quarrez, ny semblables plans, & pour ceste raison le produit de l'vn par l'autre, n'est vn nombre Quarré, & ainsi son costé Quarré ne peut estre trouué exactement, mais seulement proche du vray, & pour ceste cause, combien que $\frac{5}{6}$ ne soit pas le vray costé de $\frac{2}{3}$, car le Quarré de $\frac{5}{6}$ est $\frac{25}{36}$, qui n'est pas $\frac{2}{3}$, neantmoins la demonstation est vraye & necessaire, car nous demonstrons selon le costé du produit du numerateur par son denominateur, c'est à sçauoir par le costé de 6, que si en la façon d'Algebre nous diuisions le costé de 6 en 3, nous retomberions en vn mesme nombre, pour autant que nous trouuerions le quotient estre le costé de $\frac{2}{3}$, & ainsi le costé de $\frac{2}{3}$ seroit le costé de $\frac{2}{3}$, pour euiter laquelle chose, nous prenons le costé plus prochain, & exacte de ce produit du numerateur par le denominateur, qui est en cest endroit 6, se-

lon lequel nous instituons nostre ratiocination.

Reigles generalles & necessaires, pour cognoistre si vn nombre proposé peut estre Quarré, ou non, obseruées par le present Traducteur.

Reigle I.

L'vnité ne fait vn nombre Quarré, que deuant 6, comme en 16.

Reigle II.

Le 2 ne fait vn nombre Quarré, que deuant 1, 4, 5, & 9, cõme en 121, 324, 25, & 529.

Reigle III.

Le 3 ne fait vn Quarré, que deuãt 6, comme en 36.

Reigle IIII.

Le 4 ne fait vn Quarré, que deuant 1, 4, & 9, comme en 441, 144, 49.

Reigle V.

Le 5 ne fait vn Quarré, que deuãt 6, comme en 256.

*Reigle V*I.

Le 6 ne fait vn Quarré, que deuant 1, 4, & 9, comme en 361, 64, & 169.

Reigle VII.

Le 7 ne fait vn Quarré, que deuant 6, cõme en 576.

Reigle VIII.

Le 8 ne fait vn Quarré, que deuant 1, 4, & 9, comme en 81, 484, & 289.

Reigle IX.

Le 9 ne fait vn Quarré, que deuant 6, cõme en 196.

Reigle X.

Le o ne fait vn Quarré, que deuant soy-mesme, 4, 9, & 1, cõme en 100, 2304, 2209, 2401.

Reigle XI.

Nul nombre Quarré se termine en 2, 3, 7, 8, ny en vn o, s'il n'y en a vn autre au deuant.

De la façon, ou Reigle de pouuoir tirer le second costé, qu'on appelle costé Cubique. Chap. IIII.

SI nous voulons auoir prõptement en main l'extractiõ du costé Cubique, il faut sçauoir ces multiplicatiõs que nous auons mises cy dessous, ou biẽ les auoir escrites en vn petit tableau, lesquelles ne sont autre chose, que les multiplications de tous les nombres digites par leurs Quarrez, & tels produits sont les Cubes d'iceux nõbres digites, & ainsi chacun d'iceux est le costé Cubique de son produit.

Costez,	Quarrez.	Cubes,
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Theoreme pour tirer le costé Cubique briefuemẽts & facilement, inuenté du present Autheur.

Si vne quantité est diuisee en deux parties, le Cube d'icelle sera égal aux Cubes de ses parties, au triple de la premiere multipliee par le quarré de la seconde, & au triple de la seconde multipliee par le quarré de la premiere: comme pour exemple soit ce nombre 7 diuisé en 2 & 5, nous disons que le Cube de 7 est égal au Cube de 2, au Cube de 5, au triple du produit de 2 au quarré de 5, & au triple du produit de 5 au Quarré de 2: le Cube de 7 est 343, le Cube de 2 est 8, le Cube de 5 est 125, le quarré de 5 est 25, le produit de 2 en 25 est 50: le triple 150, le quarré de 2 est 4, le produit de 5 en 4 est 20, le triple 60: nous disons que 343 sont égaux à 8, 125, 150, & 60, & veritablement ces quatre nombres font adioustez 343.

GOSSELIN.

Demonstration Arithmetique.

Demonstrons que le Cube de 7 est égal

au Cube de 2, au Cube de 5, au triple du produit de 2 au Quarré de 5, & encor au triple du produit de 5 au Quarré de 2 : puis que 7 sont diuisez en 2 & 5, le Quarré de 7 sera egal aux Quarrez de 2 & 5, & au double du produit de 2 en 5, par la quatriesme proposition du second d'Euclide, & partant 7 fois le Quarré de 7, c'est à dire le Cube de 7, sera egal aux Quarrez de 2 & 5, prins 7 fois, à sçauoir au produit de 7 aux Quarrez de 2 & 5, & au produit de 7 au double du produit de 2 en 5, mais 7 sont diuisez en 2 & 5, & partant par la premiere du second d'Euclide le produit de 7 au Quarré de 2, sera egal au produit de 2 au Quarré de 2, & de 5 au Quarré de 2, & semblablement le produit de 7 au Quarré de 5 sera egal au produit de 5 au Quarré de 5, & au produit de 2 au Quarré de 5 : or le produit de 2 au Quarré du mesme nombre 2, est son Cube, & le produit de 5 en son Quarré est pareillement son Cube, donques le produit de 7 aux Quarrez de 2 & 5, sera egal aux Cubes de 2 & 5, au produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2 : & ainsi nous aurons le Cube de 7 egal aux Cubes de 2 & 5, au produit de 2

au Quarré de 5, au produit de 5 au Quarré de 2, & au produit de 7 au double du produit de 2 en 5, ou bien au produit de 7 au produit de 2 en 5 prins deux fois: il nous reste donques à demonstrer, que le produit de 7 en 2 fois 5, prins deux fois, est egal au produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2 prins deux fois: car ainsi nous aurons le Cube de 7 egal aux Cubes de 2 & 5, & au triple du produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2: ce que nous demonstrerons ainsi.

Puis que 7 sont diuisez en 2 & 5, le produit de 7 en 2 fois 5, sera egal au produit de 2 en 2 fois 5, & de 5 en 2 fois 5, & partant le double du produit de 7 en 2 fois 5, sera egal au double du produit de 2 en 2 fois 5, & de 5 en 2 fois 5, mais le produit de 2 en 2 fois 5 est egal au produit de 5 en 2 fois 2, par la demõstration que nous auõs apporté sur le chap. IIII. du XVII. liure de la premiere partie, à la page 119, & puis que 2 fois 2, c'est à dire le produit de 2 en 2, est le Quarré de 2, il s'ensuit que le produit de 2 en 2 fois 5, est egal au produit de 5 au Quarré de 2, par mesme moyen nous demõstrerõs, que l'autre produit, à sçauoir le produit du 5 en 2 fois 5, est

égal au produit de 2 au Quarré de 5, ainsi le produit de 7 en 2 fois 5 sera égal au produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2, & pourrant le double du produit de 7 au produit de 2 en 5, sera égal au double du produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2.

Or le Cube de 7 estoit demonstré estre égal au Cube de 2, au Cube de 5, au produit de 2 au Quarré de 5, au produit de 5 au Quarré de 2, & au double du produit de 7 au produit de 2 en 5, maintenant pour le double du produit de 7 en 2 fois 5, ou 5 fois 2, prenons ces produits que nous luy auons demonstré estre égaux, á sçauoir le double du produit de 2 au Quarré de 5, & de 5 au Quarré de 2, nous aurons le Cube de 7 égal au Cube de 2, au Cube de 5, au triple de 2 au Quarré de 5, & finalement au triple de 5 au Quarré de 2, le Cube dy-ie de 7 sera égal à tous ces quatre nombres prins ensemble, ce que nous nous sommes proposez pour demonstrer, & la demonstration sera tenuë pour generalle en tant & quelconques diuisions on voudra.

Comment on peut trouuer le cost. Cubique d'vn nombre plus grand que 1000, *par le moyen du Theoreme precedent.*

Trouuons le costé Cubique de 1728, premierement nous marquerons vn poinct sur la premiere figure, vers la main droite, à sçauoir sur 8, puis en laissant deux figures sans y rien marquer, nous mettrons encor vn poinct sur la quatriéme, à sçauoir sur 1, & ainsi nous procederons vers la main senestre, en laissant tousiours deux figures, & autant que le nombre donné receura de poincts, autant y aura il de figures en son costé, dont il est manifeste, qu'il n'y aura que deux figures au costé Cubique du nõbre donné 1728, apres nous escrirons 1728, & mettrons derriere la ligne A——B, puis nous prendrons le plus grand Cube qui soit contenu sous les figures qui appartiennent au dernier poinct, vers la main senestre, nous prendrons donc le plus grand Cube, qui soit contenu sous 1, car il n'y a que 1, qui appartienne pour le present au dernier point, & tel Cube est 1 nous prendrons semblablement le costé de ce Cube, qui est 1, lequel costé Cubique de 1, qui est 1, nous escrirons derriere la ligne A——B, pour la premiere figure de nostre costé Cubique, puis nous osterons son Cube, qui est 1, des figures qui appartiennent au dernier poinct, c'est à sçauoir de 1, & ne restera rien, nous effacerons donc 1, ainsi qu'il apparoist.

	A
1 7 2 8	1
1	
	B

Cecy eſtant ainſi acheué, nous prendrons le quarré de tout ce qui eſt derriere noſtre ligne A, B, c'eſt à ſçauoir de 1, & le quarré ſera 1, duquel quarré nous prendrons le triple, & nous aurons 3, lequel triple nous eſcrirons deſſous la figure, qui eſt prochaine du poinct que nous auons dernieremẽt acheué, c'eſt à dire deſſous 7, & ce triple nous ſeruira de diuiſeur: nous diuiſerons donques le nombre ſuperieur, à ſçauoi 7, par 3, & trouuerons que 3, ſont contenus 2 fois en 7, apres nous eſcrirons ce quotient, qui eſt 2, derriere noſtre ligne A, B, apres 1, puis nous multiplierons ce quotiẽt, qui eſt 2, que nous auons mis pour la ſecõde figure de noſtre coſté, en 3, qui eſt le diuiſeur, & ferons 6, que nous oſterons du nombre ſuperieur, qui eſt 7, & reſtera 1, lequel reſte 1 nous eſcrirons deſſus 7, apres auoir effacé 7, & le diuiſeur qui eſt 3, encor nous prendrons le triple du quarré de la derniere figure, qui eſt 2, le quarré ſera 4, & le triple 14, lequel triple nous multiplierons par toutes les figures antecedentes, à ſçauoir par 1. & le produit ſera les meſmes 12, que nous eſcrirons en telle ſorte, que la derniere figure de 12, qui eſt 2, ſoit prochainement apres noſtre diuiſeur, qui eſt 3, puis nous oſterons 12 du nombre ſuperieur, à ſçauoir de 12, & ne reſtera rien, nous efface-rons le nombre ſuperieur, qui eſt 12, & encor le nõbre inferieur, qui eſt auſſi 12, finalement nous prendrons le Cube de la derniere figure de noſtre coſté, qui eſt 2. c'eſt à ſçauoir 8, lequel Cube nous eſcrirõs deſſous le poinct, à ſçauoir deſſous 8, & oſterons 8 de 8, & ne reſtera rien, nous effacerons 8 du nom-

bre superieur, & 8 de l'inferieur, & ne restera rien, comme on peut voir cy aprs.

					A	
	·	1		·		
	1	7	2	8		12
Diuiseur, ou triple		3	2	8		
du quarré de 1,		1			B	

Ainsi nous dirons, que le nombre donné 1728 estoit exactement Cube, & que son costé est 12. La preuue sera, qu'en multipliant 12 par son quarré, qui est 144, nous aurons 1728.

	12 costé	
	12 costé	
	24	Nombres produits, ou superficiels.
	12	
quarré	144	Somme de ces produits, ou quarré de 12.
Costé,	12	
	288	Nombres produits, ou solides.
	144	
	1728	Somme de ces produits, ou Cube.

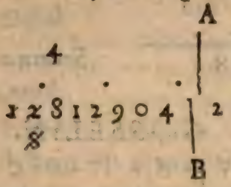
GOSSELIN.

TROVVONS le costé Cubique de 12812904, nous marquerons premierement les poincts aux lieux où ils doiuent estre marquez, & premierement sur 4, apres en laissant deux figures sur 2, &

finalement en laissant encor 2 figures, sur 2, en ceste maniere.

| 1 2 8 1 2 9 0 4 |

Dont il s'ensuit qu'il y aura trois figures au costé de ce Cube, apres nous escrirons 1 2 8 1 2 9 0 4, & mettrons derriere la ligne A———B, puis nous prẽdrõs le plus grãd Cube, qui soit comprins sous 12, qui sont les figures appartenãtes au dernier poinct, le plus grãd Cube, qui soit cõtenu sous 12, est 8, que nous osterons de 12, & resterõt 4, lequel reste nous escrirons dessus 12, apres les auoir effacez, semblablemẽt nous mettrons le costé Cubique de 8, qui est 2, derriere nostre ligne A, B, pour la premiere figure de nostre costé, ainsi qu'il apparoist.



Cecy estant ainsi fait, nous prendrons le triple du Quarré de 2, que nous auons mis derriere nostre ligne A, B, son Quarré est 4, le triple est 12, nous escrirõs 12, en sorte que

la premiere figure, qui est 2, soit directemẽt dessous celle figure du nombre superieur, qui est prochaine du produit, lequel no⁹ auons dernierement acheué, nous escrirons doncques 12 en telle façon que 2 soit dessous 8, & 1 apres, ainsi ce triple, qui est 12, nous seruira pour diuiser le nombre superieur, qui est 48, en disant, 1 en 4 peut bien estre cõtenu 4 fois, voire mesme 12 en 48, mais il faut considerer, que nous auons d'autres multiplications, qui ne permettẽt que 12 puissent estre comprins 4 fois en 48, nous ne prendrons donc que 3, que nous escrirõs derriere nostre ligne A, B, apres 2, pour la seconde figure de nostre costé, puis nous multiplierons 3 par le diuiseur, qui est 12, qui est autant que multiplier 3 par le triple du Quarré de 2, ainsi que plusieurs fois nous auons demõstré par cy deuant, nous multiplierons donc 3 par 12, & ferõs 36 lesquels nous soustrairons du nombre superieur à 12, qui est 48, & escrirons dessus le reste, qui est 12, apres auoir effacé 48, & 36, encor nous prendrons le triple du Quarré de la derniere figure de nostre costé, qui est 3, le Quarré 9, & le triple 27, lequel triple 27 nous multiplierons par toutes les figures

precedẽtes de noſtre coſté, à ſçauoir par 2, & ſera le produit 54, lequel nous eſcrirons prochainement apres 1 2, tellement que la figure premiere de 54, qui eſt 4, ſoit deſſous la ſeconde figure d'apres le poinct, c'eſt à dire nous eſcrirons 4 deſſous 1, & 5 deſſous 2 & 8, puis nous oſterons 54 du nombre ſuperieur, à ſçauoir de 121, & reſteront 67, que nous eſcrirons deſſus 121, apres les auoir effacez, & ſemblablemẽt 54, finalemẽt nous prẽdrons le Cube de noſtre derniere figure du coſté, qui eſt 3, lequel Cube ſera 27, que nous eſcrirõs deſſous le nombre ſuperieur, en ſorte que la premiere figure de 27, à ſçauoir 7, ſoit droitemẽt deſſous le point, & ainſi nous oeſtrons 27 du nombre ſuperieur, c'eſt à dire de 72, & reſteront 45, que nous eſcrirons deſſus 72, apres les auoir effacez, & ſemblablement 27, comme il apparoiſt cy deſſous.

	1		A
Reſte.	4 6 4 5		
	. 2 7 . .		
	1 2 8 1 2 9 0 4		25
Diuiſeur, ou Triple,	1 2		B
Nombres produits, ou ſolides.	3 6		
	5 4		
	2 7	Cube de 3,	
	4 1 6 7	Sõme de ces produis.	

Ainsi nous auons acheué la secōde operatiō: La troisiesme ne differe en rien de la seconde: nous triplerons le Quarré de tout ce qui est derriere nostre ligne A, B, c'est à dire, nous triplerons le Quarré de 23, or le Quarré de 23 est 529, le triple 1587, lequel nous escrirons, en sorte que la premiere figure, qui est 7, soit directement dessous celle figure du nombre superieur, qui est prochaine au poinct, lequel nous auōs dernierement acheué, à sçauoir dessous 9, les autres soient escrites par ordre vers la main senestre, ainsi qu'on peut voir en l'exemple: ce triple nous seruira de diuiseur, nous diuiserons donques le nombre superieur, qui est 6459 par 1587, & trouuerōs que le quotient sera 4, lequel nous mettrons derriere nostre ligne A, B, pour la troisiesme & derniere figure de nostre costé, puis nous multiplierons icelle figure, qui est 4, par ce triple ou diuiseur, qui est 1587, & ferōs 6348, que nous escrirons dessous 1587, puis nous osterons ce produit du nombre superieur, à sçauoir de 6459, & resterōt 111, que nous escrirons dessus, apres auoit effacé 6459, & 6348, encor nous multiplierons le triple du Quarré de la derniere figure,

qui est 4, le Quarré 16, & le triple 48, nous multiplierons di ie 48 par toutes les figures du costé antecedentes, à sçauoir par 23, & sera le produit 1104, que nous escrirons sous le nombre superieur, en sorte que la derniere figure, qui est 4, soit directement dessous la figure du nombre superieur, qui est la seconde apres le poinct dernieremẽt acheué, ou prochaine de celuy qui est a advenir, à sçauoir dessous 0, puis les autres apres vers la main senestre, ainsi no° osterõs 1104 du nombre superieur, c'est à sçauoir de 1110, & resteront 6, que nous escrirons dessus iceluy nõbre superieur, apres auoir effacé 1110, & 1104, finalement nous prendrons le Cube de la derniere figure de nostre costé, qui est 4, le Cube sera 64, lequel nous escrirõs dessous le nombre superieur, en sorte que la premiere figure de ce Cube 64, qui est 4, soit directement dessous le poinct, c'est à sçauoir dessous 4, & les autres apres par ordre, & puis nous osterons 64, de 64, & ne restera rien, cõme on peut voir cy apres.

Diuiseur

1 1 A
6 4 8
. . 1 6 .
Diuiſeur,ou triple. 1 2 8 1 2 9 0 4 | 234 Coſté.
1 5 8 7

Nombres produis,ou Solides. 6 3 4 8 B
1 1 0 4
6 4 Cube de 4.

Sõme de ces produis 6 4 5 9 0 4

23 coſté 23 coſté		529 quarré 3 de 23.
69 46	Nombres produis,ou ſuperf.	1 5 8 7
529	Somme de ces prod. ou quarré de 23.	Premier Triple, ou diuiſeur. 16 Quarré de 4. 3
1587	Triple premier.	
4	Figure derniere.	48
6348	Premi. produit.	Second triple.
48	Triple ſecond.	16 quarré de 4
23	Fig.antecedẽtes	4 coſté
144 96	Nombres produis, ou ſolid.	64 Cube, ou Troiſiéme produit.
1104	Secõd produit.	

634800	Produit premier.
11040	Produit ſecond.
64	Produit troiſiéme.
645904	Somme de ces trois produis.

Nous conclurons doncques que le nombre donné 12812904 estoit precisément Cube, duquel le costé Cubique est 234. La preuue sera, qu'en multipliant 234 par leur quarré, qui est 54756, nous aurõs 12812904, qui est le nõbre qu'on nous a proposé pour en tirer le costé Cubique.

Reigle generalle, qui a esté trouuée du presẽt Autheur, pour pouuoir tirer le costé prochain Cubique d'vn nombre non Cube.

Trouuons le costé Cubique de 24, nous prendrõs le plus grand Cube, qui soit contenu sous 24, qui est 8, & son costé, qui est 2, puis nous osterons 8 de 24, & resteront 16, qui seruira de numerateur, nous escrirons donc 16 sur vne ligne: en ceste façon $\frac{16}{\quad}$ apres nous triplerons ce costé, qui est 2, & ferons 6, lequel triple nous multiplierons encor par 2, & ferons 12 que nous adiousterons à ce triple, qui est 6, & sera la somme 18, laquelle nous mettrons dessous la ligne pour denominateur, en ceste maniere, $\frac{16}{18}$, c'est à dire $\frac{8}{9}$, ainsi nous adiousterons ceste partie au costé que nous auons desia troué, qui est 2, & sera la somme $2\frac{8}{9}$, qui sera le costé Cubique prochain de 24.

GOSSELIN.

La demonstration de cecy est manifeste par le Theoreme de nostre autheur que

nous auons demõſtré par cy deuãt, & n'eſt qu'vn Correlaire d'iceluy.

Erreur de frere Luc Leonard Piſan, & des Arbes, touchant ceſte reigle.

Frere Luc a eſté le premier de tous ceux qui ſe ſont vantez d'auoir trouué ceſte reigle, lequel apres auoir baillé vne façon aſſez confuſe pour tirer le coſté Cubique d'vn nombre Cube, dit preciſément ces paroles pour approcher du coſté du nombre nõ Cube: Il faut prendre le coſté du plus grand Cube contenu ſous le nombre donné, puis il faut tripler ce coſté, & prendre le Cube de ce triple, lequel Cube ſera tenu pour denominateur d'vne partie, dont le reſte ſera numerateur, & ceſte partie adiouſtee au coſté deſia trouué, ſera le coſté prochain Cubique du nombre donné, laquelle reigle eſt tres faulſe, & qu'il ſoit ainſi, trouuons par icelle le coſté Cubique prochain de 25, le plus grand Cube qui ſoit contenu ſous 25, eſt 8, dont le coſté eſt 2, nous oſterons 8 de 25, & reſteront 17, lequel reſte ſera numerateur, le denominateur ſera le Cube du triple du coſté ja troué, qui eſt 2, le triple 6, le Cube de 6, 216, en ceſte ſorte $\frac{17}{216}$, laquelle partie il faudra adiouſter à 2, & ſera la ſomme 2 $\frac{17}{216}$, pour le coſté prochain (ainſi qu'il dit) de 25, laquelle operatiõ & reigle eſt faulce, pour ce que ſi nous prenons le Cube de ce nombre 2 $\frac{17}{216}$, nous aurons 8 $\frac{9897281}{10077696}$, lequel Cube eſt beaucoup eſloigné du nombre donné 25, ainſi qu'on voit ſenſiblement: or pour-autant que

ledit frere Luc a prins ceste reigle de Leonard Pisan, & Leonard Pisan l'a apporté d'Arabie, i'estime que les Arabes n'ont point eu de reigle generalle pour ceste particularité, encor ie m'esmerueille grandemēt que frere Luc ne s'est point aduisé de la faulseté de sa reigle, mais ie pense qu'il l'a mise en son Arithmetique sans consideration.

Iean de Sacrobosco n'a point touché ceste particularité en son Arithmetique, combien qu'il ait parlé de l'extraction des nombres vrayement Cubes: le semblable a fait Georges Valle Placentin: encor i'estime que les Grecs l'ayent ignoré, comme a fait Vitruue, ainsi qu'on peut voir au XVII. Chap. du troisiéme liure de l'Architecture.

Erreur de Hierosme Cardan Medecin Milannois.

Hierosme Cardan Medecin Milannois voulant donner en son Arithmetique vne reigle generalle pour approcher du costé Cubique de quelque nōbre non Cubique, dit ainsi: il faut multiplier le costé ja trouué en soy, & tripler encor ce produit, & finalement diuiser le reste par ce dernier produit, le quotient adiousté au costé desia trouué, sera le costé prochain du nombre dōné: comme pour exemple, s'il faut trouuer le costé Cubique prochain de 11, le plus grand Cube qui soit contenu en 11, est 8, son costé 2, & le reste 3, apres auoir osté ce Cube 8 de 11, il fait prendre le quarré de 2, qui est 4, puis fait tripler ce quarré, le triple est 12, par lequel il fait diuiser le reste, qui est 3, le quotient est $\frac{1}{4}$, qui estant adiousté

à 2, la ſomme eſt $2\frac{1}{4}$, & tel il dit eſtre le coſté Cubique prochain de 11, laquelle concluſion auec ſa reigle eſt fauſſe, car ſi auec la vertu d'icelle nous trouuons le coſté Cubique de 24, nous aurons 2, & seront de reſte 16, le quarré de ce plus grand coſté qui eſt 2, eſt 4, le triple 12, nous diuiſerons le reſte 16 par ce triple, qui eſt 12, le quotient ſera $1\frac{1}{3}$, lequel nous adiouſterons à 2, la ſomme ſera $3\frac{1}{3}$ qui ſera le coſté Cubique prochain de 24 par ſa reigle, & puis que le Cube de $3\frac{1}{3}$ eſt $37\frac{1}{27}$, la faulceté de ſa reigle eſt apperte, veu que ce produit ou Cube de $3\frac{1}{3}$, qui deuoit eſtre 24, eſt $37\frac{1}{27}$.

Erreur d'Oronce Profeſſeur du Roy ès Mathematiques à Paris.

Oronce Profeſſeur des Mathematiques, & Lecteur public à Paris, pour donner le prochain coſté Cubique d'vn nombre non Cube, veut que le reſte, qui demeure apres auoir oſté le plus grand Cube, ſoit ſur vne ligne pour numerateur, & veut que ſous icelle ligne on mette pour denominateur le triple du coſté ja trouué, laquelle partie il faut adiouſter au coſté ja trouué, & dit que ceſte ſomme eſt le coſté Cubique prochain du nombre propoſé : ainſi ſelon ſa reigle, le prochain coſté de 26 ſeroit 5, car le premier coſté de 26 ſera 2, & reſteront 18, leſquels 18 ſeront tenus pour numerateur, & le triple du coſté ja trouué, qui eſt 2, le triple di-ie 6, pour denominateur, tellement que ceſte partie ſeroit $\frac{18}{6}$, c'eſt à dire 3, qu'il faut adiouſter à 2, qui eſt le coſté ja trouué, la ſomme ſera 5, lequel nombre 5 (ſelõ ſa reigle)

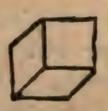
ſera le coſté Cubique prochain de 26, & puis que le Cube de 5, eſt 125, qui eſt beaucoup plus grand que 27, on apperçoit ſenſiblement combien ceſte reigle ſienne eſt faulce, & eſlongnee de la verité.

GOSSELIN

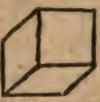
Encore Iean Buteon, qui veut apparoiſtre bon Arithmeticien, ſemble auoir ignoré non ſeulement la maniere de tirer le coſté prochain des nõbres non Cubes, mais auſſi en general de tirer le coſté Cubique, conſideré qu'apres auoir baillé vn exemple, il quitte tout, apres auoir acheué la premiere operatiõ, qui eſt de ſouſtraire le plus grand Cube du dernier poinct, vers la main ſeneſtre.

Comment on peut trouuer par voye Geometrique le coſté Cubique d'vn nombre, tant Cube, que non Cube.

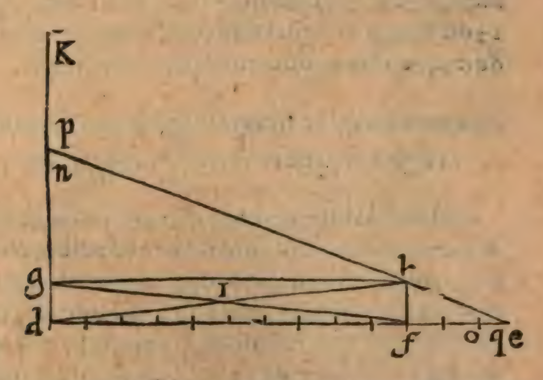
Trouuons le coſté Cubique de 10, lequel nombre doit eſtre entẽdu de dix meſures ſolides, or poſons que ce ſoient 10 petits corps ſemblables à ceſtuicy.



desquels nostre intention soit de faire vn seul Cube, & sçauoir que c'est qu'il aura pour costé Cubique: or pour congnoistre cecy nous tirerons la ligne d,e,de laquelle nous couperons, d, f, qui soit precisément de 10 telles mesures que le costé de nostre petit Cube, puis sur la ligne, d,f, nous ferons la petite superficie, d, f, g, h, rectangle, dont la largeur d,g,ou,h,f, soit exactement d'vne ligle égale au costé de nostre petit Cube, tellement que celle superficie sera de 10 tels petits corps, que nostre Cube.



Apres nous tirerons les deux diametres, d,h, & g, f, pour trouuer le centre 1. Puis nous prolongerons la ligne, d,g, iusques à K, qui est vn point non determiné.



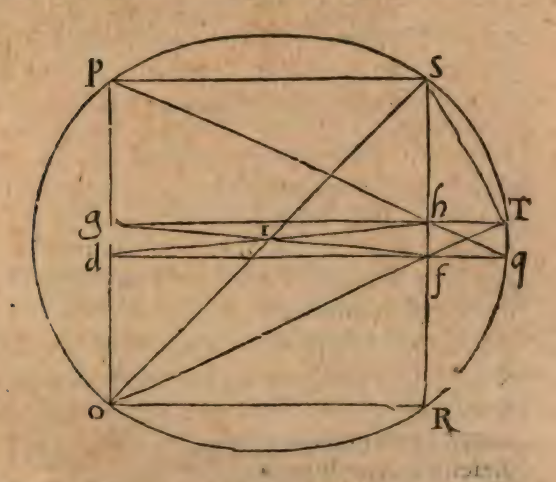
Cecy estant ainsi fait nous prendrons nostre compas, & mettrõs le pié immobile sur le centre 1, puis

auec l'autre pié nous chercherons vn poinct sur la ligne g, k, & vn autre sans varier le pié immobile de nostre cõpas du poinct 1, sur la ligne, f, e, lesquels deux poincts soient tels, que si nous tirons vne ligne droite de l'vn en l'autre, icelle passe precisémẽt par le poinct h, ce que nous ferons en ceste sorte: apres auoir mis le pié de nostre compas immobile sur le centre 1, nous marquerons deux poincts l'vn sur la ligne g, k, l'autre sur la ligne, f, e, or posons que tels poincts soient n & o, puis nous tirerons vne ligne d'vn poinct à l'autre, mais pour autant qu'icelle passera dessous le poinct h, nous eslargirõs vn peu nostre compas, & remarquerons deux autres poincts, lesquels posons estre p & q: apres nous tirerõs vne ligne d'vn poinct à l'autre, laquelle nous verrons passer precisément par le poinct h, donc nous conclurons que la ligne f, q, sera le costé Cubique de 10, laquelle nous trouuerons estre égale à $2\frac{1}{9}$ ou bien pres, qui est le costé Cubique prochain de 10, que nous trouuerons par nostre reigle.

Comment on peut Geometriquement demonstrer la ligne f, q, estre le costé Cubique de 10,

Cest belle chose certainement de pouuoir resoudre les questions qui sont faites és nombres & mesures, mais cela est encore plus beau, de pouuoir trouuer auec demonstration la cause de leurs conclusions. Or pour demonstrer que la ligne f, q, est le costé Cubique de 10, il faut demonstrer que les deux lignes. g, p, & f, q, sont moyennes proportionelles entre ces deux d, f, & f, h, & pour

demonſtrer cecy, ſur le centre 1, du parallelogramme rectangle, d, f, g, h, nous deſcrirons le cercle p, o, q, ſelon la quãtité de, 1, p, ou, 1, q, qui eſt vne meſme choſe: Apres nous prolongerons de l'vne & l'autre part le coſté, h, f, en faiſant fin à la circonferẽce du cercle aux poincts, R & S, encor nous prolongerõs la ligne p, d, iuſques à, O, & ſemblablement la ligne g, h, iuſques à T, puis nous tirerons les deux lignes P, S, &, O, R, & apres les deux lignes S, O, & T, O, & la ligne, S, T, puis nous arguerons en ceſte maniere.



La ligne S, R, eſt égale à la ligne, p, O, pour eſtre également diſtantes du centre 1, & par commune ſentence les quatre lignes, p, G: S, H: D, O: F, R, ſont égales entre elles, & ſemblablemẽt les deux h, T, & f, q. dauantage l'angle S, T, O, eſt droit pour eſtre au demy cercle, S, R, O, par la trentevniéme pro-

poſition du troiſiéme, & encor le petit triangle S, T, f, vient a eſtre rectangle, & la perpendiculaire T, h, (par le correlaire de l'huitieſme du ſixieſme) eſt moyenne proportionelle entre la ligne f, h, & la ligne h, S, & pour autant que la f, q, eſt eſgal à la T, h, il ſ'enſuit que la f, q, ſera moyenne proportionelle entre leſdites lignes f, h, & h, S, & pourtant il y a telle proportion de la f, h, à la f, q, que de la f, q, à la h, S, & pour autant que la p, g, eſt eſgale à ladite h, S, il ſ'enſuit qu'il y a telle proportiõ de la f, h, à la f, q, que de la f, q, à la p, g, & pour autant que le triangle, p, g, h, eſt ſemblable au petit triãgle h, f, q: cõme noꝰ demõſtrerõs cy apres, il y aura telle raiſon du coſté f, h, au coſté f, q, que du coſté p, g, au coſté g, h, dont il ſ'enſuit que les quatre lignes f, h: f, q: g, p: & g, h, ſont continuellement proportionelles, & que les deux f, q, & g, p, que nous auons trouuees, ſont moyennes entre les deux premieres, à ſçauoir entre la h, f, & la d, f, pour autant que ladite d, f, eſt eſgale à la g, h. Eſtans donques ces quatre lignes f, h: f, q: g, p: d, f, continuellement proportionelles, il y aura telle raiſõ de la premiere à la quatrieſme, que du Cube deſcrit de la premiere, au Cube deſcrit de la ſecõde, par la trentevnieſme de l'onzieſme: & pour autant que la premiere ligne, (à ſçauoir f, h,) eſt la dixieſme partie de la quatrieſme, à ſçauoir de la d, f, (par l'hypotheſe) encore le Cube de ladite f, h, ſera la dixieſme partie du Cube de la, f, q, & pour autãt que le Cube de ladite f, h, laquelle eſt ſupoſee eſtre égale au coſté de noſtre petit Cube vient à eſtre eſgale à ce petit Cube, ainſi le Cube de la ligne f, q, cõtiendra 10 tels Cu-

bes ce que nous nous estiõs proposez à demõstrer, c'est q̃ nostre ligne f,q, sera le costé Cubique de 10.

Il reste à demonstrer que les deux triangles g,p,h, & f,h,q, sont semblables (cõme nous auõs promis) ce qui se peut demõstrer en plusieurs sortes, toutesfois nous le demonstrerons maintenant seulement par ceste façon. Pour autãt que les deux lignes g,h, T, & d,f,q, sõt paralleles par l'hypothese, l'ãgle g,h, p, du triãgle g,h,p, sera egal par la xxix. du premier, à l'angle f,q,h, du triangle f,q,h, & l'angle p,g,h, du mesme triãgle p,g,h, est egal à l'angle h,f,q, du mesme triãgle, h,f,q, pour estre l'vn & l'autre droit: dõc par la xxxij. du premier, ils seront equiangles, & cõsequemment semblables, qui est ce que nous nous sommes proposez.

GOSSELIN.

Afin que rien ne demeure en ce probleme qui ne soit demonstré, il nous faut encor demõstrer, que s'il y a quatre lignes cõtinellement proportionelles, il y aura telle raisõ de la premiere à la quatriéme, que du Cube de la premiere au Cube de la seconde, car la propositiõ d'Euclide, que nostre autheur cite pour la demonstration de cecy, est fausement alleguee: Soient quatre nõbres proportionels *2*, 4, 8, 1*6*, car ce que nous ferons és nombres se pourra bien entendre en lignes: nous prendrons le Cube de 2, qui est 8, & semblablemẽt le Cube de 4, qui est *6*4, nous disons qu'il y a telle rai-

ſon de 2 à 16, que de 8 à 64, car par la douziéme de l'huitieme d'Euclide, la raiſon de 8 à 64 ſera triple à celle de 2 à 4, à ſçauoir des Cubes à leur coſtez, encor par la dixiéme definition du cinquiéme, la raiſon de 2 à 16 eſt triple à la raiſon de 2 à 4, la raiſõ de 8 à 64, & de 2 à 16 ſont toutes deux triples de la raiſon de 2 à 4: dõques par l'onziéme du cinquiéme elles ſeront égales, à ſçauoir la raiſon du premier au quatriéme ſera égale à la raiſon du Cube du premier au Cube du ſecond, ce qu'il nous falloit demonſtrer

Comment on peut tirer le coſté Cubique des parties Cubiques.

Nous reduirons la partie donnee en ſa plus petite denomination, puis nous prendrons le coſtéCubique du numerateur, & il ſera le numerateur, & ſemblablemẽt le coſté Cubique du denominateur, & nous aurõs le denominateur: cõme pour exemple: Si nous voulõs trouuer le coſté Cubique de $\frac{8}{27}$, à raiſon que ceſte partie eſt en ſa plus petite denomination, nous prẽdrons le coſtéCubique de 8, qui eſt 2, & ſemblablement le coſté Cubique de 27, qui eſt 3, & pourtant nous dirons que le coſté Cubique de $\frac{8}{27}$ ſera $\frac{2}{3}$. Trouuons encor le coſté Cubique de $\frac{4}{32}$, nous reduirons premierement $\frac{4}{32}$ en leur moindre denomination, & nous aurons $\frac{1}{8}$, dont le coſté Cubique ſera $\frac{1}{2}$.

Comment on peut tirer le coſté Cubique prochain d'vne partie non Cubique.

Celle partie, qui apres auoir eſté reduite en ſa plus petite denomination n'aura le numerateur & denominateur, tous deux Cubes, le coſté Cubique n'en pourra eſtre tiré exactement, mais ſeulement nous en pourrõs tirer le coſté prochain du vray en ceſte façon, nous multiplierons le quarré du denominateur de ceſte partie par ſon numerateur, & prendrons le coſté prochain Cubique de ce produit, par noſtre reigle, puis nous diuiſerons ce coſté par le denominateur de la partie donnee, & ſera le quotient le proche coſté Cubique de telle partie: comme pour exemple: trouuons le coſté Cubique prochain de $\frac{5}{6}$, nous prendrons le quarré du denominateur, qui eſt 6, à ſçauoir 36, puis nous multiplierons ce quarré 36 par le numerateur, qui eſt 5, & ſera le produit 180, duquel nous prendrons le prochain coſté Cubique, que nous trouuerõs eſtre $5\frac{11}{18}$, lequel coſté nous diuiſerons par le denominateur de la partie donnee, qui eſt 6, & ſera le quotiẽt $\frac{101}{108}$, & tel nous dirons eſtre le prochain coſté Cubique de ceſte partie $\frac{5}{6}$, que ſi on veut en faire la preuue, en prenant le Cube dudit coſté prochain, on trouuera que tel Cube differera biẽ peu de $\frac{5}{6}$, lequel erreur eſt eſtimé comme inſenſible.

Demonſtration.

Pour demonſtrer ceſte reigle, donnons ceſt exemple. Trouuons le coſté Cubique prochain de $\frac{3}{4}$, nous chercherons deux moyens proportionels entre 3 & 4, & pour ce faire nous multiplierons 3 par le Quarré de 4, qui eſt 16, le produit ſera 48, duquel nõbre produit le coſté Cubique 3 eſt $\frac{7}{12}$ par la reigle de noſtre autheur, qui ſera vn de ces nombres proportionels, c'eſt à ſçauoir proche de 4, ainſi que nous auons demonſtré en l'Algebre par Pierre Nunez Eſpagnol, & le repeterons encor de luy-meſme ſur le chapitre quinziéme du ſeptiéme liure de ceſte ſeconde partie: ainſi la raiſon de 3 à 4, ſera triple de la raiſon de 3 $\frac{7}{12}$ au meſme nombre 4, par la X. definition du V. de Euclide, ou cinquiéme du ſixiéme, or pour cognoiſtre la raiſon de 3 $\frac{7}{12}$ à 4, nous diuiſons 3 $\frac{7}{12}$ par 4, & le quotient eſt $\frac{43}{48}$, mais la raiſon de 3 à 4 eſt triple de la raiſon de 3 $\frac{7}{12}$ à 4, laquelle eſt egale à la raiſon de 43 à 48, car elles ſont ſemblables, ſinõ que la raiſon de 43 à 48 eſt reduite en ces termes moindres, & pourtant la raiſon de 3 à 4 eſt triple de la raiſon de 43 à 48, & puis que le Cube

au Cube a triple raiſon du coſté au coſté, il ſ'enſuit par la cõuerſe de ce theoreme douzieſme du huitieſme d'Euclide, que ceſte partie donnee $\frac{3}{4}$, eſt le Cube de ceſte autre, que nous auons trouuee, qui eſt $\frac{43}{48}$, & ainſi ceſte partie $\frac{43}{48}$ eſt le coſté Cubique de $\frac{3}{4}$, ce qu'il falloit demoſtrer,

Or que ce coſté $\frac{41}{48}$ ne ſoit pas exacte, ce n'eſt pas l'erreur de la demonſtration, mais de l'operation, car nous demõſtrons ſelon le coſté Cubique de 48, lequel nombre 48 n'eſt pas Cube, que ſi nous procedons ſelõ le coſté Cubique de 48, ſans le tirer, nous retõberõs en vn meſme nombre, car nous trouuerons que le coſté de 48 ſera le coſté de 48, & faut prendre garde qu'en nos operations nous attendions à prendre le coſté de ces nombres ſourds en la fin d'icelles.

De la façon, ou Reigle de pouuoir tirer le coſté du Relate premier de l'inuention de l'Autheur preſent. Chap. V.

SI nous voulõs bien entẽdre l'extractiõ du coſté du Relate premier, il nous eſt neceſſaire de ſçauoir par memoire tous les Relates premiers des nõbres digites, tout ainſi que nous auõs deu apprẽdre les Quarrez & Cubes d'iceux pour tirer le coſté, tãt Quarré que Cubique, ou bien les auoir eſcris deuãt nous en vne petite table, ainſi qu'il ſ'enſuit.

Coſtez,	quarrez,	Cubes,
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

quarrez de quarrez,	Relates premiers.
1	1
16	32
81	243
256	1024
625	3125
1296	7776
2401	16807
4096	32768
6561	59049

Theoreme inuenté du preſent Autheur.

Si vn nombre eſt diuiſé en deux parties quelconques, le Relat premier du tout ſera égal aux Relates premiers de ces parties, au produit de la multiplication du Quarré de Quarré de la premiere au quintuple de la ſeconde, au produit du Quarré de quarré de la ſeconde au quintuple de la premiere, au produit du Cube de la premiere au decuple du Quarré de la ſeconde, & finalement au produit du Cube de la ſeconde, au decuple du Quarré de la premiere.

Soit

Soit pour exemple ce nombre 5 diuisé en 2 & en 3, le Relate premier de 5 est 3125, le Relate premier de 2 est 32, le Relate premier de 3 est 243, le produit du Quarré de Quarré de 2 au quintuple de 3 est 240, le produit du Quarré de Quarré de 3 au quintuple de 2 est 810, le produit du Cube de 2 au decuple du Quarré de 3 est 720, le produit du Cube de 3 au decuple du Quarré de 2 est 1080, la somme de ces six produits ou sursolides 32, 243, 240, 810, 720, & 1080, est 3125, qui est le Relate premier de 5.

GOSSELIN.

La demonstration de ce Theoreme est encor fondee sur la quatriesme du second d'Euclide, laquelle i'eusse apporté si elle eust esté facile & briefue, mais la longueur, difficulté, & embrouillement de diuerses sortes de proportions & Lemmes qu'il faudroit demonstrer premierement, ont esté la principale occasion, pourquoy ie l'ay differé à vn autre lieu plus commode.

De la façon de tirer le costé Relate par le precedent Theoreme.

Trouuons le costé Relate de ce nombre 5153632: nous marquerons premierement vn point dessous la premiere figure, apres nous laisserons quatre fi-

gures, & mettrons vn point sur la cinquiesme, en ceste sorte.

| . . 5 1 5 3 6 3 2 |

Puis nous escrirons ce nombre, & mettrons derriere la ligne A——B. Cecy estant ainsi fait nous osterons le plus grand Relate premier qui soit contenu sous les figures qui appartiennent au dernier point, c'est à sçauoir sous 51, iceluy est 32, duquel Relate le costé est 2, nous escrirons 2 derriere nostre ligne A, B, pour la premiere figure de nostre costé, puis nous osterõs 32 de 51, & resteront 19, que nous escrirons dessus 51, apres les auoir effacez, comme il apparoist.

Reste,	19	A
	5 1 5 3 6 3 2	2
Relate premier,	3 2	B

Maintenant nous prendrons le quarré de quarré de 2, qui est la figure que nous auons desia trouée, le quarré de quarré de 2 est 16, lequel nous seruira de diuiseur, nous escrirons donques 16 sous le nombre superieur, droitement dessous la figure d'iceluy qui est prochaine du point, que nous auons acheué, à sçauoir dessous 5, tellement que la derniere figure de 16, qui est 6 y soit dessous escrite, nous cercherons cõbien 16 pourront estre contenus en 195, nombre superieur, ils y pouroient bien estre comprins 9 fois, voire encor dauantage, mais la longue

multiplication des nombres qu'il faut faire, empesche que 16 n'y puissent estre contenus seulement 3 fois: ils y seront donques contenus 2 fois, & pourtãt nous escrirons 2 derriere nostre ligne A, B, apres 2, pour la seconde figure de nostre costé Relate, puis nous prẽdrons le quintuple de ceste figure dernieremẽt trouuee, qui est 2, le quintuple d'icelle 10, no⁹ multiplierons 16 en 10, & sera le produit 160, lequel nõbre produit, ou sursolide 160 nous escrirons dessous 16, qui est le diuiseur ou quarré de quarré de toutes les figures du costé, qui ont precedé 2, qui est celle que nous auons dernierement trouué, nous escrirons donques 160 dessous 16, en telle sorte que la premiere figure de 160 soit droitement dessous 6, les autres apres par ordre, comme il apparoist cy apres.

	1 9	A
	5 1 5 3 6 3 2	22
Diuiseur, ou quarré de quarré de 2	1 6	B
Nombres produits, ou sursolides,	1 6 0	
	3 2 0	
	3 2 0	
	1 6 0	
	3 2 R.P. de 2.	
Som, de ces prod.	1 9 5 3 6 3 2.	

1 6 quarré de quarré du premier 2.
1 0 quintuple du second 2.

160 Premier Produit, Sursolide.

40 Decuple du Quarré du second 2,
8 Cube du premier 2,

320 Second Produit, Surſolide.

40 Decuple du Quarré du premier 2,
8 Cube du ſecond 2,

320 Troiſiéme Produit, Surſolide.

16 Quarré de Quarré du ſecond 2,
10 Quintuple du premier 2,

160 Quatriéme Produit, Surſolide.

16 Quarré de Quarré du ſecond 2,
2 Coſté, ou le ſecond 2,

32 Relate premier du ſecond 2,
ou cinquiéme Produit, Surſolide.

Apres nous prendrons le Cube de la premiere figure, qui eſt 2, & le Cube 8, nous prendrons auſſi le decuple du Quarré de 2, qui eſt la figure derniere, qui ſera 40, nous multiplierons 8 en 40, & ſera le produit 320, que nous eſcrirons deſſous le nombre ſuperieur, droitemẽt deſſous la ſeconde figure d'apres le point dernier, qui eſt 3. Tiercement nous prẽdrons le Cube de 2, qui eſt la derniere figure de noſtre coſté, qui ſera 8, lequel Cube nous multiplierons par le decuple du Quarré de 2, qui eſt la premiere figure de noſtre coſté, à ſçauoir par 40, & ſera le produit 320, que nous eſcrirõs droitemẽt deſſous 6. Quartement nous prendrons le Quarré de Quarré de 2, qui eſt la derniere figure de noſtre coſté, qui ſera 16, lequel nous mutiplierons par le

quintuple de 2, qui eſt la premiere figure, lequel quintuple eſt 10, & ſera le produit 160, que nous eſcrirons deſſous la quatriéme figure d'apres le dernier point, c'eſt à ſçauoir deſſous 3: finalement nous prendrons le Relate premier de la derniere figure, qui eſt 2, lequel relate ſera 32, que nous eſcrirons deſſous le point, c'eſt à ſçauoir deſſous 2: Puis nous ferons la ſomme de tous ces cinq produits, qui ſera 1953632, laquelle eſtant oſtee du nombre ſuperieur, ne laiſſe rien de reſte. Ainſi nous dirons que le nõbre donné 5153632 eſtoit exactement Relate premier, duquel le coſté eſt 32: la preuue ſera, que ſi nous multiplions 32 par ſon Quarré de Quarré, qui eſt 234256, nous ferons 5153632.

Fin du ſecond liure.

RECVEIL DV TROISIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

De la premiere espece de l'Algorithme, dite Representation de costez.

Chapitre I.

LE costé de quelconque nombre est ou rationel, ou irrationel, & discret ou sourd, le costé rationel est celuy qui se peut donner exactement par quelque espece de nombre, c'est à sçauoir, ou par nombre entier, ou par partie, ou par nõbre entier & partie: & le costé irrationel est celuy, qui ne se peut trouuer, ny dõner par aucune sorte de nõbre. Or il n'y a point de differẽce entre la representatiõ du costé rationel, & celle de toute autre espece de nõbre cõme pour representer le costé Quarré de 4, nos dirons, 2, & pour representer le costé Cubique

de 27, nous dirõs 3, nous pourriõs bien dire le costé Quarré de 4, & le costé Cubique de 27, qui signifieroit autant, mais ceste representation seroit beaucoup plus obscure à nostre entendement: Et cõbien que le costé irrationel puisse estre trouué par vn nombre prochain à tel costé, toutesfois pour autãt qu'il ne faut pas tirer le costé des le commencemẽt de quelques operatiõs, pour s'en vouloir encor seruir ausdites operations, car cela ne seroit pas cause d'vn petit erreur en la conclusion, il nous a esté necessaire de representer tels costez sourdement en toutes les especes de l'Algorithme. Comme pour exemple, si nous voulõs representer le costé Quarré de 2, nous le representerons en ceste façon. ℞ 2, & voulans representer le costé Cubique de 3, nous le descrirons en ceste sorte, ℞ cu. 3, & voulans representer le costé du costé de 5, nous l'escrirons ainsi, ℞ ℞ 5, ou en ceste autre façon. ℞ Q_Q. 5, & voulans representer le costé Relate premier de 7, nous le descrirons ainsi ℞ prem. Rel. 7, ou encor ℞ Rel. 7, & ainsi en infiny.

De la seconde espece de l'Algorithme, dite Multiplication de costez. Chap. II.

Il y a trois sortes de multiplications aux costez, la premiere est de multiplier vn costé selõ l'espece d'iceluy, c'est à sçauoir le quarrer, si c'est vn costé Quarré: en prendre le Cube, si c'est vn costé Cubique, & ainsi consequemment? La seconde est de multiplier

vn costé par vn autre costé de mesme espece: La troisiéme est de multiplier vn costé par vn nombre, ou vn nombre par vn costé.

Si nous voulōs multiplier vn costé selon son espece, tousiours son dernier produit sera le nōbre duquel il est costé, comme pour exemple, si nous voulons prendre le Quarré du ℞ 2, iceluy sera 2 precisément, & ainsi voulans prendre le Cube du ℞ cu. de 3, tel Cube sera exactement 3, & ainsi cōsequemmēt: mais afin que cecy soit plus manifeste, on peut sçauoir que 2 est le costé Quarré de 4, si nous multiplions ℞ 4 par ℞ 4, nous ferons 4, qui sera le Quarré du ℞ 4: & ainsi multiplians le ℞ cu. 8 en soy Cubiquement, nous ferons precisément 8.

Or pour multiplier vn costé par vn autre de mesme espece, nous deuons sçauoir que si vn nombre multiplie quelque autre, & que nous prenions le Quarré de ce produit, ce Quarré sera egal au produit du Quarré de l'vn de ces nōbres par le Quarré de l'autre: comme si 2 multiplians 3 font 6, le Quarré de 6, qui est 36, sera egal au produit de la multiplication du Quarré de 2, qui est 4, au Quarré de 3, qui est 9, car le produit est aussi 36: se semblable doit estre entendu des Cubes, Quarrez de Quarrez, Relates premiers, & de toutes autres dignitez.

Multiplions maintenant ℞ 2 par ℞ 3, nous multiplierons le Quarré de ℞ 2, qui est 2, par le Quarré du ℞ 3, qui est 3, & ferōs 6, & le ℞ 6, sera le produit du ℞ 2 par le ℞ 3. Multiplions encor ℞ cu. 2, par le ℞ cu. 3, nous multiplierons le Cube de ℞ cu. 2, qui est 2 par le Cube du ℞ cu. 3, qui est 3, & sera le produit 6, ainsi le ℞ cu. 6, sera le produit de la multipli-

cation du ℞ cu. 2 par le ℞ cu. 3: multiplions encor le ℞.5 par le ℞ 6, le produit ſera le ℞ 30, & ſemblablement le ℞ cu. 7 par le ℞ cu. 9, & ſera le produit le ℞ cu. 63.

GOSSELIN.

Demonſtration de ceſte multiplication.

Soient les deux nombres donnez 2 & 3, leur Quarrez ſont 4 & 9, il nous faut demonſtrer que le coſté Quarré du produit de 4 en 9, eſt égal au produit de 2 en 3: pour autant que 4 & 9 ſont nombres Quarrez, il y aura entre iceux vn moyen proportionel, par l'onzieſme du huictieſme d'Euclide, & par la xx, du vij. le produit de 4 en 9 ſera égal au Quarré de ce moyen proportionel, lequel il reſte demonſtrer eſtre le produit de 2 en 3, c'eſt à ſçauoir du coſté de l'vn de ces deux Quarrez en l'autre coſté, nous ferons multiplier 2 par 3, & ferons 6, lequel produit nous demõſtrons ainſi eſtre moyẽ proportionel entre 4 & 9, puis que 2 ſe multiliãs, ont fait leur Quarré, qui eſt 4, & multipliãs 3, ont fait 6, par la xvij. du vij. d'Euclide, il y aura telle raiſon de 4 à 6, que 2 à 3, encor puis que 3 multiplians 2, ont fait 6. & ſe multiplians, ont fait leur Quarré, qui eſt 9,

par la meſme xvij. du vij. il y aura lelle raiſon de 6 à 9, que de 2 à 3, or nous auons demonſtré qu'il y a telle raiſon de 4 à 6, que de 2 à 3, & ſemblablement de 6 à 9, que de 2 à 3, dõques par l'onziéme du cinquiéme, il y aura telle raiſon de 4 à 6, que de 6 à 9, ce ſont doncques trois nombres proportionels, 4, 6, 9, & 6 eſt le produit du coſté de 4 par le coſté de 9, ce qu'il falloit demonſtrer: le ſemblable pourra eſtre demonſtré tant aux Cubes, Quarrez de Quarrez, Relates premiers, que toutes autres dignitez, en changeant bien peu de choſe.

Multiplions quelconque ſorte de coſté par vn nombre, il faudra premierement reduire le multipliant & la choſe multipliee en vne meſme nature, à ſçauoir en ſorte que tous deux ſoient ou Quarrez ou Cubes, ſelon la dignité dont eſt coſté le coſté irrationel donné, comme pour exemple, multiplions 2, par le ℞ 3, pour autant que le coſté de 3 s'entend eſtre le coſté d'vn Quarré. nous prendrons les Quarrez de 2, & du ℞ 3, qui seront 4 & 3, leſquels nous multiplierons l'vn par l'autre, & ſera le produit 12, & le ℞ 12 ſera le produit du ℞ 3 en 2, multiplions encor le ℞ cu. 2 par 3, pour autant que le ℞ cu. 2 eſt coſté Cubique de quelque nombre, nous prendrons les Cubes du ℞ cu. 2, & de 3, qui ſeront 2 & 27, leſquels nous multiplierons l'vn par l'autre, & ſera le produit 54, & pourtant nous dirons que le produit

du ℞ cu.2 par 3, sera le ℞ cu. 54. Multiplions encor le ℞ rel. 2 par 2, nous prendrons les Rel. de tous deux, qui seront 2 & 32, lesquels nous multiplierons l'vn par l'autre, & sera le produit 64, ainsi nous dirons que le produit de la multiplication du ℞ rel, 2 par 2, sera le ℞ rel. 64.

De la troisiéme espece de l'Algorithme, dicte Partition de costez.

Chap. III.

CELVY qui aura bien entendu la reigle de multiplication apprendra facilement la maniere de diuiser, à cause que c'est vne espece toute contraire à la multiplication : Or la diuision des costez peut aduenir en quatre sortes, tout ainsi qu'é la multiplication.

La premiere est de partir quelconque espece de costé par soy-mesme, c'est à sçauoir par vne autre qui luy est égale.

La seconde est de partir quelconque sorte de costé par vne autre de diuers nombre, toutesfois qui soit de mesme espece.

La troisiesme est de diuiser quelconque espece de costé par nombre.

La quatriesme, de diuiser vn nombre par quelcõque espece de costé, desquelles quatre façons nous traiterons l'vne apres l'autre, & manifesterons la chose auec exemples.

Si nous auons à partir quelconque especе de costé par vn autre de la mesme espece, qui luy sont égale en nombre, il n'en viendra iamais que 1 pour le quotient : comme pour exemple, diuisons ℞ 3 par le ℞ 3, le quotient sera 1, diuisons le ℞ cu. 2 par le ℞ cu. 2, le quotient sera 1, diuisons le ℞ rel. de 7 par le ℞, rel. 7. le quotient sera encor 1, & ainsi aux autres.

Si nous voulons diuiser quelque espece de costé par vn autre costé de la mesme espece, qui toutefois soit de diuerse quantité: nous entendrons premierement ceste reigle, c'est que si nous diuisons le Quarré de quelque nombre par le Quarré d'vn autre, le coste Quarré de ce quotient sera égal au quotient, qui viendra de la diuision d'vn nombre par l'autre: comme si on nous donnoit ces deux nombres 2 & 6, le quotient qui vieudroit ayant diuisé 6 par 2, c'est à sçauoir 3, seroit égal au costé Quarré du quotient, qui viendroit de la diuision du Quarré de 6, qui est 36, par le quarré de 2, qui est 4, lequel quotient seront 9, & son costé 3: le semblable doit estre entẽdu en toutes autres dignitez, comme Cubes, Quarrez de quarrez, Relates premiers, & autres, & qu'il soit vray, diuisons encor le Cube de 6, qui est 216, par le Cube de 2, qui est 8, nous aurons pour le quotiẽt 27, dont le costé Cubique seroit 3, qui est le nõbre, qui vient de la diuision de 6 par 2, à sçauoir 3 : Diuisons maintenant le ℞ 24 par le ℞ 3, nous prendrons le quarré de l'vn & l'autre costé, & aurons 24, & 3, puis nous diuiserons 24 par 3, & aurons 8 pour le quotient, & le ℞ 8 sera le quotient, qui viendra de la diuisiõ du ℞ 24 par le ℞ 3: diuisons encor le ℞ cu.

24 par le ℞ cu.3.nous prendrons les Cubes du ℞ cu. 24,& ℞ cu.3,qui ſeront 24,&3, puis nous diuiſerons 24 par 3, &ſera le quotient 8, & le ℞ cu. 8, lequel eſt 2, ſera le quotient qui viẽdra de la diuiſion du ℞ cu. 24 par le ℞ cu.3. Diuiſons encor le ℞ rel. de 24 par le ℞ rel 3, nous prendrons les quarrez de quarrez du ℞ rel. 24 & ℞ rel. 3, qui ſeront 24, & 3, & diuiſerons 24 par 3, & ſera le quotient 8, dont le ℞ rel.8.ſera le quotient, qui viendra de la diuiſion du ℞ rel. 24 par le ℞ rel. 3.

Si nous voulons diuiſer quelconque eſpece de coſté par vn nombre, nous les reduirõs premieremẽt en vne ſemblable eſpece:comme pour exemple,diuiſons le ℞ 12 par 2, nous prendrons leurs quarrez à cauſe que le coſté irrationel eſt coſté d'vn quarré, & leurs Quarrez ſeront 12, & 4, puis nous diuiſerons 12 par 4, & viendront 3 au quotient, & le ℞ 3 ſera le quotient, qui viendra de la diuiſion du ℞ 12 par 2, la preuue ſera que ſi nous multiplions 2 par le ℞ 3, nous aurõs le ℞ 12: Diuiſons encor le ℞ cu.12 par 2, nous prendrons les Cubes de tous deux, qui ſeront 12,& 8,nous diuiſerõs 12 par 8,& ſera le quotient $1\frac{1}{2}$, & ainſi le ℞ cu. $1\frac{1}{2}$ ſera le quotient,qui viẽdra de la diuiſion du ℞ cu. 12 par 2, & ſemblablemẽt en diuiſant le ℞ cu. 24 par 2, ſera le quotient ℞ cu. 3, & à partir le ℞ 63 par 3, le quotient ſera le ℞ 7.

Si nous voulons encor diuiſer vn nombre par quelconque eſpece de coſté, il les faudra premierement reduire à vne meſme eſpece: comme pour exemple, diuiſons 4 par le ℞ 5, nous prendrons les Quarrez de toutes ces deux quantitez, qui ſeront 16, & 5, puis nous diuiſerons 16 par 5, & ſera le quo-

tient $3\frac{1}{5}$, & ainsi le ℞ $3\frac{1}{5}$ sera le quotient, qui viendra de la diuision de 4 par le ℞ 5, diuisons encor 4 par le ℞ cu. 5, nous prendrons les Cubes de toutes ces deux quantitez, qui seront 64, & 5, puis nous diuiserons 64 par 5, & sera le quotient $12\frac{4}{5}$, & ainsi le ℞ cu. $12\frac{4}{5}$, sera ce qui viendra de la diuision de 4 par le ℞ cu. 5, & ainsi des autres dignitez.

De la quatriéme espece de l'Algorithme, dite Addition de costez.

Chap. IIII.

APRES que les deux quantitez seront reduites en vne semblable espece, nous diuiserons le plus grand nombre par le nombre plus petit, puis nous adiousterons 1, & multiplierons ceste somme par le moindre costé, le produit sera la somme des deux costez qu'on nous aura donnez à adiouster: comme pour exemple, adioustõs 2 ℞ 12 auec 2 ℞ 3, nous diuiserons 12 par 3, & sera le quotient 4, duquel le costé Quarré est 2, auquel nous adiousterõs 1 pour la reigle, & sera la somme 3, laquelle nous multiplierons par 2 ℞ 3, & sera le produit 2. ℞ 27, donc nous dirons que la somme de 2 ℞ 12 & 2 ℞ 3 est 2 ℞ 27: Adioustons encor 3 ℞ cu. 40 auec 3 ℞ cu. 5, nous partirons 40 par 5, & sera le quotient 8, duquel le Costé Cubique est 2, nous y adiousterons 1, pour la reigle, la somme sera 3, laquelle nous multiplierons en 3 R cu. 5, & sera le produit 3 æ cu. 135, qui sera la somme de 3 ℞ cu. 40, 5, & 3. ℞ cu.

Mais si apres la diuision, le quotient n'a point le costé qui est necessaire, en nombre rationel, nous adiousterons tels costez auec Plus.

De la cinquiéme espece de l'Algorithme, dite Soustraction.

Chap. V.

APRES que nous aurons reduit les deux quantitez dōnees à semblable espece, nous osterōs l'vne de l'autre en ceste maniere, c'est à sçauoir, nous diuiserons le plus grand nombre par le plus petit, apres nous osterons 1 du costé du quotiēt, puis nous multiplierons le reste par le moindre costé, le produit sera le costé qui restera : comme pour exemple, ostons 2 ℞ 5 de 2 ℞ 80, nous diuiserons 80 par 5, & sera le quotient 16, duquel le costé Quarré est 4, dont nous osterons 1, pour la reigle, & resterōt 3, lequel reste nous multiplierons par le moindre costé, c'est à sçauoir par 2 ℞ 5, & sera le produit 3 ℞ 45, lequel produit sera le reste apres auoir osté 2 ℞ 5, de 2 ℞ 80.

Mais si le quotient premier n'a point le costé de la dignité qui nous est necessaire, comme si les costez qu'on nous donne pour oster l'vn de l'autre sont Cubiques, & qu'il n'ait point de costé Cubique en nombre rationel, en semblable cas nous osterons l'vn de l'autre auec Moins.

GOSSELIN.

Nons auons traduit ces deux derniers chapitres de l'Algebre de Petrus Nonius qu'il a eſcrite en Eſpagnol, pour autant que ce que noſtre Autheur baille en ce liure pour l'addition & ſouſtraction des coſtez, nous a ſemblé long & ennuieux, & principalement difficile à ceux qui n'auroient encor gouſté du dixiéme d'Euclide: or combien ceſte façon de Nonius eſt courte & facile, nous en remettrons le iugement au lecteur, lequel en pourra voir les demonſtrations qu'en apporte ledit Nonius au chapitre viij. & xj. de la ſeconde partie de ſon Algebre.

Fin du troiſiéme liure.

RECVEIL DV QVATRIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Breßian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

De la premiere espece dite Representation de Plus & Moins.

CHAPITRE I.

PRES auoir demonstré au liure precedēt les 5 especes de l'Algorithme des costez, il reste de manifester ces cinq especes auec les termes de Plus & Moins: premierement donc nous dirons quelle est la Representation desdits termes. Ce terme de Plus (pour abreger l'escriture) se represente en ceste façon P, & le terme de Moins se represente en ceste autre M.

De la seconde espece dite Addition de Plus & de Moins. Chap. II.

POVR entendre la façon d'adiouster auec Plus & Moins, il est besoin de sçauoir par memoire ces trois reigles cy dessous escrites.

I. *En adioustant P auec P, la somme sera P.*

II. *En adioustãt M auec M, la somme sera M.*

III. *En adioustãt Plus auec Moins, ou Moins auec Plus, la somme sera la difference des nõbres, auec la plus grãde denomination.*

Or auant que nous procedions plus outre, il faut noter, que non seulement celles quantitez qui ont deuant elles le terme, ou signe de P, s'entendent estre P, mais aussi celles qui n'ont aucun signe deuant elles, s'entendrõt estre, & seront P, dont il s'ensuit, que seulement celles quantitez, qui ont deuãt elles le terme, ou signe de Moins, sont auec Moins. Afin que les trois reigles dessusdites soient entendues d'vn chacun, nous en baillerons quelques exemples. Adioustons 10 P 3 auec 8 P 3, nous mettrons ces deux quantitez l'vn dessous l'autre, en ceste fçon, puis nous adiousterons P 3 auec P 4, & par nostre premiere reigle la somme sera P 7, laquelle nous escrirons dessous vne ligne, ainsi qu'on peut voir en l'exemple, apres nous adiousterons 8 & 10, & la somme sera 18, que nous mettrõs dessous nostre ligne, consequemment apres P 7, ainsi toute ceste somme sera 18 P 7, & pour autant que les deux nombres 8 & 10 n'ont aucun signe, ils seront l'vn &

l'autre Plus, & ainsi la somme d'iceux qui est 8, fera Plus, par nostre premiere reigle: donc nous dirõs qu'en adioustant 10 P 4 auec 8 P 3, la somme sera 18 P 7, c'est à dire 25.

10	P 4
8	P 3
18	P 7

Adioustons 12 M 5 auec 13 M 2, nous escrirons ces deux quantitez l'vne dessous l'autre, ainsi qu'il apparoist en l'exemple, tirerons dessous vne ligne, puis nous adiousterons M 2 auec M 5, & par nostre seconde reigle, la somme sera M 7, que nous escrirons dessous nostre ligne, apres nous adiousterons 12 auec 13, & la somme sera 25, que nous escrirons consequemment dessous la ligne, ainsi la somme de 12 M 5 & 23 M 2, sera 25 M 7, c'est à dire 18.

12	M 5
13	M 2
25	M 7

Adioustõs 9 P 3 auec 8 M 4, nous les escrirõs l'vn dessous l'autre, & tirerõs vne ligne dessous, puis nous adiousterõs P 3 & M 4, & la somme sera M 1, par nostre troiziéme reigle, laquelle nous escrirõs dessous nostre ligne, encor nous adiousterons 8 & 9, & la somme sera 17, q̃ nous escrirõs dessous la ligne, & la somme de 9 P 3 & 8 M 4 sera 17 M 1, c'est à dire 16.

9	P 3
8	M 4
17	M 1

Adioustons 15 M 6 auec 13 P 9, nous escrirons ces deux quãtitez: apres nous adiousterõs P 9 auec M 6.

& la somme sera P 3, par nostre troisiesme reigle, apres nous adiousterons 15 & 13, & sera la somme 28, que nous escrirons dessous nostre ligne consequément, ainsi la somme de 15 M 6 & 13 P 9, sera 28 P 3, c'est à dire 31.

15	M 6
13	P 9
28	P 3

GOSSELIN.

Aduertissement.

Que si on nous propose trois quantitez, à adiouster ensemble, deux desquelles soient auec le signe de Moins, ou ces deux quantitez ne feront qu'vn corps, ou non: si elles ne fõt qu'vn corps, nous adiousterõs la troisieme auec la premiere, tout ainsi q̃ si elle estoit auec le signe de Plus: si elles sont diuerses en corps, nous les adiousterons toutes deux à la premiere, eu esgard à leur signe de Moins: comme pour exemple, adioustons 12, M 4 M 3, ou ces deux quantitez M 4 M 3, ne font qu'vne seule quãtité, ou non, si elles ne font qu'vne seule quantité, nous adiousterõs M 3 à 12, comme si c'estoient P 3, & la somme sera P 15,

ausquels nous adiousterons M 4, la somme sera P 11: & la raison de cecy est manifeste, car posõs que i'aye 12 escus, il est manifeste qu'il s'en faut 4, que ie n'en aye 16, ainsi quand i'ay 12 escus, i'ay 16 escus M 4, c'est à dire 16 escus, 4 escus me defaillans, maintenant si quelcun me faisoit ce plaisir de m'oster de ce defaut de 4 escus, vn defaut de 3, alors i'aurois 16 escus me defaillant 1 seulement, c'est à dire 15, tellemēt que celuy qui m'a osté ce defaut de 3, m'en a donné 3, c'est à dire m'a adiousté P 3 escus à ces 12 escus que i'auois, en ceste maniere quand i'ay defaut de 4, c'est à dire, i'ay M4, & qu'on m'oste defaut de 3, c'est à dire M 3, ie n'auray plus defaut que de 1, lequel defaut de 1 i'adiousteray auec P 12, la somme sera P 11: Mais si ces deux quantitez M 4 M 3, ne font vn seul corps, c'est à dire, nous n'entendions dire 12 M 4, & non M 4 absoluëment, mais M 3 de M 4, ains nous voulions dire 12 M4, c'est à dire 8, & 8 M 3, c'est à dire 5, tellement que toutes les deux quantitez M 4, M3, se rapportent à la premiere, qui est 12, nous les adiousterons selon leur signes de Moins: & cecy veritablement pourra sembler Paradoxe, & ou-

tre l'opinion d'vn chacun, que M 3 vallent autant que P 3, c'est à dire le defaut de 3 soit autant que la presence d'iceluy nombre 3, toutesfois cecy est necessaire en ceste sorte d'Addition d'Algebre, & ne se peut trouuer en aucun art ny science chose plus merueilleuse & admirable que celle cy: tellemēt que i'ose affermer contre Aristote, soit ou qu'il prenne ces deux termes Plus & Moins, cōme Relatifs, ou generallement comme opposites, que les proprietez qu'il en a donné ne sont vrayes & generalles en toutes sciences, car tant s'en faut que les opposites ne puissent estre en vn mesme subject numerique, & du mesme instant, mais tout au contraire, il est necessaire en cest endroit que Plus & Moins, qui sont deux opposites, soien t en vn mesme suject, en mesme instant, & est encor beaucoup plus admirable, qu'vn opposite reçoiue pour sa definitiō essentielle, la vraye & parfaite definition de son opposite, ce qui est manifeste en cest endroit, car puis que Plus est Moins, & Moins est aussi Plus en cest endroit, en cest endroit aussi ils auront mesme definition, mesme essence, & mesme existence, ce qui ne semble pas

estre moins admirable, que si le noir estoit blanc, celuy qui void estoit aueugle, le pere estoit fils, ou ce qui est n'estoit point: toutesfois ie laisse à considerer ceste diuine subtilité d'Algebre au Lecteur, & la vertu de ces effects admirables, dignes de l'homme qui est amateur des sciences.

De la troisiéme espece dicte Soustraction de Plus & Moins.

Chap. III.

LA troisiesme espece, qui est appellee Soustraction de Plus & Moins, est cerainement plus ingenieuse & plus difficile qu'aucune des autres, & cecy viēt à raisō qu'elle peut aduenir en beaucoup plus de diuerses sortes, que pas vne des autres, & pourtant elle a besoin de plus grand iugement & discours: Or ceste espece peut aduenir en 8 diuerses façons & manieres, desquelles nous baillerons exemples par ordre.

En quantitez de semblable denomination, si nous ostons Plus de Plus, & que la quantité dont nous ostons vn autre, soit plus grande en nombre, restera la difference des deux nombres, auec le signe de Plus. Ostons 20 P 5 de 25 P 8, nous escrirons le nombre dont il faut oster l'autre, dessus, &

celuy qui doit estre osté, dessous, & tirerons vne ligne dessous ces nombres, ainsi qu'il apparoist en l'exemple : Apres nous osterons P 5 de Plus 8, & resteront Plus 3, par nostre reigle, que nous escrirons dessous la ligne, semblablement nous osterons 20 de 25, & resteront 5, ainsi apres auoir osté 20 Plus 5 de 25 P 8, resteront 5 P 3, c'est à dire 8.

25	P 8
20	P 5
5	P 3

En quantitez de semblable denomination, si nous ostons Plus de Plus, & que les deux quantitez soient egales, ne restera qu'vn o: comme si nous ostons 6 P 3 de 8 P 3, ne resteront que 2, ainsi qu'il apparoist en l'exemple.

8 P 3
8 P 3
2 P o

En quantitez de semblable denomination, si nous ostons Plus de Plus, & que la quantité dont nous ostons vne autre, soit plus petite en nombre, restera la difference des nombres, auec le signe de Moins: cõme pour exemple, ostons 12 P 6 de 18 P 2, nous les escrirõs l'vn dessous l'autre, ainsi qu'il apparoist, puis nous osterons P 6 de P 2, & resteront M 4, que nous escrirons dessous nostre ligne, semblablement nous osterons 12 de 18, & resteront 6,

ainsi ostás 12 P 6 de 18 P 2, restét 6 M 4, c'est à dire 2.

18 P 2
12 P 6

6 M 4

En quátitez de semblable denomination, si nous ostons Plus de Moins, restera la somme des deux nombres, auec le signe de Moins, comme si nous ostons 7 P 5 de 25 M 3: resterōt 18 M 8, c'est à sçauoir 10, ainsi qu'il apparoist.

25 M 3
7 P 5

18 M 8

En quátitez de semblable denomination, si nous ostons Moins de Moins, & que la quantité dōt nous ostons vn autre soit plus grande en nombre, restera la differéce d'iceux nōbres auec le signe de Moins comme si nous ostons 14 M 3 de 19 M 5, resteront 5, M 2, c'est à scauoir 3, ainsi qu'il apparoist.

19 M 5
14 M 3

5 M 2

Mais si ostans Moins de Moins, les deux quantitez de semblable denomination sont égales en nōbre, restera vn 0, comme si nous ostons 10 M 3 de 15 M 3, restera 5 M 0 : c'est à dire 5, ainsi qu'ō peut voir.

15 M 3
10 M 3

5 M 0

En quátitez de semblable denomination, si nous

ostons Moins de Moins,& que le nombre de celle quantité dont nous voulons oster vne autre soit moindre,restera la difference des deux nombres auec le signe de Plus, comme si nous ostons 18 M 7 de 25 M 4,resteront 7 P 3, à sçauoir 10.

25	M 4
18	M 7
7	P 3

En quãtitez de semblable denomination,si nous ostõs Moins de Plus,restera la somme des nombres des deux quantitez,auec le signe de Plus,comme si nous ostons 13M4 de 18 P 4,le reste sera 5 P8,c'est à dire 13, ainsi qu'il apparoist en l'exemple.

18	P	4
13	M	4
5	P	8

GOSSELIN.

Aduertissement.

Reigles generales,tant pour l'Addition,que pour la Soustraction des quantitez denommees de Plus & Moins.

Reigle I.

Oster la quãtité notee auec Plus,n'est autre chose que l'adiouster estant notee auec Moins.

Comme pour exemple,oster P 6 de P 12, ce n'est autre chose qu'adiouster M 6 auec

P 12, & la ſomme eſt P 6, qui eſt le reſte, apres auoir oſté P 6 de P 12.

Reigle II.

Adiouſter la quantité notee auec Moins, n'eſt autre choſe que l'oſter eſtant notee auec Plus.

Comme ſi i'adiouſtois M 4 auec P 8, ce ſeroit autãt qu'oſter P 4 de P 8, & le reſte ſeroit 4, qui ſeroit auſſi la ſom. de M 4 & P 8.

Reigle III.

Oſter vne quantité notee auec Moins, eſt adiouſter icelle quantité notee auec Plus.

Cõme ſi i'oſtois M 4 de P 8, ce ſeroit autant que ſi i'adiouſtois P 4 & P 8, & ſeroit la ſomme 12, qui ſeroit auſſi le reſte, apres auoir oſté M 4 de P 8.

Reigle IIII.

Adiouſter vne quantité notee auec Plus, n'eſt autre choſe que l'oſter eſtant notee auec Moins.

Cõme ſi i'auois à adiouſter P 4 & P 8, ce ſeroit autant que ſi i'oſtois M 4 de P 8, & ſeroit le reſte 12, qui ſeroit auſſi la ſomme de P 4 & P 8.

De ces quatre Reigles deſpẽd toute l'Addition & Souſtraction de Plus & Moins, les demõſtrations deſquelles ſont manifeſtes.

De la quatriéme espece, dite Multiplication de Plus & Moins,

Chap. IIII.

POVR entẽdre la reigle, ou façon de multiplier ces deux termes Plus & Moins, il est necessaire de sçauoir les trois reigles cy dessous escrites.

I. *En multipliãt Plus par Plus, nous ferõs Plus,*

II. *En multipliant Moins, par Moins, nous ferõs Plus,*

III. *En multipliant Moins par Plus, ou Plus par Moins, nous ferons tousiours Moins.*

Venons à la premiere reigle, & multiplions 8 P 4 par 6, nous mettrõs 8 P 4. & 6, dessous, apres nous tirerons vne ligne, ainsi qu'il apparoist: nous multiplierõs 6 par P 4, & ferons 24. auec le signe de Plus, car nous entendõs Plus en 6, puis qu'il n'a point de signe, ainsi nous mettrõs P 24 dessous nostre ligne, apres nous multiplierons 6 par 8, & ferons 48, que nous escrirons consequẽment dessous nostre ligne, apres P 24: nous conclurons qu'en multipliãt 6 par 8 P 4, sera le produit 48 P 24: c'est à sçauoir 72.

8	P	4
		6
48	P	24

Venons à la troisiéme reigle, & multiplions 15 M 3, par 7, nous escrirons 15 M 3, & 7, ainsi qu'il apparoist en l'exemple, apres nous multiplierons 7 par M 3, & ferons M 21, que nous escrirons dessous no-

ſtre ligne, encor nous multiplierons 7 par 15, & ſera le produit 105, ainſi en multipliant 15 M 3 par 7, nous ferons 105 M 21, c'eſt à dire 84.

15	M 3
	7
105	M 21

Venons à la ſeconde reigle, & multiplions 9 M 2 par 8 M 3 apres les auoir eſcrits l'vn deſſous l'autre, nous multiplierons M 3 par M 2, & ferons P 6, que nous eſcrirōs deſſous noſtre ligne, encor nous multiplierons M 3 par 9, c'eſt à dire par P 9, & ferons M 27, que nous eſcrirons deſſous noſtre ligne conſequemment apres P 6, puis nous multiplierons 8 par M 2, & ſera le produit M 16, que nous eſcrirons deſſous noſtre ligne, encor deſſous M 27, finalement nous multiplierons 8 par 9, & ferons 72, apres nous adiouſterons tous ces produis, à ſçauoir 72, M 16, M 27, & P 6, & ſera la ſōme 72 M 43 P 6, c'eſt à dire 35.

9	M 2	
8	M 3	
	M 27	P 6
	M 16	
72		
72	M 43	P 6

De la cinquiéme eſpece, dite Partition ou Diuiſion de Plus & Moins,

Chap. V.

POVR entendre la façon generalle de partir ces deux termes Plus & Moins, il eſt neceſſaire de

ſçauoir par memoire les quatre reigles qui enſuiuent.

I. *En diuiſant Plus par P, vient Plus.*
II. *En diuiſant Plus par Moins, vient Moins.*
III. *En diuiſant Moins par Plus, vient Moins.*
IIII. *En diuiſant Moins par Moins, vient Plus*

Diuiſons P 14 par P 4, le quotient ſera P 3.
Diuiſons P 24 par M 4, le quotient ſera M 6.
Diuiſons M 15 par P 3, le quotient ſera M 5.
Diuiſons M 18 par M 6, le quotient ſera P 3.

GOSSELIN.

Demonſtrations inuentees du preſent Traducteur.

Que Moins oſté de Plus, laiſſe Plus, ou Plus oſté de Moins, laiſſe Moins.

PREMIERE DEMONSTRATION.

Demonſtrons qu'en oſtant Moins de Plus, reſte Plus: pour ce faire, nous prẽdrõs quelconque nombre, comme pour exemple 10, lequel nous diuiſerons en 6, & P 4, & en 12, M 2. Ainſi par noſtre Lemme ſur la demonſtration de la double poſition, au XVII. liure de la premiere partie, la difference de P 4 à P 12, qui eſt auec Plus, ſera egale à la difference de P 6 à M 2, ſi nous oſtõs donques M 2 de P 6, le reſte ſera auec

le signe de Plus, ce qu'il falloit demõstrer: le semblable sera entẽdu, qu'en ostãt Plus de Moins, le reste sera auec Moins.

P 10 diuisez en {P 6, P 4} & de rechef, {P 12, M 2}

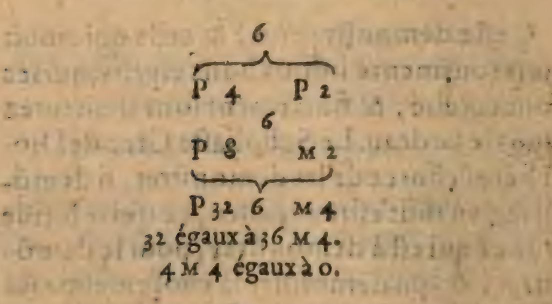
Difference de P 4 à P 12, P 8.
Difference de P 6 à M 2, aussi P 8.

Que Moins multipliãt Plus, ou Plus multipliãt Moins, font Moins.

SECONDE DEMONSTRATION.

Ceste demonstration, & celle qui ensuit ont tourmenté infinis bons esprits, qui les ont cerché, & finalement sont demeurez sous le fardeau. Le Scholiaste Grec de Diophãte s'efforce de les demonstrer, si demõstration doit estre appellee, ce qui se fonde sur ce qui est à demonstrer, pour le demõstrer, & qui demonstre la chose mesme sur ce qui doit estre demonstré, mais certes selon mon petit iugement, telle demonstratiõ est fallacieuse, laquelle Aristote appelle demonstration circulaire, & combien que le Naturel l'admette, le Mathematicien ne l'admettra point.

Encor ne conclud il rien en la fin de sa demonstration, qui est pleine d'infinis ambages, & tant obscure que rien plus : Or nous baillerons ces demonstrations si manifestement & clairement, qu'il n'y aura si petit qu'il ne les entende: & premierement nous demonstrerons que P multipliant M, ou M multipliāt P, tousiours produisent M. Pour ce faire nous prendrons quelconque nombre, cōme pour exemple 6, lequel nous entendrons estre diuisé en 4, & 2, & derechef en 8 M 2, ainsi qu'il apparoist.



Donques par la Reigle de multiplier en croix, que nous auons demōstré sur le chapitre de la multiplication, au second liure de la premiere partie, le produit de 4 en 8, qui est 32, sera égal au produit de la difference de 2 a 8, ou de 4 à M 2, qui est 6, en 6, qui

est le nõbre diuisé, c'est à sçauoir 36, auec le produit de P 2 en M 2: ainsi 32 sont égaux à 36, & au produit de P 2 en M 2. Or ces nõbres, qui ne sont point notez auec le signe de M, doiuent estre entendus auoir le signe de P.

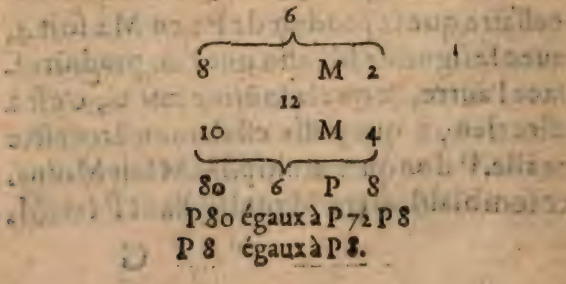
Ostons d'vne part & d'autre choses égales, c'est à sçauoir 32 de 32, restera 0, c'est à dire rien, de 36 auec le produit de P 2 en M 2, resteront 4, & le produit de P 2 en M 2: & partãt 4 auec le produit de P 2 en M 2 sont égaux à 0, c'est à dire à rien: ce qui ne se pourroit faire, si le produit de M 2 en P 2, ou de P 2 en M 2, qui est vn mesme produit, par la seizième proposition du septiéme de Euclide, n'estoit M ce nombre 4, afin que M 4 abolisse ce qui est en P 4, car s'il produisoit P 4, la somme seroit 8, qui seroit plus que rien: car 2 multiplians 2 font 4, & s'ils estoient auec P, ce seroient P 4, & 4 qui estoient encor, seroiẽt 8: il est donques necessaire que le produit de P 2 en M 2 soit 4, auec le signe de M, afin que l'vn produit efface l'autre, & que la somme soit 0, c'est à dire rien, à quoy elle est demonstree estre egalle. P donques multipliãt M fait Moins, & semblablement M multipliant P feraM,

par la ſeiziéme propoſitiõ du ſeptiéme de Euclide, ce qu'il falloit demonſtrer.

Que M multipliant M fait P.

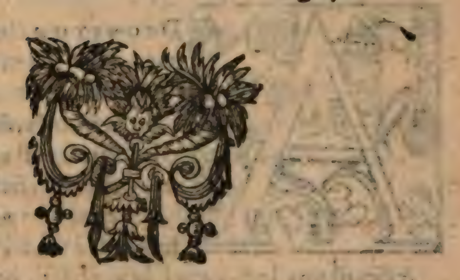
TROISIESME DEMONSTRATION.

Il nous faut encore demonſtrer, que M multipliãt M fait P. Pour ce faire nous prẽdrons encor quelcõque nombre, comme pour exemple 6, lequel nous entendrons eſtre diuiſé en 8 M 2, & 10 M 4, car la ſomme de 8 M 2 eſt 6, & auſſi la ſomme de 10 M 4 eſt encor 6, & partant par la meſme reigle de multiplier en croix, que nous auons demonſtré audit chapitre de la multiplicatiõ, le produit de 10 en 8, à ſçauoir 80, eſt egal au produit de la difference de 10 à M 2, ou de 8 à M 4, qui eſt 12, en 6, qui eſt le nõbre diuiſé, à ſçauoir 72, & au produit de M 2 en M 4, ainſi qu'il apparoiſt.



Ostons d'vne part & d'autre vn mesme nombre, à sçauoir 72 de 80, resterõt 8, & de 72, & le produit de M 2 en M 4, restera le produit de M 2 en M 4, le produit donques de M 2 en M 4 est egal à 8, qui sont notez auec le signe de P, car il n'y a point le signe de M: & pour ceste cause, le produit de M 2 en M 4, sera senblablement noté auec le signe de P, autrement ils ne seroient pas égaux. Ainsi M multipliant M fait P, ce qu'il falloit demonstrer.

Fin du quatriéme liure.



RECVEIL DV CINQVIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE du traité general des nombres & mesures de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.

De l'Addition des Binomies, & Residus.

Chapitre I.

DIOVSTONS le ℞ 20 P 3 auec 4, la som. sera le ℞ 20 P 7.

Adioustõs le ℞ 20 M 3 auec 4, noꝰ adiousterõs 4 auec M 3, la som. sera P 1, à laquelle nous adiousterõs le ℞ 20, ainsi la somme du ℞ 20 M 3 & de 4, est le ℞ 20 P 1.

Adioustons le ℞ 3 auec le ℞ 20 P 3, nous adiousterons premierement le ℞ 20 auec le 25, & sera la somme le ℞ 45, ainsi que nous auons enseigné par cy deuant, à laquelle nous adiousterons P 3, & sera la somme du ℞ 5 & du ℞ 20 P 3, le ℞ 45 P 3.

Adioustons le ℞ 37 auec 10 P ℞ 5, nous adiouste-

rons premieremẽt le ℞ 27 auec le ℞ 3, & ſera la ſomme le ℞ 48, auquel nous adiouſterons 10, & ferons 10 P ℞ 48, pour la ſomme du ℞ 27 & de 10 P ℞ 3.

De la ſeconde eſpece, dite Souſtraction des Binomies, & Reſidus. Chap. II.

OSTONS 4 du ℞ 20 P 7, reſtera le ℞ 20 P 3.

Oſtons 4 du ℞ 20 P 1, nous oſterons 4 de P 1, & reſteront M 3, reſtera donques le ℞ 20 M 3.

Oſtons le ℞ 5 du ℞ 45 P 3, nous oſterons le ℞ 5 du ℞ 45, & reſtera le ℞ 20, ainſi reſtera le ℞ 20 P 3.

Oſtons encor le ℞ 27 de 10 P ℞ 48, nous oſterõs le ℞ 27 du ℞ 48, & reſtera le ℞ 3, ainſi reſteront 10 P ℞ 3.

Mais quand la quantité que nous voulons oſter n'eſt point de ſemblable nature ou eſpeçe à celle dont nous la voulons oſter, nous l'oſterons auec le ſigne de Moins, & en ferons vn trinomie, comme pour exemple.

Oſtons 6 du ℞ 50 P ℞ 10, pour autãt que ce nombre 6 ne communique point auec ce Binomie ℞ 50 P ℞ 10, nous dirons donques qu'il reſtera ce Trinomie ℞ 50 P ℞ 10 M 6.

Oſtons encor le ℞ 2 du ℞ 19 M ℞ 3 reſtera ℞ 19 M ℞ 3 M ℞ 2.

Comment il faut oſter quelconque Binomie, ou Reſidu, d'vn autre Binomie, ou Reſidu. Chap. III.

OSTONS 5 P ℞ 3 de 12 P ℞ 48, nous oſterõs 5 de 12, & reſteront 7, puis le ℞ 3 du ℞ 48 & reſtera

le ℞ 27, ainsi le reste sera 7 P ℞ 27.

Ostons encor 5 P ℞ 3 de 12 M ℞ 12, nous osterons premierement 5 de 12, & resteront 7, puis P ℞ 3 de M ℞ 12, & restera M ℞ 27, ainsi le reste sera 7 M ℞ 27,

Ostons encor 5 M ℞ 3 de 12 P ℞ 12, nous osterons 5 de 12, & resteront 7, puis M ℞ 3 de P ℞ 12, restera ℞ 27, ainsi sera le reste 7 P ℞ 27.

De la multiplication de Binomies, *& Residus.* *Chap.* IIII.

LA maniere ou faço͂ de quarrer vn Binomie peut estre tiree de la quatriéme du second d'Euclide pour autant que tel Binomie est supposé estre diuisé en deux parties, lesquelles deux parties sont les noms du Binomie, & pourtant les Quarrez de ces deux noms, ensemble auec le double du produit de la multiplication d'vn nom par l'autre, seront le Quarré d'vn tel Binomie, comme pour exemple: prenons le Quarré de ce Binomie 5 P ℞ 3, nous pre͂drons les Quarrez de 5, & du ℞ 3, qui sont 25, & 3, la somme est 28, apres nous multiplierons 5 par P ℞ 3, & ferons P ℞ 75, lequel produit nous doublerons en le multipliant par 4, qui est le Quarré de 2, & sera le produit P ℞ 300, lequel double adiousté auec la somme des quarrez, qui est 28, sera 28 P ℞ 300, qui sera le Quarré du Binomie 5 P ℞ 3.

Par semblable façon nous aurons le Quarré d'vn Residu, comme soit ce Residu 5 M ℞ 3, le Quarré de 5 est 25, le Quarré de M ℞ 3 est P 3, que nous adiousterons à 25, la somme sera 28, nous multiplierõs

5 par M R 3, & ferons M R 75, que nous doublerõs 2 en le multipliaut par 4, & sera le produit M R 300, auquel double nous adiousterons la somme des Quarrez, qui est 28, nous ferons 28M R 300, qui sera le Quarré de ce Binomie 5 M R 3.

Comment on multiplie vn Binomie par son Residu, Chap. V.

MVLTIPLIONS 6 P L 2 par 6 M R 2, nous prendrons les Quarrez des deux noms, qui sont 6 & R 2, les Quarrez sont 36 & 2, nous osterõs le plus petit du plus grand, c'est à sçauoir 2 de 36, & resteront 34, qui est le produit de la multiplication de 6 P R 2 par 6 M R 2 : Semblablement multipliõs R 32 P R 10 par le R 32 M R 10, nous osterons le Quarré du R 10, qui est 10, du Quarré du R 22, qui est 32, & resteront 22, qui sera le produit du R 32 M R 10 par R 32 P R 10.

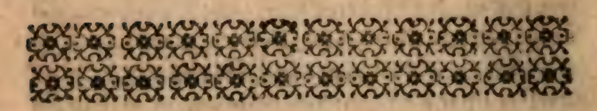
De la diuision des Binomies, & Residus,

Chap. VI.

DIVISONS le R 1620 P 18 par 9 : nous diuiserõs le R 1620 par 9, & sera le quotient R 20, puis encor nous diuiserons P 18 par 9, & sera le quotient 2, nous dirons donques qu'en diuisant le R 1620 P, 18 par 9, le quotient sera le R 20 P 2 : la preuue sera qu'en multipliant le R 20 P 2 par 9, nous aurons le R 120 P 18.

Diuisons encor le R 1620 M 18 par 9, nous diuiserons le R 1620 par 9, le quotient sera le R 20, encor nous diuiserons M 18 par 9, & sera le quotient M 2, ainsi nous dirons, qu'en diuisant le R 1620 M 18 par 9, sera le quotient le R 20 M 2 : la preuue sera qu'en multipliant le R 20 M 2 par 9, nous aurons le R 1620 M 18.

Fin du cinquiéme liure.



RECVEIL DV SIXIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia* Brescian, *grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

CONSIDERANT de quelle vtilité, profit & necessité sõt les sept premieres propositiõs du secõd d'Euclide, en la pratique des nombres & mesures, les cõclusions desquelles ont esté demõstrees Geometriquemẽt par le mesme Euclide en son second liure, & repliquees de luy mesme par nombres en son neufiéme, il nous a semblé bon en apporter icy les exemples en nombres, ensemble auec quelques autres grandement vtiles & necessaires en la pratique des nombres & mesures.

Or pour faire telles propositions plus generalles, là où c'est qu'Euclide dit vne ligne droite, nous dirons vne quantité, & là où il dit deux lignes, nous dirons deux quantitez, afin que celà soit entendu tant pour la quantité continuë, que pour la quantité discontinuë, qui est le nombre.

La premiere proposition du second d'Euclide. Chap. I.

SIL y a deux quantitez, desquelles l'vne soit diuisée en combien de parties on voudra, le produit de la multiplication de l'vne quantité par l'autre, sera égal au produit de la premiere quantité en chacune partie de la seconde, comme pour exemple: Soient les deux quantitez, 14 & 6, desquelles l'vne qui est 14, soit diuisee en trois parties, à sçauoir en 2, 5 & 7, multiplions 6, qui est la quantité non diuisee, & premiere, par chacune de ces trois parties, en disāt, 6 par 2, font 12, 6 par 5, font 30, & 6 par 7, font 42, lesquels trois produits adioustez ensemble (à sçauoir 12, 30, & 42) font 84, & autant ferons nous en multipliant 6 par 14, qui est toute la quantité, c'est à sçauoir 84, ainsi qu'il apparoist.

$$6\begin{Bmatrix}2\\5\\7\end{Bmatrix}\begin{matrix}\text{———}\\\text{———}\\\text{———}\end{matrix}\begin{Bmatrix}12\\30\\42\end{Bmatrix}$$

$$\overline{14}\qquad\overline{84}$$

GOSSELIN.

Nous auons demonstré Arithemetique-

mét ceste proposition d'Euclide sur le chapitre de la Multiplication, au second liure de la premiere partie, dont nous auons demonstré la Multiplication.

La seconde proposition. *Chap.* II.

SI vne quãtité est diuisee en combien de parties on voudra, le Quarré de ladite quantité est egal à la somme des produits de ladite quantité en chacune de ces parties, comme pour exemple: Soit la quantité 14 diuisee en trois parties, 3, 5, 6, multipliós 14 par chacune de ces parties, en disant, 14 par 3, fót 42. 14 par 5, font 70, & 14 par 6, fót 84, lesquels trois produits adioustez, c'est à sçauoir 42, 70 & 84, font 196, qui est le Quarré de 14, car 14 par 14 font 196.

GOSSELIN.

Ceste proposition n'est qu'vn Correlaire de la precedente, & se demonstre par vne mesme façon.

La troisiéme proposition. *Chap.* III.

SI vne quantité est diuisee en deux quelconques parties, le produit de la multiplication d'icelle quãtité en l'vne de ces parties, sera egal au produit de l'vne partie en l'autre, & au Quarré de celle parte, par laquelle nous auons multiplié la quantité donnee: Soit la quantité 9, qui soit diuisee en 4 & 5, le produit de 9 en 4, est 36, qui est egal au produit de 4 en 5, à sçauoir 20, & au Quarré de 4, qui est 16, lesquels produits adioustez ensemble font aussi 36.

GOSSELIN

Demonstration Arithmetique.

Puis que 9 sont diuisez en 5 & 4, donques le produit de 4 en 9 sera egal au produit en 4 en 4 à sçauoir au Quarré de 4, & de 4 de 5, à sçauoir 20, par la premiere proposition, ce qu'il falloit demonstrer.

Correlaire de ceste proposition.

Si vne quãtité est diuisee en deux parties quelcõques, le produit de la multiplicatiõ de la quãtité en la premiere de ces parties, auec le Quarré de la seconde, sera egal au produit d'icelle quantité en la seconde, auec le Quarré de la premiere: Soit la quantité 9 diuisee en 4 & 5: multiplions 9 par 4, & faisons 36, auquel produit nous adiousterons le Quarré de 5, qui est 25, la somme sera 61, qui sera egalle au produit de la quãtité qui est 9, en 5, à sçauoir 45, auec le Quarré de 4, qui est 16, & la somme est aussi 61, comme au parauant.

La quatriesme proposition. *Chap.* IIII.

SI vne quantité est diuisee en deux parties quelcõques, le Quarré de toute la quantité sera égal aux quarrez des deux parties, & au double du produit de l'vne par l'autre: Soit la quantité 8 diuisee en 5 & 3: le Quarré de 5 est 25, le Quarré de 3 est 9, le produit de 5 en 3 est 15, & le double 30, or 25, 9, & 30, adioustez font 64, qui est le Quarré de toute la quantité 8.

GOSSELIN.

Demonstration Arithmetique.

Puis que 8 sont diuisez en 5 & 3, par la secõde proposition, le Quarré de 8 sera égal au produit de 8 en 5, & de 8 en 3: mais par la precedente, le produit de 8 en 5 est égal au Quarré de 5, & au prod. de 5 en 3, & encor semblablement le produit de 8 en 3 sera égal au Quarré de 3, & au produit de 3 en 5, donques le quarré de 8 sera égal au Quarré de 5, au produit de 3 en 5, au Quarré de 3, & au prod. de 3 en 5, c'est à dire aux Quarrez de 5 & 3, & au double du produit de 3 en 5. ce qu'il falloit demonstrer.

Theoreme general sur ceste propositiõ d'Euclide.

Si vn nombre est diuisé en deux quelconques parties, le Poligone de tout le nõbre sera egal aux Poligones des parties, & au produit de l'vne partie en l'autre autant de fois qu'il y a d'ãgles au Polygone, deux exceptez: Soit le nõbre 6 diuisé en deux parties, c'est à sçauoir en 2 & 4, le triangle de 6, qui est 21, sera egal au Triangle de 2, qui est 3, au Triangle de 4, qui est 10, & au produit de 2 en 4, qui est 8, autãt de fois prins, qu'il y a d'angles au Polygone, deux ostez, or en vn Triangle il n'y a que trois angles, dõt en ayant osté 2, ne reste que 1, & pourtãt nous ne prendrons ce produit qu'vne fois és nõbres Trangulaires: & aussi pour le vray, le Triangle de 6, qui est 21, est egal à la somme de ces trois produis 3, 10, & 8, qui sõt adioustez 21: Soit encor le nõbre 6 diuisé en 2 & 4, le Pentagone de 6 sera egal aux Pẽtagones de 2 & 4, à sçauoir 5 & 22, & au produit de 2 en 4, trois fois, à cause qu'apres auoir osté 2 angles de 5 angles, qu'à le Pẽtagone, restent encor 3 angles; nous disons dõques que 5, 22, & le triple du produit de 2 en 4, qui est 24, adioustez ensemble font 51, qui

eſt le Pentagone de 6, & ainſi és autres Polygones, ce que nous auons inuenté ſur ceſte propoſition.

Ceſte propoſition ſe demonſtre par la precedente.

Si vne quantité eſt diuiſee en deux parties quelconques inégales, la difference de la ſomme des Quarrez de ces parties au double du produit de l'vne par l'autre, eſt égale au Quarré de la difference de ces deux parties, comme ſi pour exemple 14 eſtoient diuiſez en 4 & 10, la ſomme des Quarrez de 4 & 10 ſeroit 116, le double du produit de 4 par 10 ſeroit ſemblablement 80 : nous diſons que la difference de 116 à 80, qui eſt 36, eſt égale au Quarré de la difference des deux parties, qui ſont 4 & 10, la difference deſquelles eſt 6, & le Quarré 36, comme au parauant.

GOSSELIN.

Correlaire.

De ce Theoreme ſ'enſuit ce Correlaire, que ſi vne quantité eſt diuiſee en deux parties quelconques, le Quarré de toute la quantité ſera égal au quadruple du produit de l'vne partie par l'autre, auec le quarré de la difference des deux parties, comme ſi 8

estoient diuisez en 6 & 2, le quadruple du produit de 6 en 2, seroit 48, la difference de 2 à 6, seroit 4, dont le Quarré est 16, & la sõme de 48 & 16 est 64, qui est le Quarré de 8.

La cinquiéme proposition. Chap. V.

SI vne quantité est diuisee en deux parties inegalles, le produit de la multiplication des parties inegales auec le Quarré de l'excés de la plus grande partie sur la moitié de toute la quantité sera égal au Quarré d'icelle moitié. Soit la quantité 12 diuisee en deux parties inegales 2 & 10, le produit de 2 en 10, est 20, l'excés de 10, qui est la plus grande partie, par dessus la moytié de 12, qui est 6, est 4, dont le Quarré est 16 qui adiousté auec 20, fait 36, ceste somme est égale au Quarré de la moytié de la quãtité, qui est 12, c'est à sçauoir 36.

GOSSELIN.

Demonstration Arithmetique.

Puis que 12 sont diuisez en 6 & 6, parties égales, & de rechef en 2 & 10, parties inegales, nous osterons la moytié qui est 6, de la partie plus grãde des inegales, qui est 10, & resterõt 4. Nous entẽdrons 6 estre diuisez en 4, qui est le reste, & l'autre partie, qui est 2, donc par la quatriéme proposition,

le Quarré de 6 sera égal aux Quarrez de 4 & 2, & au double du produit de 2 en 4: no⁹ entendrõs encor 10. qui est la plus grande partie, estre diuisez en 6 & 4: ainsi par la premiere proposition, le produit de 2 en 10, sera égal au produit de 2 en 6, & de 2 en 4, mais puis que 6 sont diuisez en 4 & 2, par la troisiéme proposition, le produit de 6 en 2 sera égal au produit de 2 en 4 & au Quarré de 2, & partant le produit de 2 en 10, sera égal au double du produit de 2 en 4 auec le Quarré de 2: Or nous auons demõstré que le Quarré de 6 est égal au double du produit de 2 en 4, au Quarré de 2, & au Quarré de 4, qui est l'excés que nous auons prins de 10 par dessus 6, donques le Quarré de 6 sera égal au produit de 2 en 10, auec le Quarré de 4, qui est l'excés de 10 par dessus la moytie de 12, qui est 6, ce qu'il falloit demonstrer.

Sixiéme proposition. Chap. VI.

SI lon adiouste quelque quantité à vne autre qui sera diuisee en deux parties égales, le produit de la multiplication du composé de toutes les deux en l'adioustée, auec le Quarré de la moyté de la quantité diuisee, sera égal au Quarré du cõposé de ceste moytié, & de l'adioustee: Soit la quantité 12 diuisee

en

en deux parties egales 6 & 6, adiouſtons luy vne autre quantité, qui ſoit 3, le compoſé ſera 15, le produit de l'adiouſtée, qui eſt 3, en ce compoſé, qui eſt 15, ſera 45, le Quarré de la moytié de 12, qui eſt 6, eſt 36, lequel nous adiouſterōs auec 45, qui eſt le produit, la ſomme eſt 81, qui eſt egale au quarré du compoſé de ceſte moytié de 12, qui eſt 6, auec l'adiouſtee qui eſt 3, la ſomme 9, & le Quarré 81, comme au precedent.

GOSSELIN.

Demonſtration Arithmetique.

Nous entendrons la ſomme de la quantité adiouſtee & de la moytié de l'autre quātité, àſçauoir 9, eſtre diuiſee en la moitié & la quantité adiouſtee, c'eſt à ſçauoir en 6 & 3, il nous faut demonſtrer que le produit de 3 en la ſomme de 12 & 3, auec le Quarré de 6, eſt egal au Quarré de 9 : puis que 9 eſt la ſomme de 6 & 3, doncques 9 & 6 ſeront egaux à 12 & 3, & partant le produit de 3 en 12 & 3, ſera egal au produit du meſme 3 en 9 & 6, & puis que 9 ſont diuiſez en 6 & 3, par la quatriéme propoſitiō, le Quarré de 9 ſera egal aux Quarrez de 3 & 6, & au double du produit de 3 en 6: & ſemblablement par la troiſiéme, le produit de 9 en 3, ſera egal au produit de 3 en 6, & au Quarré de 3, & pour

tant le produit de 3 en 9 & 6, c'est à ſçauoir de 3 en 12 & 3, eſt egal au Quarré de 3, & au double du produit de 3 en 6, adiouſtõs y le Quarré de 6, nous aurõs le produit de 3 en 12 & 3, auec le Quarré de 6, egal aux Quarrez de 6 & 3, & au double du produit de 6 par 3, mais les Quarrez de 6 & 3 auec le double du produit de 6 en 3, ſont egaux au Quarré de 9, ainſi que nous auons demõſtré par la quatriéme, doncques le produit de 3 en 12 & 3, auec le Quarré de 6, eſt egal au Quarré de 9, qui eſt cõpoſé de 3, & la moytié de 12, qui eſt 6, ce qu'il nous falloit demonſtrer.

La ſeptiéme propoſition.

Chap. VII.

SI vne quantité eſt diuiſee en deux quelconques parties, le Quarré de toute la quantité auec le Quarré d'vne de ſes parties, ſera egal au double du produit de la multiplication de toute la quantité en celle partie, & au Quarré de l'autre partie: Soit ceſte quantité 12 diuiſee en 9 & 3, le Quarré de 12 eſt 144, le Quarré de 3, eſt 9, la ſomme de 144 & 9, eſt 153, qui eſt egalle au double du produit de 3 par 12, à ſçauoir 72, & au Quarré de l'autre partie, qui eſt 9, à ſçauoir 81, car la ſomme de 72 & 81 eſt 153, ainſi qu'au precedent.

GOSSELIN.

Theoreme inuenté du present Traducteur.

Si vne quantité est diuisee en deux parties egales, & deux inegales, le Quarré du composé de l'vne des egales, & de l'vne des inegales, est egal au double du produit de celle partie inegale, que nous auons adiousté, en toute la quãtité, & au Quarré de l'excés de la plus grande des parties inegales par dessus l'vne des egales : Comme si 6 estoient diuisez en 1 & 5, parties inegales, & en 3 & 3, parties egales, le Quarré du composé de 3 & 1, est 16, qui sera egal au double du produit de ceste mesme partie inegale 1 en toute la quãtité, qui est 6, c'est asçauoir 12, & au Quarré de 2, qui est l'excés de 5 la plus grande partie des inegales par dessus 3 l'vne des egales, lequel Quarré est 4, car veritablement la somme de 12 & 4, est aussi 16

Demonstration Arithmetique.

Soit la quantité, ou nombre 14 diuisé en 2 & 12, parties inegales, & de rechef en 7 & 7 parties égales, ie dy que le double du produit de 2, qui est l'vne des parties

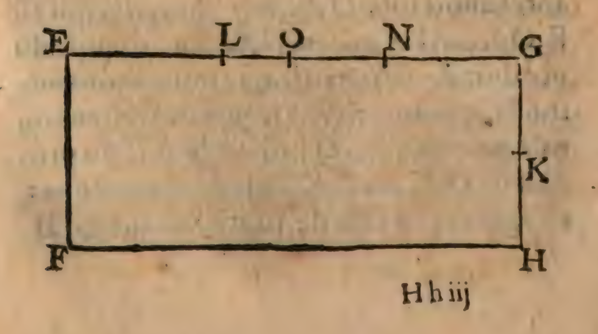
inegales, en toute la quantité qui est 14, auec le Quarré de 5, qui est l'excés de 12 par dessus 7, qui est l'vne des parties egales, est egal au Quarré de la quantité composee de 7, qui est l'vne des parties egales, & 2, qui est celle partie, par laquelle nous auõs multiplié toute nostre quantité 14, c'est à dire au Quarré de 9, ce que ie demonstre en ceste sorte: ie pren la differẽce des parties inegalles qui est 10, laquelle est double à la difference de 12 à 7, ou de 2 à 7, i'oste ceste difference 10 de toute la quantité 14, & restẽt 4, c'est à sçauoir le double de 2, qui est la plus petite partie, ainsi i'enten 10 estre vne quantité dõnee, & 4 estre vne quantité adioustee, la moytié de 10 est 5, laquelle adiouste à 4, la somme est 9, qui est egalle à la somme de 7 & 2, & ainsi par la sixiéme proposition, le produit de 4 en la somme de 4 & 10, c'est à sçauoir le double du produit de 2 en 14 (par la premiere proposition, car 4 est le double de 2) auec le Quarré de 5 qui est la moytié, ou l'excés de 12 par dessus 7, sera egal au Quarré de la quantité composee de 4 & 5, ou bien de 7 & 2, car tout reuient à vn, ce qu'il falloit demonstrer: or ceste demonstration est generalle, tant en

quantitez continuës, que discontinuës, & au lieu du nõbre 14 nous eussions peu prendre quelconque ligne, puis nous eussions procedé comme au precedent, instituans nostre ratiocination sur la sixiéme proposition du second d'Euclide.

Commẽt on peut Quarrer tout Parallelogrãme, c'est à dire Rectiligne Rectangle, ou bien trouuer vn Quarré égal à quelconque figure, comprinse de droites lignes, & angles droits, par le moyen de nostre Theoreme precedent.

FAÇON NOVVELLE.

Trouuons vn Quarré egal à ce Parallelogramme E, F, G, H.

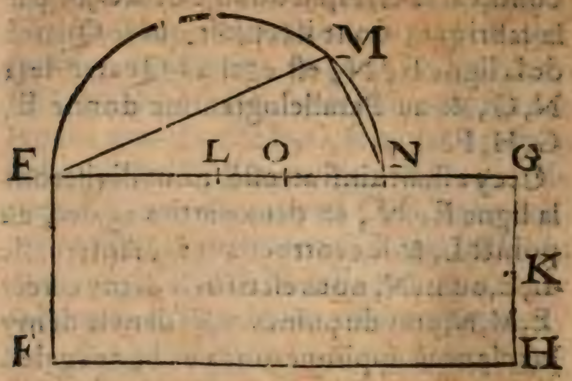


Pour ce faire nous diuiserons le plus petit costé de ce Parallelogramme, qui est G, H, en deux parties egales, ou par la X. proposition du premier, ou par la IX, & XI, du sixiéme, au poinct K, nous diuiserons encor le plus grand costé E, G, semblablemẽt en deux parties egalles, au poinct O, puis du poinct O sur ceste moytié O, G, nous couperons vne ligne egale à G, K, par la III. du premier, qui sera O, N, tellement que toute la ligne E, F, sera diuisee en deux parties egales E, O, & O, G, & encor en deux inegales, c'est à sçauoir en O, N, & le reste de la ligne, & partant par le precedent Theoreme, le Quarré de la ligne composee de la moytié, qui est E, O, & de l'vne de ces parties, qui est O, N, laquelle est toute la ligne E, N, le Quarré di-ie de toute ceste quantité sera egal au Quarré de l'exces de la plus grande partie qui est tout le reste de la ligne E, G, apres auoir osté O, N, sur la moytié, qui est E, O, lequel exces sera N, G, & au double du produit de ceste partie que nous auons adiousté, à la moytié E, O, qui est O, N, en toute la quantité E, G: or le double du produit de O, N, ou G, K, qui sõt egales lignes, est egal au produit de toute la ligne G, H,

en toute la ligne E, G, par la premiere du second, car la G, H, est double de la O, N, par la fabrique, dont il s'ensuit que le Quarré de la ligne E, N, est egal au Quarré de la N, G, & au Parallelogramme donné E, G, H, F.

Cecy estant ainsi arresté, nous diuiserons la ligne E, N, en deux parties egales, au poinct L, & le centre estant L, l'interualle L, E, ou L, N, nous escrirős le demy cercle E, M, N, puis du poinct N, dedans le demy cercle nous appliquerons vne ligne egale à N, G, par la premiere du quatriéme d'Euclide, qui sera N, M, & pourra bien estre appliquee, veu que la N, G, qui est l'exces de la plus grande partie par dessus la moytié de toute la quantité, ne peut iamais estre plus grande que ladite moytié, & le diametre du cercle E, M, N, est plus grãd (par l'hypothese) qu'icelle moytié, puis qu'il est cőposé de la moytié, & de l'vne des parties, finalement du poinct E, au poinct M, nous tirerons la ligne E, M, le Quarré de laquelle nous disons estre egal au Parallelogramme dőné E, G, H, F: ce que nous demőstrerős premieremẽt mathematiquemẽt, puis apres ostẽsiuemẽt, & mettrons la fabriq̃ cy apres

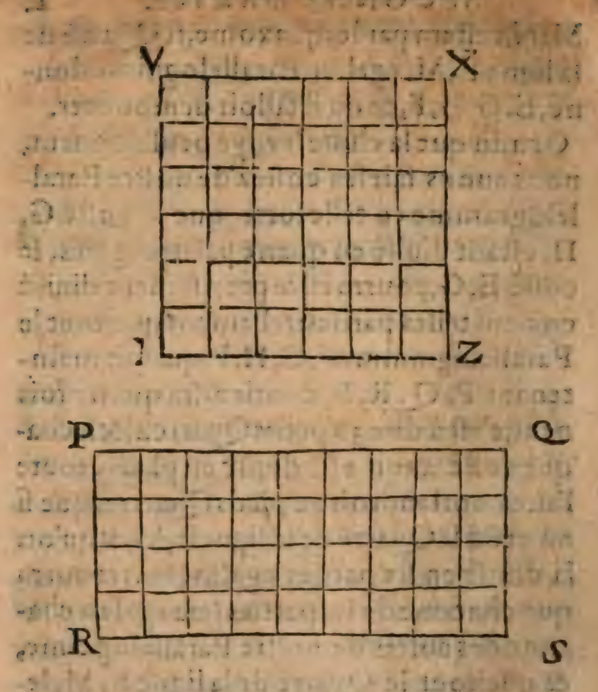
afin que la chose soit mieux entenduë.



L'angle E, M, N, est droit par la xxxj. du troisiéme, pour estre au demy cercle E, M, N, doncques le Triangle E, M, N, est Rectã gle, & le costé E, N, soustient l'angle droit, M, & pourtant par la xlvij. du premier, ou xxxj. du sixiéme, le quarré de la ligne E, N, est egal au Quarré de la E, M, & de la M, N: mais encor le Quarré de la E, N, est egal au Quarré de la N, G, qui est egale à la M, N, & au Parallelogramme dõné E, G, H, F: donc les Quarrez de E, M, & M, N, sont egaux au Quarré de M, N, & au Parallelogramme dõné E, G, H, F, par le premier axiome ou dignité du premier d'Euclide; & apres auoir osté de part & d'autre le Quarré de la ligne

M, N, restera par le iij. axome, le Quarré de la ligne E, M, egal au Parallelogrãme donné, E, G, H, F, ce qu'il falloit demonstrer.

Or afin que la chose se voye oculairement, nous auons fait les costez de nostre Parallelogramme en telle sorte, que le costé G, H, estant diuisé en quatre parties egales, le costé E, G, pourra estre precisément diuisé en neuf telles parties: tellement que tout le Parallelogramme E, G, H, F, qui soit maintenant P, Q, R, S, contiendra quatre fois neuf, c'est à dire 36 petits Quarrez, & si chaque costé auoit esté diuisé en pieds, toute l'aire contiendroit 36 pieds Quarrez, que si on prẽd le Quarré de la ligne E, M, & qu'on la diuise en six parties egales, ou trouuera que chacune de ses parties sera egale à chacune des autres de nostre Parallelogrãme, & que tout le Quarré de la ligne E, M, lequel soit V, X, I, Z, cõtiẽdra 36 petits Quarrez egaux & semblables à ceux que contenoit nostre Parallelogramme, ainsi qu'on peut voir, dont il apparoist que nous l'auons reduit à son Quarré, en sorte que le Quarré trouué V, X, I, Z, est egal au Parallelogramme donné P, Q, R, S, ce que nous nous estions proposez.



Or ceste façon est autre que celles qu'on peut tirer de la V. VI. ou derniere du secōd, de la XXXVI. du III. ou de la XIII. du VI. Nous pouuons encor tirer vne autre maniere de Quarrer tout Parallelogrāme par la II. du XII. laquelle nous reietterons en la quatriesme partie, en laquelle nostre autheur traite de ceste matiere.

RECVEIL DV SEPTIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia* Brescian, *grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Que c'est que Partie.

Chapitre I.

PARTIE s'entend estre la quantité moindre de la quantité plus grande, quand la moindre nombre ou mesure la plus grande, comme pour exemple: nous dirons 6 estre partie de 12, car 12 contiennent deux fois 6 precisément, & se represente en ceste façon $\frac{1}{2}$, semblablement 4 est vne partie de 12, car 4 mesurent 12 par 3, donques 4 sera $\frac{1}{3}$ de 12, & ainsi consequemmentr.

Que c'est que Multiple.

La quantité plus grande est dite estre multiple de

la plus petite, quand la plus petite mesure la plus grande, comme pour exemple 12 sont entẽdus estre multiples de 6, à cause que 6 mesurent exactement 12 par 2, & telle quãtité Multiple sera appellee double, & par la mesme raison 12 serõt multiples de 4, à sçauoir triples, & encor 12 serõt quadruples de 3.

Que c'est que Proportion, Chap. II.

LA Proportion est la conuenãce de deux quantitez d'vn mesme gẽre, de l'vne à l'autre. Celles quantitez sont appellees d'vn mesme gẽre, lesquelles sont, ou toutes lignes, ou toutes superficies, ou tous solides, ou tous nombres, &c. pour autant que on ne diroit pas bien qu'vne ligne fust égale à vne superficie, ou plan, ou à vn corps, car seulement les quantitez d'vn mesme genre peuuent estre comparees ensemble. La conuenance de deux quantitez, est que l'vne soit necessairement plus grande, ou plus petite, ou egale à l'autre, & cecy est propre à la quantité.

De la Proportion d'egalité. Chap. III.

LA conuenãce des quantitez egales est, comme on pourroit dire de 1 à 1, ou de 2 à 2, ou de 4 à 4, & non seulement aux nombres, mais aussi aux lignes, superficies, solides, &c. & telle proportion est appellee d'aucuns Proportion d'egalité.

Des genres des Proportions d'inegalité, Chap. IIII.

LA conuenance des quantitez inegales est dite proportion d'inegalité: les genres de laquelle

proportion sont deux, l'vn est appellé la plus grande inegalité, & l'autre la moindre inegalité. La plus grande inegalité est, quand on fait la comparaison du plus grand terme au plus petit, comme si nous disions 2 à 1, ou 3 à 2, ou 4 à 3. La plus petite inegalité est, quād on fait la comparaison du plus petit terme au plus grand, comme si nous disions 1 à 2, ou 2 à 3, ou 3 à 4,

Des especes de la plus grande, & moindre inegalité. Chap. V.

Les especes de la plus petite & plus grande inegalité sont deux: l'vne est dite rationelle, & l'autre irrationelle. La rationelle est, cōme de nombre à nombre, de 2 à 1, ou de 3 à 2, ou de 1 à 2, ou de 2 à 3. L'irrationelle, est comme du ℞ 10 au ℞ 7, ou du ℞ 12 au ℞ 5, ou comme de 6 au ℞ 3, ou bien comme du ℞ 7 au ℞ 10, & du ℞ 5 au ℞ 12, ou du ℞ 5 à 2, & du ℞ 7 à 6, &c.

Des especes de la plus grande, & moindre inegalité Rationelle.

Les especes des proportions de la plus grande inegalité rationelle sont cinq, c'est à sçauoir trois simples, & deux composees, la premiere des trois simples est dite Multiple, la seconde Superparticuliere, la troisiéme Superpartiēte: la premiere des deux composees est appellee Multiple Superparticuliere, & l'autre Multiple Superpartiente. En ces mes-

mes cinq especes est encor diuisee la proportion de moindre inegalité, mais pour les distinguer d'auec les autres cinq, nos anciés y ont adiousté ceste proposition sub, en disant submultiple, subsuperparticuliere, subsuperpartiente, submultiple superparticuliere, submultiple superpartiente, & est necessaire que toute proportion rationelle soit en l'vne de ces cinq especes, desquelles chacune est encor diuisee en infinies particulieres proportions.

GOSSELIN.

La proportion Multiple est, quãd le plus grãd terme contient le plus petit plusieurs fois exactemẽt, comme 2 à 1, c'est proportion double, 3 à 1, c'est proportiõ triple, 4 à 1 quadruple, & ainsi en infiny.

La proportion Superparticuliere est, quand la plus grande quantité contient la plus petite vne fois, & encor vne partie de la plus petite, comme 3 à 2, c'est proportiõ Superparticuliere, sesquialtere: or il y en a beaucoup d'especes, mais tousiours le nõ de la proportion se commence par sesqui, & se termine au denominateur de la partie adiointe, comme de 4 à 3, la proportiõ est sesquitierce, car 4 cõtiennent 3 vne fois, & dauantage $\frac{1}{3}$, 5 à 4 est proportion sesquiquarte, & ainsi consequemment.

La proportion Superpartiente est, quãd la plus grande quantité contiẽt la plus pe-

tite vne fois, & encor quelques parties de la plus petite, comme de 5 à 3, la proportiō est superbitierce. Or il y en a beaucoup de especes, mais tousiours le nom de la proportion se commence à *super*, & a son milieu du numerateur de la partie adiointe, & se termine au denominateur d'celle: comme pour exemple, la proportion de 5 à 3 est superbitierce, pour autant que 5 contiennent 3 vne fois, & encores $\frac{2}{3}$, semblablemēt la proportion de 7 à 4 est supertriquarte, car 7 contiennent vne fois 4, & encore $\frac{3}{4}$.

La proportion Multiple Superparticuliere est, quand la plus grande quantité cōtient la plus petite plusieurs fois, & encore vne partie d'icelle, comme pour exemple, la proportiō de 5 à 2, est double sesquialtere, car 5 contiennent 2 deux fois, & encore $\frac{1}{2}$, semblablement la qroportion de 7 à 3 est double sesquitierce, car 7 contiennent 3 deux fois, & encor $\frac{1}{3}$.

La proportion Multiple Superpartiente est, quand la plus grande quantité contiēt la plus petite plusieurs fois, & encor quelques parties d'icelle, comme la proportion de 8 à 3 est double Superbitierce, car 8 cōtiennent 3 deux fois, & encor $\frac{2}{3}$, semblable-

ment la proportion de 12 à 5, est double superbiquinte, car 12 cõtiennent 5 deux fois, & dauantage $\frac{2}{5}$: & ainsi en infiny.

De diuerses appellations de la proportion.

On nomme la proportion en beaucoup de sortes, car aucuns l'appellent raison, aucuns la nomment relation, autres disent que c'est habitude, ou conuenance, les autres veulent que ce soit respect, aucuns la nomment medieté, & les autres l'appellent proportion.

Comment on peut cognoistre si vne proportion est égale, plus grande, ou plus petite qu'vne autre, Chap. VI.

EVCLIDE dit en la dixseptiéme definition du septiéme, que les proportions sont semblables ou egales, qui ont vne mesme denominatiõ, & que la proportion est plus grande, qui a vne plus grande denomination; & que celle est plus petite, qui a vne denomination moindre: or la denomination d'vne proportion est le quotient qui vient apres auoir diuisé l'antecedent par le consequent.

Trouuons si la proportion de 9 à 6 est egale à celle de 27 à 18, nous diuiserons 9, qui est l'antecedent, par 6, qui est le consequent, & sera le quotient $1\frac{1}{2}$, semblablement nous diuiserons 27 par 18, & sera le quotient $1\frac{1}{2}$, & pour autant que $1\frac{1}{2}$ sont egaux à $1\frac{1}{2}$, la proportion

de

de 9 à 6 est égale à celle de 27 à 18.

Trouuons si la proportion de 8 à 2 est égale à celle de 10 à 3 : Nous diuiserons 8 par 2, & sera le quotient 4, semblablement nous diuiserons 10 par 3, & sera le quotient $3\frac{1}{3}$, & pour autant que 4 sont plus grãds que $3\frac{1}{3}$, ainsi que nous pouuons voir, par-ce que nous auons dit au septiéme liure de la premiere partie, donques il s'ensuit que la proportion de 8 à 2 est plus grande que celle de 10 à 3.

GOSSELIN

Nous pouuons encor sçauoir cecy par le septiéme chapitre du septiéme liure de la premiere partie, à sçauoir nous mettrons le consequent dessous son antecedent, afin d'en faire vne partie, comme en l'exemple dernier, nous mettrós 2 dessous 8, en ceste sorte $\frac{8}{2}$, puis encor 3 dessous 10 ainsi $\frac{10}{3}$, lesquelles deux parties nous reduirós en vne mesme denomiuatió, & nous aurons $\frac{24}{6}$, & $\frac{20}{6}$, pour autant que 24 sont plus grãds que 20, aussi nous conclurons la proportion le 24 à 6, c'est à dire de 8 à 2, estre plus grande que la proportion de 20 à 6, à sçauoir de 10 à 3, dont nous auós baillé la demóstration sur celuy chapitre du septiéme liure de la premiere partie.

Que c'est que proportionalité, & disproportionalité. *Chap.* VII.

LA proportionalité, comme veut Euclide en la quatriéme definitiõ du cinquiéme, n'est autre chose, qu'vne similitude de proportiõs, cõme pour exemple, pour autãt que la proportion de 12 à 4, est semblable a celle de 3 à 1, pour estre l'vne & l'autre triple, nous disons que ceste similitude de proportions est dite proportionalité, & les quatre termes (par l'huitiéme definition du cinquiéme (sont appellez proportionels, encore pour autant qu'il y a telle proportion de 6 à 4, que de 3 à 2, pour estre l'vne & l'autre proportion sesquialtere, telle similitude de proportions sera appellée proportionalité, & les quatre termes, à sçauoir 6, 4, 3, 2, seront dits proportionels. La disproportionalité est contraire à la proportionalité, à sçauoir c'est vne dissimilitude de proportiõs, comme si la proportiõ de 4 à 2, est dissemblable à celle de 8 à 2, les quatre termes, c'est à dire 4, 2, 8, 2, seront appellez disproportionels.

Des especes de proportionalité, *Chap.* VIII.

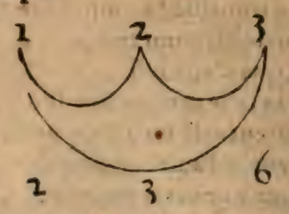
IL y a trois especes de proportionalité, c'est à sçauoir l'Aritmetique, Geometrique, & Harmonique. La proportionalité Arithmetique est, quand l'excez est tousiours égal, comme en ces termes 1, 2, 3, 4, 5, ausquels l'excez est tousiours 1, ou 2, 4, 6, 8, 10, ausquels termes l'excez est 2, ou 2, 5, 8, 11, 14, auf-

quels l'excez eſt. La proportionalité Geometrique eſt celle dont nous auons parlé au precedent chapitre. La proportionalité Harmonique, eſt quand il y a telle proportion Geometrique du premier terme au troiſiéme, que d'vne difference à l'autre, comme 6, 4, 3, car il y a telle proportion de 6 à 3, que de 2, qui eſt la difference de 6 à 4, à 1, qui eſt la difference de 4 à 3, car l'vne & l'autre eſt double.

Encor pource que ces trois termes 2, 3, 6, ont les conditions demandees, à ſçauoir que la proportion de 2 à 6, eſt comme la proportion de la difference de 2 à 3, qui eſt 1, à la difference de 3 à 6, qui eſt 3, car l'vne & l'autre eſt ſubtriple, pour ceſte cauſe nous dirons que telle ſimilitude de proportions eſt vne proportionalité Harmonique.

Or ces trois termes proportionels Harmoniques ſont trouuez par le moyen de trois termes continuels en la progreſſion, ou proportion Arithmetique, tels qu'on voudra. Poſons 1, 2, 3, & trouuons auec ces trois termes de proportionalité Arithmetique, trois autres en la proportionalité Harmonique, nous multiplierons le premier par le ſecond, à ſçauoir 1 par 2, & ferons 2, qui ſera le premier de noſtre proportionalité Harmonique, puis nous multiplierons le premier, qui eſt 1, par le troiſiéme, qui eſt 3, & ſera le produit 3, noſtre ſecond terme cherché, finalement nous multiplierons le ſecond, qui eſt 2, par le troiſiéme, qui eſt 3, & ferons 6. pour le troiſiéme, & dernier terme de noſtre proportionalité Harmonique, tellement que nous aurons trois termes, à ſçauoir 2, 3, 6, qui feront conſtituez

en proportionalité Harmonique, ainsi qu'il apparoist en l'exemple.



GOSSELIN.

Demonstration.

Demõstrons que 2,3,6, qui sont venus de ces nombres 1,2,3, sõt proportionels Harmoniquement: pour autant que 2 multiplians 1, ont fait 2, & multiplians 3, ont fait 6, il y aura telle proportion de 2 à 6, que de 1 à 3, c'est à dire des extremes de 1,2,3: que des extremes de 2,3,6, par la XVII. du VII maintenant, pour autant que 1,2,3, sont Arithmetiquemẽt proportionels, la differẽce de 1 à 2 sera égale à la difference de 2 à 3, nous entendrõs 3 estre diuisez en 2, qui est le second, & 1, qui est la difference: dõques par le premier du secõd, le produit de 1 en 3, du premier au dernier, sera égal au produit de 1 en 2, qui est le secõd, & de 1, qui est le premier, en 1, qui est la difference, & par-

tant la differēce de 2 à 3, sera le produit de 1, qui est le premier, en la differēce, qui est 1, puis que 2 est le produit de 1 en 2, par l'hypothese, & 3, le produit de 1 en 3, desquels produits la difference est le produit de 1 en 1, ainsi que nous auons demōstré, semblablement nous pourrons demōstrer que la difference de 3 à 6, qui est le produit de 1, qui est la differēce, en 3, qui est le dernier terme : puis que donques 1 multipliant 1, a fait 1, multipliant 3, a fait 3, lesquels produits sont les differences, il y aura telle proportion de 1 à 3, que de 1 à 3, par la mesme dixseptiéme du septiéme, mais nous auons demōstré qu'il y auoit telle proportion de 2 à 6, c'est à sçauoir du premier au dernier. que de 1 à 3: dōques par l'onziesme du V. il y aura telle proportion de 2 à 6, à sçauoir du premier au dernier, que de 1 à 3 d'vne difference à l'autre, ce qu'il falloit demonstrer.

Autre façon pour former les nombres proportionels Harmoniquement, de l'inuention du present traducteur.

Nous prēdrons quelcōque nōbre pour le premier terme comme pour exemple 3, pour auoir le secōd, nous prēdrons le double du premier, l'vnité en estant ostée, le

double de 3 eſt 6, dont nous en oſtõs 1, & le reſte eſt 5, pour le ſecõd terme, le troiſiéme ſera le produit de ces deux premiers l'vn par l'autre, c'eſt à ſçauoir de 3 par 5, qui eſt 15: or comme ceſte façõ eſt beaucoup plus expediẽte, que celle qu'ont baillé tous les Arithmeticiens, auſſi ſa demonſtration eſt plus briefue & facile, que la demõſtration que nous auõs apporté de noſtre inuẽtion pour la façon & operation de noſtre Autheur.

Demonſtration de ce Probleme.

Puis q̃ le ſecond terme qui eſt 5, eſt moindre que le double du premier, de 1, nous oſterons le premier du ſecõd, c'eſt à ſçauoir 3 de 5, & reſtera 2, auquel reſte ſi nous adiouſtõs 1, nous ferõs 3, & ainſi ce reſte 2, & 1, sõt égaux au premier, qui eſt 3, car le ſecond & 1 ſont égaux au double du premier, & puis que nous en auõs oſte vne fois le premier, reſte ſimplement le premier égal à ce reſte & à 1: or le premier, qui eſt 3 multipliant le ſecõd, qui eſt 5, a fait le troiſiéme, qui eſt 15, par l'hypotheſe, 5 dõques multipliãs 3, ont fait 15, & 3 ſont diuiſez en 2, qui eſt la pre-

miere differẽce, & 1, ainsi par le premier du second d'Euclide le produit de 5 en 3, sera égal au produit de 5 en 2, & de 5 en 1, c'est a dire a 5, qui est le secõd, & au produit de ce second, qui est 5, en la premiere difference, qui est 2, ostons donques ce 5, qui est le second de 15, qui est le troisiéme, la differẽce sera le produit de ce second 5, en la premiere difference, qui est 2 encor 5 multipliãs 3, ont fait 15, c'est a dire multipliãs le premier ont fait le dernier, les mesmes 5 multipliãs 2 ont fait 10, c'est àdire multiplians la premiere difference, ont fait la seconde, donques par la xvij. du vij. il y aura telle raison de 5 a 15, q̃ de 2 a 10, c'est a sçauoir du premier terme au dernier, que de la premiere difference a la seconde, dont il s'ensuit que ces trois termes sont Harmoniquement proportionels.

Que c'est que proportionalité continue,

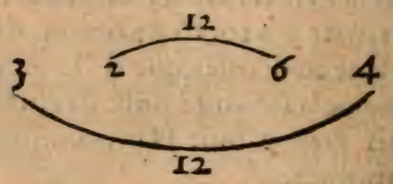
Chap. IX.

LA proportionalité cõtinuë est, quãd le premier terme est seulemẽt antecedent, le dernier seulement consequent, & tous les autres sont antecedens & consequẽs, comme sont ceux cy 16, 8, 4, 2, 1, & ceste proportionalité est appellee progression

Geometrique: la proportionalité Aritmetique est, quand la differēce est tousiours égale, cōme en ces termes 4,7,10,13, ausquels la difference est 3, & ceste proportionalité est appellée progression Arithmetique.

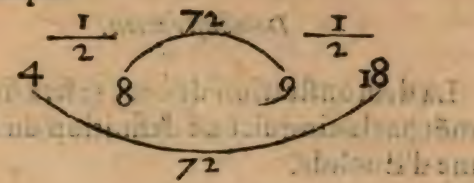
La dixneufiéme proposition du septiéme d'Euclide. Chapitre X.

S'IL y a quatre nōbres proportionels, le produit de la multiplication du premier par le dernier sera égal au produit du secōd par le troisiéme. Soient ces quatre nōbres 3,2,6,4, proportionels, c'est à dire qu'il y ait telle proportion de 3 à 2, que de 6 à 4, nous disōs que le produit de 3 en 4, qui est 12, est égal au produit de 2 en 6, qui est aussi 12, ainsi qu'il apparoist.



Et encor s'il y a quatre nombres tels, que le produit du premier par le dernier, soit égal au produit du second par le troisiéme, iceux quatre nōbres serōt proportionels. Soient ces quatre nombres 4,8, 9, 18: tellemēt que le produit de 4 par 18, qui est 72, soit égal au produit de 8 par 9, qui est aussi 72, iceux nōbres serōt proportionels. La preuue sera, qu'en diuisant 4 par 8, nous aurons $\frac{1}{2}$, & en diuisant 9 par 18, nous aurons encor $\frac{1}{2}$, donques pour autant que ces quotiēs sont égaux, les proportiōs estoient aus-

ſi ſemblables, ſelon ce que nous auons enſeigné au chapitre ſixiéme de ce liure, comme on peut voir en l'exemple.



De l'Addition des proportions.

Chap. X I.

NOVS multiplierons tous les antecedens enſemble, & ferõs l'antecedẽt, puis tous les cõſequens enſemble, & ferons le conſequent. Adiouſtons ia proportion de 1 à 3, auec celle de 4 à 2, nous multiplierons 1 par 4, & ferons 4, pour l'antecedẽt, puis 3 par 2, & ferons 6, pour le conſequent, ainſi la ſomme de ces deux proportiõs, 1,3, & 4,2, c'eſt à dire d'vne ſubtriple, & d'vne double, eſt la proportiõ de 4 à 6, c'eſt à ſçauoir vne ſubſeſquialtere.

Adiouſtons encor ces quatre proportions, 2 à 1, 3 à 2, 5 à 3, & 4 à 1, nous multiplierons tous les antecedens enſemble, à ſçauoir 2, 3, 5, & 4, & ſera le produit 120, qui ſera l'antecedent, puis nous multiplierons tous les conſequẽs enſemble, c'eſt à ſçauoir 1, 2, 3, & 1, & ſera le produit 6, qui ſera le conſequent: nous dirons donc, que la proportion de 120 à 6, qui eſt vitecuple, ſera la ſomme de toutes ces proportions, c'eſt à ſçauoir d'vne double, d'vne ſeſquialtere, d'vne ſuperbitierce, & d'vne quadruple.

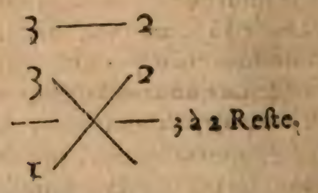
GOSSELIN.

Demonstration.

La demonstration de cecy se fera simplemẽt par la cinquiesme definition du sixiesme d'Euclide.

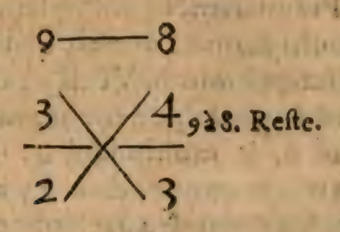
De la Soubstraction des proportions. Chap. XII.

OSTONS la proportion de 2 à 1 de celle de 3 à 1, nous les escrirons ainsi qu'il apparoist cy dessous, puis nous multiplierons en croix, comme si nous voulions diuiser en parties, à sçauoir 1 par 3, & ferons 3, pour l'antecedent, puis 1 par 2, & ferons 2, pour le consequent, ainsi apres auoir osté la proportion de 2 à 1 de celle de 3 à 1, restera la proportion de 3 à 2.



Ostons la proportion de 4 à 3 de celle de 3 à 2, nous escrirons les consequens dessous leurs antecedens, en ceste façon $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, puis nous diuiserons la plus grande par la plus petite, ainsi que nous auons enseigné à diuiser en parties, c'est à dire $\frac{3}{2}$ par $\frac{4}{3}$, &

ſera le quotient $\frac{9}{8}$, c'eſt à ſçauoir la raiſon de 9 à 8, qui eſt celle qui reſte, apres auoir oſté la proportiõ de 4 à 3 de celle de 3 à 2.



GOSSELIN.

Demonſtration.

Demonſtrons qu'en oſtant la proportion de 4 à 3 de celle de 3 à 2, reſtera la proportiõ de 9 à 8, nous eſcrirons les conſequẽs deſſous leur antecedens, & la plus grande proportion en main droite, en ceſte façon: Puis nous multiplierons les conſequens enſemble, c'eſt à ſçauoir 3 par 2, & ferons 6, que nous eſcrirons deſſous 2 & 3, ainſi qu'il apparoiſt, apres nous multiplierons 3 par 3, & ferons 9, que nous eſcrirons deſſus 3 l'antecedent, ſemblablement nous multiplierons 2 par 4, & ferons 8, que

9 —	8
3	4
2 —	3
6	

nous escrirons dessus 4: Nous disons que le reste sera la proportion de 9 à 8, ce que nous demonstrerons en ceste sorte.

Premieremẽt 3 multiplians 3 ont fait 9, & multiplians 2, ont fait 6, doncques par la dixseptiesme du VII. il y aura telle raisõ de 9 à 6, que de 3 a 2. encor 2 multipliãs 3, ont fait 6, & multiplians 4, ont fait 8, par la mesme proposition, il y aura telle raison de 8 à 6, que de 4 à 3: Nous entẽdrõs maintenant 8 estre mis entre 9 & 6, & partant la raison de 9 à 6 se dira estre composée de la raison de 9 à 8, & de 8 à 6, par la cinquiesme definitiõ du sixiesme d'Euclide: doncques la raison de 9 à 6 sera egale à celle de 9 à 8, & de 8 à 6, mais la proportion de 9 à 6 est egale à celle de 3 à 2, la proportion de 3 à 2 sera egale à celle de 9 à 8, & de 8 a 6, encor la proportion de 8 à 6 est egale à celle de 4 à 3, & pourtant la proportion de 3 à 2 est egale à celle de 4 à 3, & de 9 à 8, ostõs en celle de 4 à 3, restera la proportiõ de 9 à 8, ce que no' nous estions proposez à demõstrer. Nous auons prins, & traduit ceste demonstratiõ de l'Algebre de Nonius, qu'il a escrit en Espagnol.

De la Multiplication des Proportions. Chap. XIII.

SI nous auons à multiplier quelque proportion par 2, nous prendrõs la seconde dignité des termes de la proportion. Si nous auõs à multiplier par 3, nous prendrons la troisiéme dignité. Si par 4, la quatriéme, par 5, la cinquiéme: & ainsi consequemment.

Multiplions la proportion de 2 à 3 par 2, nous prendrons la dignité seconde de 2 & 3: or la seconde dignité est le Quarré, car la premiere est le costé, nous prendrons donques les Quarrez de 2 & 3, qui sont 4 & 9, & dirons qu'en multipliant la proportion de 2 à 3 par 2, le produit sera la proportion de 4 à 9, Multiplions la mesme proportion par 3, nous prendrons la troisiéme dignité, qui est le Cube. Or les Cubes de 2 & 3, sont 8 & 27, & la proportion de 8 à 27 sera le produit de la proportion de 2 à 3 par 3: multiplions la par 4, nous prendrons la quatriéme dignité, qui est le Quarré de Quarré, les Quarrez de Quarrez de 2 & 3, sont 16 & 81, & la proportion de 16 à 81, est le produit de la proportiõ de 2 à 3 par 4, & ainsi consequemment.

GOSSELIN.

Demonstration.

La demonstration de ceste multiplicatiõ est manifeste, tant par l'onziéme & douziesme du huictiesme d'Euclide, pue qar celles propositions infinies, qui leur sont proportionelles.

De la diuision des proportions.

Chap. XIIII.

CELVY qui aura bien entēdu la multiplicatiō, ne pourra faillir en la diuision, pour la quelle nous baillerons ceste reigle.

Si nous auōs à diuiser vne proportion par 2, nous prendrons le costé de la seconde dignité, c'est à dire le costé Quarré des termes d'icelle proportion. Si nous auons à diuiser par 3, nous prendrons le costé de la troisiéme dignité, c'est à dire le costé Cubique. Si nous voulōs diuiser par 4, le costé de la quatriéme, à sçauoir le costé Quarré de Quarré, si par 5 le costé de la cinquiéme, à sçauoir le costé Relate premier, & ainsi en infini.

Or premier que de pouuoir pratiquer ceste reigle, il sera besoin de reduire ceste proportiō en ces moindres termes.

Diuisons la proportion de 4 à 9, par 2, pour autāt que ces termes sōt les moindres de leur proportiō, nous prendrons les costez quarrez de 4 & 9, qui sont 2 & 3, & pourtant nous dirons, qu'en diuisant la proportion de 4 à 9, par 2, le quotient sera la proportion de 2 à 3.

Diuisons la proportion de 5 à 40, par 3: nous reduirons premieremēt 5 & 40, en moindres termes, qui seront 1 & 8, dont nous prēdrōs les costez de la troisiéme dignité, à sçauoir les costez Cubiques, & nous aurons 1 & 2, & pourtant nous dirons, qu'en

diuisant la proportion de 5 à 40, par 3, sera le quotient la proportion de 1 à 2, & ainsi consequemment.

GOSSELIN.

Demonstration.

La demonstration de ceste sorte de diuision a aussi son fondement sur l'onziéme & douziéme du huictiéme d'Euclide, & sur toutes les propositiõs proportionelles à ces deux, par lesquelles elle se demonstre euidemment.

Comment entre deux nombres donnez on peut trouuer vn moyen proportionel.

Chap. XV.

NOVS estant donnee la premiere & la derniere de trois quãtitez proportionelles, nous trouuerons la seconde auec la cognoissance de ces deux donnees par ce moyen. Nous multiplierons la premiere par la derniere, & le costé quarré de ce produit, sera la seconde incogneuë, comme pour exẽple, si la premiere de ces trois quãtitez est 9, & la troisiéme 4, nous multiplierons 9 par 4, &

ferons 36, dont le costé Quarré est 6, lequel nombre 6 est la seconde quantité cherchee: Et ceste reigle est tiree de la vingtiesme proposition du VII. d'Euclide, dont il s'ensuit que si le produit de la premiere par la derniere n'est vn Quarré, la seconde quantité sera irrationelle, comme pour exemple: Trouuons vn moyen proportionel entre 10 & 5, nous multiplierons 10 par 5, & sera le produit 50, lequel produit n'est point Quarré, nous dirons donc, que la seconde quantité sera vne quantité irrationelle, à sçauoir ℞ 50, en sorte qu'il y aura telle proportion de 10 au ℞ 50, que du ℞ 50 à 5.

Comment entre deux nombres donnez, on peut trouuer deux moyens proportionels.

Chap. XVI.

ENCORE nous estant donnee la premiere & derniere quantité de quatre quantitez continuellement proportionelles, nous cognoistrons les deux moyennes en ceste maniere: Nous multiplierons le Quarré de la premiere par la derniere, & le costé Cubique du produit, sera la seconde quantité, semblablement nous multiplierons le Quarré de la derniere par la premiere, & le costé Cubique du produit sera la troisiéme quantité: Comme pour exẽple, posons que la premiere de ces quatre quantitez soit 64, & la derniere soit 27. Nous prendrons le Quarré de 64, qui est 4096, lequel nous multiplierons par 27, & sera le produit 110592, duquel produit nous prẽdrõs le costé Cubique, qui est 48,

&

& ce nombre sera la seconde quantité, pour congnoistre la troisiéme, nous pouuons diuiser le quarré de 48 par 64, ou multiplier 48 par 27, & prẽdre le costé Quarré du produit: mais pour la trouuer, ainsi que nous auons trouué la premiere, nous prẽdrõs le Quarré de 27, qui est 729, lequel nous multiplierons par 64, & sera le produit 46656, duquel dernier produit le costé Cubique qui est 36, sera la troisiéme quantité: ainsi nous aurons quatre quantitez continuellemẽt proportionelles, c'est à sçauoir 64, 48, 36, 27, desquelles nous en auõs trouué deux moyẽnes, à sçauoir 48 & 36, entre les deux autres.

Mais si on nous dõne deux tels nõbres qu'ẽ multipliant le Quarré de l'vn d'iceux par l'autre, le produit ne soit vn Cube, alors nos deux moyens proportionels serõt quantitez irrationelles, cõme si on nous donne 2 & 3, pour trouuer entre ces deux quantitez deux moyens proportionels. Nous multiplierons le Quarré de 2, qui est 4, par 3, & ferons 12, qui n'est point Cube, ainsi la seconde quantité sera irrationelle, qui s'appellera le ℞ cu. 12: sẽblablemẽt pour auoir la troisiesme de ces quatre quantitez, nous multiplierons le Quarré de 3, qui est 9, par la premiere quantité, qui est 2, & sera le produit 18, qui n'est point encor nombre Cube, nous dirons donques que ceste troisiéme quantité est vn nombre irrationel, qui se nomme le ℞ cu. 18: ainsi nous auons trouué deux moyens proportionels en quãtitez irrationelles, qui sont ℞ cu. 12, & ℞ cu. 18; & les quatre quantitez continuellement proportionelles seront 2, ℞ cu. 12, ℞ cu. 18, 3.

GOSSELIN.

Demonstration.

Trouuons entre 2&16, deux moyens proportionels, nous multiplierons le Quarré de 2, qui est 4, par 16, & sera le produit 64, dont le costé Cubique est 4, qui sera le second, semblablement nous multiplierons le Quarré de 16, qui est 256, par 2, & sera le produit 512, dont le costé Cubique est 8, pour le troisiéme, ainsi seront les quatre quantitez continuellement proportionelles, 2, 4, 8, 16, Demonstrõs cecy: Nous prẽdrons les Cubes de 2, & 16 qui sont 8 & 4096, donc par la douziéme du huictiéme d'Euclide, entre 8 & 4096, seront deux moyẽs proportionels, en la proportiõ des costez, à sçauoir de 2 à 16, ainsi il y aura telle proportion de 2 à 16, que de 8 à la seconde quantité proportionelle. Nous dirons par la reigle de trois: Si 2 donnent 16, combien 8? & nous aurons 64, pour la seconde proportionelle quãtité, entre 8 & 4096, or quand nous faisons cecy, nous multiplions 8 par 16, & diuisons le produit par le costé

de 8, qui est 2, qui n'est autre chose, que de multiplier simplemẽt 16 par le Quarré de 2, à raison que le costé diuisant le Cube, rend le Quarré au quotient: Apres nous dirons pour auoir la troisiéme quãtité: Si 16 donnent 2, combien 4096? & nous aurons 512, pour la troisiéme quãtité proportionelle. Mais 4096 est le Cube de 16, multiplier dõc 4096 par 2, & le produit diuiser par le costé, qui est 16, n'est autre chose que multiplier simplement 2 par le Quarré de 16.

Nous auons trouué entre 8 & 4096 deux moyens proportionels, 64 & 512, puis que ces quatre nombres sont continuellement proportionels, aussi seront leur costez en la tierce partie de la proportion d'iceux. Et pourtant nous prendrons les costez Cubiques de 8, 64, 512, 4096, or les costez Cubiques de 8, & 4096, sont les nombres dõnez 2 & 16, car nous en auons prins les Cubes 8 & 4096, nous auons doncques trouué entre 2 & 16 deux moyens proportionels, qui sont le costé Cubique 64, à sçauoir 4, & le costé Cubique de 512, à sçauoir 8, & ce par la reigle & façõ de nostre Autheur, ce qu'il nous falloit demonstrer: or combien que ceste demonstration soit

beaucoup plus courte & facile que celle de Nonius, si est-ce que nous l'auons tiree de son Algebre, qu'il a escrit en Espagnol.

Reigle generalle pour multiplier, ou diuiser vne proportion, ou raison, par partie & nombre rompu.

Chap. XVI.

SI nous voulons multiplier vne proportion par vne partie, nous procederõs tout ainsi que nous auons enseigné à multiplier les parties ensemble. c'est à sçauoir nous multiplierons la proportion donnee par le numerateur de celle partie, selon la façon de multiplier en proportions, puis nous diuiserons ceste proportion produite par le denominateur: comme pour exemple, multiplions la proportion de 4 à 5 par $\frac{2}{3}$, nous multiplierons la proportion donnee de 4 à 5 par 2, qui est le numerateur, c'est à dire, nous prendrons les Quarrez de 4 & 5, qui seront 16 & 25, ainsi le produit sera la proportiõ de 16 à 25, laquelle nous diuiserons par le denominateur de la partie, qui est 3, & nous trouuerons que le quotient sera la proportion ℞cu. 10000 à 25, ainsi que nous auons demonstré au chapitre precedent.

GOSSELIN.

Demonstration.

La demonstration de cecy est manifeste,

car multiplier vne raison par $\frac{2}{3}$, ou quelconque autre partie, n'est autre chose que de sçauoir quelles sont les $\frac{2}{3}$ de ceste raison, & pour ceste cause nous multiplions la raison donnee, comme pour exemple de 4 à 5, par 2, & faisons la raisō de 16 à 25, qui est le double de la raison de 4 à 5, or nous ne vouliōs pas absoluëment le double de ceste raison, mais le double diuisé par 3, c'est à dire en trouuer les $\frac{2}{3}$, ou bien prendre la troisiéme partie d'icelle estāt doublee, & la troisiéme partie de la raison de 16 à 25, est la raison du ℞ cu. 16 au ℞ cu. 25, ou de 16 au ℞ cu. 6400, qui sont mesmes raisōs, & la raison de cecy est, que quand nous multiplions quelque nombre par vne partie, nous multiplions iceluy nōbre par le numerateur de la partie, & diuisons le produit par le denominateur, cōme quand nous multiplions 3 par $\frac{2}{3}$, nous multiplions 3 par 2, & diuisons le produit qui est 6, par 3, le quotient est 2, qui est le produit de 3 en $\frac{2}{3}$: semblablemēt en multipliāt la raison de 2 à 3, par $\frac{2}{3}$, nous la multiplions premierement par le numerateur, qui est 2, & est le produit, la raison de 4 à 9, lequel nous diuisons par le denominateur, qui est 3, & est le quotiēt la raison du ℞ cu. 4

au ℞ cu. 9, ou de 4 au ℞ cu. 144, ou du ℞ cu. 144 au ℞ cu. 324, ou bien de ℞ cu. 324 à 9, chacune desquelles raisons est la tierce partie de la raison de 4 à 9, ainsi que nous auõs demostré aux chapitres precedens.

Aautre façon de multiplier, inuentee par le present Traducteur.

Nous trouuerons entre les deux termes de raison donnee, autant de moyens proportionels, qu'il y a d'vnitez au denominateur de la partie, vne exceptee, & prendrōs autāt de termes de ces termes proportionels, qu'il y aura d'vnitez au numerateur, apres y auoir encor adiousté 1: la raison du premier terme au dernier, sera la raisō produite, cōme pour exemple: multipliōs par ceste façon, la raison de 4 à 5, par $\frac{2}{3}$, le denominateur de ceste partie est 3, & apres auoir osté 1, reste 2, nous trouuerons donc deux moyens proportionels entre les termes de la raison donnee, de 4 à 5, c'est à sçauoir entre 4 & 5, qui seront, ℞ cu. 80, & ℞ cu. 100, & seront quatre termes continuellemēt proportionels 4, ℞ cu. 80, ℞ cu. 100, & 5, le numerateur de ceste partie $\frac{2}{3}$ est 2, auquel nous adiousterons 1, la somme sera 3, nous pren-

drons dõques 3 de ces quatre termes trouuez, comme pour exemple 4, ℞ cu. 80, & ℞ cu. 100, & la raison du premier au dernier est la raison de 4 au ℞ cu. 100, nous dirons donc que le produit de la raison de 4 à 5 en $\frac{2}{3}$, est la raison de 4 au ℞ cu. 100 : nous eussiõs aussi peu prendre trois autres termes, comme ℞ cu. 80, ℞ cu. 100, & 5, & la raisõ du premier au dernier, qui est la raison du ℞ cu. 80 a 5, eust encor esté le produit de la raison de 4 a 5 en $\frac{2}{3}$: la demonstration de cecy est toute fondee sur la dixiéme definition du cinquiéme d'Euclide.

Semblablement si nous auons à diuiser quelque proportion par vne partie, nous procederons tout ainsi que nous auons enseigné en la diuision des parties, c'est à sçauoir, nous multiplierons la proportion donnee par le denominateur de la partie, & diuiserons la proportion produite par le numerateur, comme pour exemple : nous soit proposé à diuiser la proportion de 2 à 1, (qui est vne double) par $\frac{3}{4}$: nous multiplierons ladite proportion de 2 à 1, par 4, & sera le produit la proportion de 16 à 1, laquelle nous diuiserons par 3 qui est le numerateur de la partie $\frac{3}{4}$, le quotient sera la proportion de 16 au ℞ cu. 256, qui est le quotient, apres auoir diuisé la proportion de 2 à 1 par $\frac{3}{4}$.

GOSSELIN.

Diuisons la raison de 2 a 3 par $\frac{2}{3}$, nous

multiplierons premierement la raiſon de 2 à 3 par 3, qui eſt le denominateur, & ferons la raiſon de 8 à 27, laquelle nous diuiſerons par 2, & ſera le quotient la raiſon du ℞ 8 au ℞ 27, ou de 8 au ℞ 216, ou biẽ du ℞ 216 à 27, & la raiſon de cecy eſt manifeſte: car ſi nous auions à diuiſer, poſons 12 par $\frac{2}{3}$, nous multiplierons premieremẽt 12 par le denominateur de la partie, qui eſt 3, & ſeroit le produit 36, lequel nõbre produit 36 nous diuiſerions par 2, le quotient ſeroit 18, ainſi apres auoir diuiſé 12 par $\frac{2}{3}$, le quotiẽt ſeroit 18, le ſemblable nous faiſons en ceſte diuiſion, car nous multiplions premieremẽt la raiſon donnée par le denominateur de la partie, & diuiſons le produit par le numerateur.

Autre façon inuentée du preſent Traducteur.

Nous trouuerons autant de moyens proportionels entre les deux termes de la raiſõ propoſee, qu'il y aura d'vnitez au numerateur de la partie, vne exceptee, & continuerons ces termes, s'il en eſt beſoin, deſq̃ls nous prẽdrõs autãt qu'il y aura d'vnitez au denominateur, vne adiouſtee, & la raiſõ du premier au dernier, ſera le quotient, ou raiſõ, qui en prouiẽdra : diuiſõs par ce moyẽ

la raiſon de 2 à 3 par $\frac{2}{3}$, nous oſterõs 1 du numerateur, qui eſt 2, & reſtera 1, nous trouuerons dõques vn moyẽ proportionel entre les deux termes de la raiſon dõnee, qui eſt de 2 a 3, lequel terme ſera le ℞ 6, & ainſi ſeront trois termes continuels, 2, ℞ 6, 3, puis nous adiouſterõs 1 au denominateur, qui eſt 3, la ſomme ſera 4, nous prendrõs donques quatre de ces termes, & pour autant qu'il n'y en a que trois, nous les cõtinuerons, & y adioindrõs encor vn quatriéme par la reigle de trois, lequel ſera le ℞ 13$\frac{1}{2}$, ainſi nous aurons quatre termes, 2, ℞ 6, 3, ℞ 13$\frac{1}{2}$, & la raiſon du premier au dernier, qui eſt 2 au ℞ 13$\frac{1}{2}$ eſt le quotient, qui vient apres auoir diuiſé la raiſon de 2 à 3 par $\frac{2}{3}$. Or ceſte façon combien qu'elle ſemble plus difficile que celle de noſtre Autheur, quãd le numerateur de la partie eſt moindre que ſon denominateur, ſi eſt-ce qu'elle eſt infiniemẽt plus facile, & l'operatiõ beaucoup plus prompte, lors que le numerateur ſera plus grãd que le denominateur, c'eſt a dire quãd nous aurons a la multiplier par vn nombre rõpu, qui contiendra plus d'vn entier, a raiſon que nous aurons aſſez de termes pour ſatisfaire au denominateur, ſans que nous

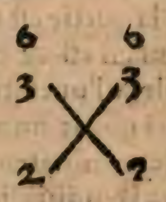
soyõs contrains d'en cõtinuer d'autres. La demonstration de ceste diuision est encor fõdée sur la dixiesme definitiõ du cinquiesme d'Euclide.

Reigle generale pour cognoistre combien vne proportion moindre est contenuë en vne proportion plus grande,

Chap. XVII.

NOus osterons la moindre de la plus grande tant que nous pourrõs, & autant que nous la pourrions oster de fois de la plus grande, autant de fois la plus grande contiendra la plus petite.

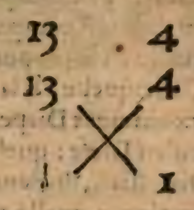
Trouuons combien de fois est contenuë la proportion de 3 à 2, en la mesme proportion de 3 à 2. Nous osterons la proportion de 3 à 2, de celle de 3 à 2, & restera la proportion de 6 à 6, ainsi qu'il appoist en l'exemple.



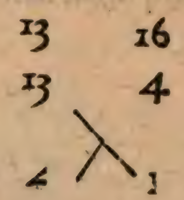
Doncques nous concluons, que la proportiõ de 3 à 2 contient la proportion de 3 à 2 vne fois seulement, à raison qu'il reste vne proportion d'egalité.

Trouuons combien la proportion de 4 à 1 est cõ-

tenuë en la proportion de 13 à 1 : Nous osterons la proportion de 4 à 1, de celle de 13 à 1, & restera la proportion de 13 à 4.



De laquelle nous osterõs encor la proportion de 4 à 1, mais nous ne la pourrions oster, à cause quelle est plus grande que la proportion de 13 à 4, ainsi qu'on void en l'exemple, car 13 sont moindres que 16.



Nous dirons donques, que la proportion de 13 à 1, contient la proportion de 4 à 1, vne fois & reste encor la proportion de 13 à 4 ; & le semblable nous ferons aux autres proportions, ostans tant de fois que nous pourrons la plus petite de la plus grande, & notans le reste s'il y en a : & autant de fois que nous aurons peu oster la plus petite de la plus grãde, autant de fois la plus grande proportion con-

tiendra la plus petite: or de ceste reigle on peut cognoistre les compositions des consonances de musique, comme de combien de tons est composé le Diapason, de combien de Commes est composé vn ton, comme Diapente est composé d'vn ton, & de Diatessaron: quelle est le proportion du demy-ton mineur, dit Diese: quelle est la proportion du demy-ton maieur: comment Diapente est composé de trois tons, & d'vn Diese: quelle est la moitié du Diapason dit Diatessarō, du demy-ton mineur, & du demy-ton maieur: quelle est la moitié du Diapente: & autres choses semblables, appartenātes à la Musique, qui deppendent en partie de ceste reigle.

Fin du septiesme liure.

RECVEIL DV HVITIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Pratiaiens.*

Que c'est que Proportionalité Arihmetique,

Chapitre I.

La proportionalité Aritmetique n'est autre chose quvne similitude de proportiōs Arithmetiques, c'est à sçauoir vne égalité de differēces de plusieurstermes cōstituésen vn mesme gēre, cōme pour exēple, pour autāt que la difference de 5 à 2 est égale à la differeece de 9 à 6, & l'vne & l'autre est proportion de plus grāde inégalité, nous dirons que telle égalité de proportiōs est appellee proportionalité Arithmetique, le mesme

s'ensuiura, quand toutes les deux proportions serõt de moindre inegalité. Mais si la difference estoit egale, & que l'vne proportion fust de plus grãde inegalité, l'autre proportion de plus petite, ce ne seroit pas proportionalité, mais disproportionalité.

Que c'est que proportionalité continuë Arithmetique Chap. II.

LA cõtinuelle proportiõ Arithmetique est celle que nous auõs appellée au premier liure de ceste seconde partie, Progression Arithmetique, & semblablement les termes continuellement proportionels de ceste proportionalité Arithmetique sont les termes qui font ceste proportionalité, desquels termes le premier est seulement antecedent, le dernier seulement consequent, & tous les entremoyens seruent & d'antecedent & de consequent, comme sont ces termes 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ou ceux cy 20, 16, 12, 8, & ainsi consequemment.

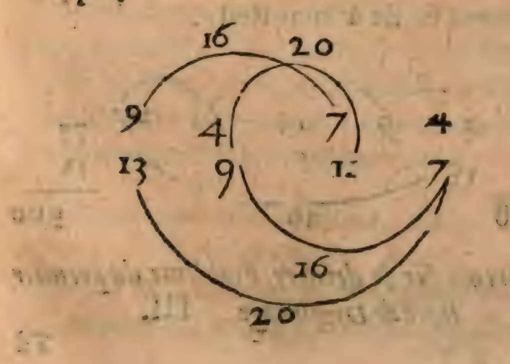
Theoreme. I.

S'il y a quatre nõbres ou termes Aritmetiquemẽt proportionels: la somme du premier & du quatriéme sera égale à la somme du secõd & du troisieme: Cõme pour exẽple: Soiẽt ces quatre termes 13, 9, 11, 7, le premier est 13, le quatriéme 7, qui adioustez ensemble font 20, le second est 9, & le troisiéme 11, qui encor adioustez ensemble font 20.

GOSSELIN.

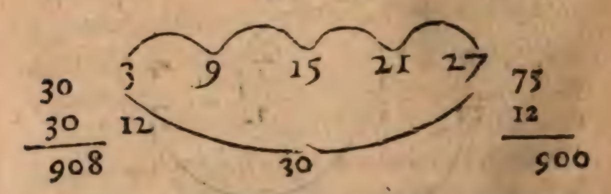
Demonstration.

La demonstration du Theoreme de nostre autheur est manifeste, car puis que la differẽce de 13 à 9, est égale à celle de 11 à 7, & que le premier terme est plus grand que le second, & semblablement le troisiéme plus grand que le quatriéme, nous osterõs la difference de 13 à 9 de 13, & sera le reste égal à 9: semblablement nous osterons la mesme difference de 11 à 7 de 11, & sera le reste égal à 7. Ainsi le reste du premier & le dernier, seront égaux au second & au reste du troisiéme. Adioustõs à choses égales vn égal nombre, c'est asçauoir leur difference, nous aurons le premier & le quatriéme égaux au secõd & troisiéme, asçauoir 13 & 7, égaux a 11 & 9, ainsi qu'il apparoist en l'exemple.



Theoreme II.

S'il y a autant de nombres qu'on veut Arithmetiquemēt proportionels, la differéce desquels soit le double du premier terme, le produit de la multiplicatiō du double de la differéce, ou du quadruple du premier, en la somme de tous les termes, sera égal au Quarré de la somme des extremes, comme pour exemple. Soient ces nōbres Arithmetiquemēt proportionels desquels la difference soit le double du premier 3, 9, 15, 21, 27, le quadruple de 3, qui est le premier terme, est 12, la somme de tous ces cinq termes est 75, multiplions 12 par 75, le produit sera 900. Adioustons le premier terme & le dernier, c'est a dire 3 & 27, la somme est 30, son Quarré 900, comme au precedent, & la demonstration de nostre theoreme facile & manifeste.



Theoreme sur le dernier Probleme du premier liure de Diophante III.

S'il

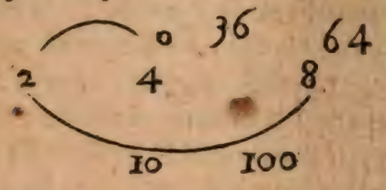
S'il y a trois nombres de telle sorte que le double du premier soit plus grand que le secōd d'vne vnité, & que le troisiéme soit le produit du premier au secōd, les trois produis qui se feront d'vn chacun des trois en la somme des deux autres, seront Arithmetiquemēt proportionels, cōme pour exemple: Soit le premier terme dōné 2, son double est 4, dont nous ostōs 1, & restēt 3 pour le secōd, puis nous multipliōs 2 par 3, & le produit, qui est 6, est le troisiéme, & seront ces trois nōbres 2, 3, 6, tellemēt qu'en multipliant 2 par la somme des deux autres, a sçauoir par 9, & le produit estant 18, secondement 3 par la somme des deux autres, à sçauoir par 8, & le produit estant 24, tiercemēt 6 par la somme des deux autres, à sçauoir par 5, & le produit estant 30, ces trois produis 18, 24, & 30, viēdrōt à estre Arithmetiquemēt proportionels: car la differēce de 18 à 24 est 6. & celle aussi de 24 à 30 est 6, & ceci est general en tous nombres proportionels Harmoniquement.

De la proportion Geometrique, Chap. III.

THEOREME I

S'IL y a 3 nombres en proportion Geometrique double, (or nous appellerons

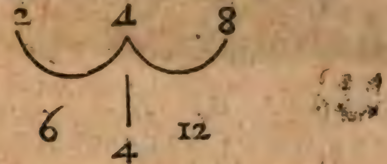
proportiõ, ce que nostre Autheur appelle proportionalité, & nous appellerõs raison, ce qu'il appelle proportiõ) le Quarré de la sõme des deux extremes sera égal au Quarré du plus grand terme, & au Quarré de la somme des deux autres: cõme pour exemple, donnõs ces trois nõbres 2,4,8, la somme de 2 & 8, est 10, le Quarré 100: lequel est égal au Quarré de 8, qui est *64*, & au Quarré de la somme de *2* & 4, qui est *6*, le Quarré 36, car *36* & *64* font 110.



Theoreme II.

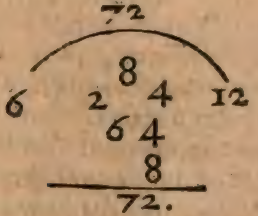
S'il y a trois nombres en proportiõ Geometrique double, le Quarré de la somme des trois termes sera egal au Quarré du secõd terme, & aux Quarrez de la somme du premier & du secõd, & de la somme du second & du troisiesme: Soient ces trois termes *2*,4 8, la somme d'iceux est 14, le Quarré 19*6*, qui est egal au Quarré de 4, qui est 16 au Quarré de la somme de 2 & 4, qui est 6 le Quarré 36, & au Quarré de la somme de

4 & 8, qui eſt 12, le Quarré 144, car la ſomme de 144, 36, & 16, eſt 196, qui eſt le Quarré de 14, la ſomme des trois termes.



De la proportion Harmonique Chap. IIII.

S'IL y a trois nombres en proportiõ Harmonique, le produit du premier au troiſieſme, eſt egal au Quarré du ſecond, & au produit d'vne differẽce en l'autre: comme pour exemple: Soient ces trois termes en proportiõ Harmonique 6, 8, 12, le produit de 6 en 12, eſt 72, qui eſt egal au Quarré de 8, qui eſt 64, & au prod. de 2, qui eſt la differẽce de 6 à 8, en 4, qui eſt la differẽce de 8 à 12, lequel produit eſt 8, car la sõme de 64 & 8, eſt 72.



Fin du huictiéme liure.

RECVEIL DV NEVFIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

CAPITRE. I.

VCLIDE nous a declaré en la la huictiéme proposition du neufiéme liure la generale & naturelle creation & origine de tous les nombres signalez, qu'on nõme Quarrez, Cubes, Quarrez de Quarrez, premiers Relates, Quarrez de Cube ou Cubes de Quarré, seconds Relates; & de tous les autres qui ensuiuent, lesquels on appelle dignitez, en laquelle proposition il dit en ceste maniere.

S'il y a plusieurs nombres continuellement proportionels en commençant à l'vnité, le troisiéme sera Quarré, & tous les autres semblablement en laissant vn terme entre deux, le quatriéme sera Cube. & tous les autres qui ensuyuẽt, en laissant deux ermes entre deux, toutesfois il ne dit pas que le

cinquiéme sera Quarré de Quarré,& tous les autres qui ensuyuront en laissant trois termes entre deux:Et ne dit pas encor, que le sixiéme sera Premier Relate,& tous les autres qui ensuyuront, en laissant quatre termes entre deux:mais il a sauté iusques au septiéme(ie ne sçay pas la cause pourquoy il a fait cela)en disant:Et le septiéme sera Quarré de Cube,& tous les autres qui ensuyuront en laissant cinq termes entre deux,& apres ne poursuit plus auec ceste proposition, pour autant que par celle partie on peut comprendre & demonstrer que le huictiesme nombre sera second Relate,& tous les autres qui ensuiuront en laissant six termes entre deux,& ainsi en infiny,comme on peut voir cy dessous.

L'vnité, 1. ℞.3.Q. 9. Cu. 27. QQ.81

R P. 243. QC.729. RS. 2187.

QQQ.6561. CC.19683. QRP.59049

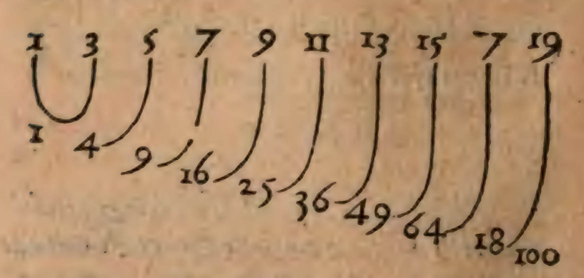
RT.177147. Rela. troisiéme.

c'est à dire:

L'vnité,le costé,le Quarré,le Cube le Quarré de Quarré,le Relate premier,le Quarré de Cube,le Relate second, le Quarré de Quarré de Quarré, le Cube de Cube,le Quarré du premier Relate,le Relate troisiéme,& ainsi en infiny.

De la propre & naturelle creation des nombres Quarrez,
Chap. II.

LA propre & naturelle ſource des nõbres Quarrez eſt venue de la progreſſion Arithmetique, c'eſt à ſçauoir que ſil y a autant de nombres qu'on veut conſtituer en proportion Arithmetique, dont l'interualle ou difference ſoit 2, la ſomme de tous ces nombres ainſi cõſtituez ſera vn nombre Quarré, ſi ceſte progreſſion commence à l'vnité: comme pour exemple, ſoient ces dix nombres commẽçans à l'vnité, & proportionels Arithmetiquement 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19. Nous diſons qu'en adiouſtant cõtinuellement tous ces nombres enſemble, nous aurons touſiours des nombres Quarrez: doncques 1 eſt vn nombre Quarré, la ſomme de 1 & 3, eſt 4, qui eſt encor vn nombre Quarré, la ſomme de 1, 3, & 5, eſt 9, qui eſt encor vn nombre Quarré: & ainſi conſequemment, comme on peut voir en l'exemple.



Correlaire premier.

De ceſte creation il ſ'enſuit, que ſi vn Quarré a deux termes, il ſera le ſecond Quarré, ſ'il en a trois

il sera troisiéme, si 4, il sera le quatriéme, & ainsi en infiny.

Correlaire second.

Encor il est manifeste que le nombre du costé de quelconque Quarré signifie le nombre des termes de la creation de ce Quarré: comme pour exemple, le costé de 9 est 3, & pourtant nous dirons qu'il y a eu trois termes en la creation de 9, à sçauoir 1,3,5.

Correlaire troisiéme.

Nous pouuons tiercement cognoistre par ceste creation de Quarrez, qu'en icelle progression tous les nombres impers sont concurrens, & non autres, le commencement estant prins de l'vnité, qui est le premier nombre imper, & premier Quarré.

GOSSELIN.

Generale creation de tous Polygones, ou nombres superficiels qui ont leur costez égaux.

La generation de tous Polygones est faite par la continuelle addition de tous les nõbres proportionels Arithmetiquemẽt, qui commencent à l'vnité : les Triangles, l'interualle d'icelle progression estant 1: les Quarrez, l'interualle estant 2: les Pentagones, l'interualle estant 3: les Hexagones, l'interualle estant 4, & ainsi consequemment,

l'interualle de la progression estãt le nombre des angles du Polygone, deux ostez.

Nous estãt donné le costé de quelcõque Polygone, trouuer son Polygone.

Nous osterons 2 du nombre des angles du Polygone, nous osterõs aussi 1 du coste ou nombre dõné, puis nous multiplierõs ces restes l'vn par l'autre, & adiousterons 2 au produit, ceste somme multipliée en la moytié du costé, ou nombre donné, fait le Polygone demandé.

Trouuons le Triangle de 6, le Triangle a trois angles, dont apres auoir osté 2, reste 1, semblablement nous osterõs 1 de ce costé 6, & resterõt 5, nous multiplierõs ces deux restes ensemble, à sçauoir 1 & 5, le produit sera 5, auquel nous adiousterons 2 pour la reigle, la somme sera 7, laquelle nous multiplierons par la moitié du costé, qui est 6, c'est à dire par 3, le produit sera 21, qui est le Triangle de 6.

Trouuons le Pentagone de 6, le Pẽtagone a cinq angles, & apres en auoir osté, 2, restent 3, nous ostõs encor 1 du costé, qui est 6, restent 5, puis nous multiplions 5 par 3, &

eſt le produit 15, auquel nous adiouſtons 2 pour la reigle, la ſomme eſt 17, laquelle no^9 multiplions par la moitié de 6, qui eſt 3, & eſt le produit 51, qui eſt le Pentagone du nombre donné 6.

Trouuons le Hexagone de 8, le Hexagone à 6 angles, & apres auoir oſté 2, reſtent 4, nous oſtons encor 1 de 8, reſtent 7, puis nous multiplions 7 par 4, & faiſons 28, auquel produit nous adiouſtons 2 pour la regle, la ſomme eſt 30, que nous multiplions par la moitié de 10, qui eſt 5, & eſt le produit 150, qui eſt le Hexagone de 10, ainſi nous procederõs en tous autres Poligones, pour les former de quelque nombre propoſé.

Demonſtration.

Pour demõſtrer cecy, il nous faut remettre en memoire, qu'autant d'vnitez qu'il y a en noſtre coſté, autant y aura il de termes en noſtre Polygone, leſquels termes ſeront Arithmetiquement proportionels, & leur interualle ſera le nombre des angles dudit Polygone deux oſtez, & encor que telle progreſſion commencera touſiours à l'vnité, & que la ſomme de tous ces termes ſera le Polygone.

Secondemẽt il faut entẽdre, q̃ſ'il y a quel-

ques nombres Arithmetiquement proportionels,le plus grand des termes eſt fait du plus petit & du produit de l'interualle qu'ils gardẽt au nombre des termes, vn excepté,comme pour exemple: ſoiẽt ces termes proportionels Arithmetiquement 2,5, 8,11,14: nous diſons que 14 qui eſt le plus grãd terme, eſt fait du premier qui eſt 2,& du produit de 3, qui eſt l'interualle, au nõbre des termes, le premier n'y eſtant comprins, c'eſt à dire en 4, car autant il y a de termes, le premier oſté: pourautãt qu'ils ſe vont excedans continuellement de 3,le ſecond contiendra le premier & l'interualle, & le troiſieſme le ſecond & l'interualle, le quatrieſme le troiſieſme & l'interualle, & ainſi conſequemmẽt, dont il ſ'enſuit que le dernier cõtiendra le premier, & tous les interualles qui ſont paſſez, & pourautant que le nõbre des interualles eſt touſiours moindre d'vn, que le nombre des termes, le dernier doncques contiendra le premier, & le produit de l'interualle par le nombre des termes moins 1.

Tiercement, que la ſomme des nombres Arithmetiquement proportionels eſt le porduit de la moitié des termes par la ſom-

me du premier & du dernier, ainsi que no⁹ auons demonstré au liure precedent.

Ces choses estant ainsi arrestees, la demonstration de nostre probleme est facile, & pour ce faire trouuons le Heptagone de 6, le nombre des angles de l'Heptagone est 7, dont apres auoir osté 2, restent 5, ainsi l'interualle pour l'Heptagone sera 5, & y aura 6 termes en ceste progressiõ, desquels le premier est tousiours, 1, nous auons donques le premier terme, 1, le nombre des termes, qui est 6, & l'interualle qui est 5, nous trouuerons le plus grand terme, en multipliant 5, qui est l'interualle, par le nombre des termes, vn excepté, à sçauoir par 5, le produit est 25: or nostre reigle veut que no⁹ adioustiõs 2 à ce produit, la raison est, pour autant que 1 est le premier terme, & que ce produit 25 n'est pas du tout le dernier, mais il s'en faut le premier qui est 1, tellement que ce produit 25 auec 2, viẽt à estre la sõme du premier terme & du dernier, puisque 2 est le double du premier, & que ce premier adiousté à ce produit 25 fait le dernier, doncques le double du premier c'est à dire 2, & 25, à sçauoir 27, sera la somme du premier & du dernier, laquelle nous multi-

plierons par la moitié du nombre des termes, à sçauoir par la moitié de nostre costé, qui est 6, c'est à dire par 3, le produit sera 81, qui sera la somme de tous les nombres proportionels, & pourtãt le Polygone demandé, ce qu'il failloit demonstrer.

Nous estant donné, vn Polygone, trouuer son costé.

Ce probleme est le IX, de Diophante en son liure qu'il a fait des nõbres Poligones, ou de plusieurs angles, lequel nous ferons beaucoup plus brief & facile en ceste sorte.

Nous multiplierons le Polygone donné par 8 autant de fois prins, qu'il y a d'vnitez en l'interualle de la progressiõ, ou biẽ, qui est autant, nous multiplierõs le Polygone par le produit du nombre de ses angles, 2 ostez, en 8, si c'est vn Triangle, nous adiousterons 1 à ce produit, il se fera vn Quarré, du costé duquel nous osterons 1, & la moitié du reste sera le costé Triangulaire.

Si c'est vn Quarré, nous n'y adiousterons rien, & diuiserons le costé Quarré du produit par le double du nombre des angles, 2 ostez, le quotient sera le costé Quarré.

Si c'est vn autre Polygone, nous adiou-

terons au produit le Quarré du nombre des angles, 4 ostez, puis nous prendrons le costé Quarré de ceste somme, auquel nous adiousterõs le costé de ce Quarré que no⁹ auons maintenant adiousté, & diuiserons la somme par le double des angles du Polygone, 2 exceptez, ou bien par le double de l'interualle de la progression, le quotiẽt sera le costé demandé.

Trouuõs le costé Triãgulaire de 15, nous multiplierõs 15 par l'octuple de l'interualle de la progression, qui est 1, l'octuple est 8, nous multiplierõs donques 8, par 15, & ferons 120, auquel nous adiousterõs 1 la somme sera 121, dont le costé Quarré est 11, duquel nous osterons 1, resteront 10, la moitié de 10 est 5, qui est le costé du Triangle donné 15.

Trouuons le costé Pentagone de 22, nous multiplierõs 22 par 24, qui est l'octuple de 3, qui est le nombre des angles du Pẽtagone, 2 ostez, & sera le produit 528, auquel no⁹ adiousterons le Quarré du nombre des angles, 4 ostez, c'est a sçauoir le Quarré de 1, qui est 1, la somme sera 529, le costé de laquelle est 23, auquel nous adiousterons 1, qui est le costé du mesme Quarré, que nous

auons maintenant adiousté, la somme sera 24, laquelle nous diuiserons par le double de 3, qui est l'interualle de la progression, c'est à sçauoir par 6, le quotient sera 4, qui sera le costé Pentagone de 22.

Autre façon inuentee du present Traducteur.

Nous multiplierons le Polygone donné par le double de l'interualle de la progression, & nous prendrons le costé Quarré de ce produit si grand que nous pourrons, lequel nous diuiserons par l'interualle, & s'il reste quelque chose nous adiousterõs 1 au quotient, la somme, ou le quotient sera le costé cherché.

Trouuons le costé Decagone du nombre 232, nous multiplierons 232 en 16, qui est le double de 8, l'interualle de la progression, le produit sera 3712, duquel nombre le plus grand costé Quarré est 60, lequel nous diuiserons en l'interualle, qui est 8, & sera le quotiẽt 7, mais resteront 4, & pource qu'il reste quelque chose, nous y adiousterons 1, & sera la somme 8, qui est le costé Decagone de 232.

Or combien que toutes ces façons soient courtes & assez faciles: toutesfois à mon

aduis la plus belle & plus ſubtile eſt celle que nous auõs inuenté, & expliqué en noſtre Algebre, laquelle façon eſt prompte, expediente, & generalle : & d'auantage ce que ie priſe beaucoup en icelle, l'operatiõ eſt la meſme demonſtration, mais les demonſtrations de ces reigles ſont ſi longues & prolixes, que ie n'y ay ozé embrouiller l'eſprit de ceux qui commencent.

Diuerſes queſtions ſur les nombres Quarrez. Chap. III.

TROVVONS deux nombres Quarrez, qui adiouſtez enſemble facẽt vn Quarré. Or cecy ſe doit entendre de deux nombres ny ſours, ny auec partie. Pour reſoudre telle queſtion par reiglé generale, nous prendrons quelconque Quarré imper, apres l'vnité, comme pour exemple, 25, le prochain imper deſſous 25, eſt 23, nous prendrons la ſomme de tous les nombres impers, qui ſont depuis l'vnité iuſques à 23, or il eſt manifeſte par la creation des nõbres Quarrez que ce ſera vn Quarré, la ſomme de tous les nombres impers depuis 1, iuſques à 23, eſt 144, à laquelle nous adiouſterõs 25, & ferõs vn Quarré par icelle creation des Quarrez, la ſomme ſera 169 : ainſi nous auons trouué deux Quarrez, c'eſt à ſçauoir 25, & la ſomme de tous les nombres impers depuis l'vnité, iuſques à 23, qui eſt vn nombre Quarré, à ſçauoir 144.

GOSSELIN.

Nous pouuons encor trouuer cecy aisément par nostre premier Theoreme sur le chap. III. du liure precedẽt: ou encor apres auoir prins quelcóque Quarré imper, nous en osterons 1, & le Quarré de la moitié du reste sera le second Quarré que nous cherchiós: cõme pour exẽple, prenõs le Quarré 25. nous en osterons 1, & resteront 24, dont la moitié est 12, son Quarré est 144: nous dirons doncques que 25 & 144, sont deux Quarrez, qui adioustez font vn Quarré.

Encor nous pouuons trouuer cecy par vn autre moyen, c'est que nous prendrons deux quelcóques nombres dõt l'interualle soit 2, comme pour exemple 2 & 4, & la somme de ces deux nõbres, qui est 6, & le produit de l'vn en l'autre, qui est 8, sõt deux nombres, dont les Quarrez adioustez font vn Quarré, car 36 & 64, font 100, qui est le Quarré de 10.

Nous pouuons finalement trouuer cecy par l'Algebre, auec la fiction de l'æquation de Diophante. Soit donné le Quarré 25, il nous faut trouuer vn Quarré qui adiousté à 25 face encor vn Quarré, nous dirõs que

25 P.

25 P 1 Q seront egaux à vn Quarré, lequel nous feindrons d'vn ou plusieurs costez, Moins ou Plus tel nõbre, qu'en la fin vne espece demeure egale à vne autre. Or feignons le costé de ce Quarré estre 1 ℞ P 1, son Quarré donques sera 1 Q P 2 ℞ P 1, qui sera egal à 25 P 1 Q: ostõs d'vne part & d'autre 1, resteront 1 Q P 2 ℞ egaux à 24 P 1 Q: ostons encor d'vne part & d'autre 1 Q: resteront 2 ℞ egaux à 24, & partant 1 ℞ sera 12, & vn Quarré sera 144: ce que nous auions donques fait estre 25 P 1 Q, estoit 25 P 144, lesquels deux Quarrez adioustez font vn Quarré, qui est 169.

Trouuons trois nombres Quarrez, qui adioustez ensemble font vn quarré, & encore la somme du permier & du secõd soit vn nombre quarré. Nous trouuerons premierement deux quarrez, qui adioustez ensemble font vn quarré, & iceux seront 25 & 144, par la precedente, qui adioustez font 169, qui est vn quarré encor imper, nous prendrons le prochain imper de 169, qui est 167, par la precedente, la somme de tous les nõbres impers depuis l'vnité iusques à 167 sera vn nombre quarré, or la somme sera 7056, lequel quarré adiousté au prochain imper, qui est 169, fera encor vn nombre quarré, qui sera 7225: Nous auons donques troué trois quarrez, c'est à sçauoir 25, 144, & 7056, qui adioustez font vn quarré, & la somme du premier & du

second, à sçauoir de 25 & 144, est encor vn nombre quarré.

GOSSELIN.

Ceste question n'est qu'vne redite de la precedente, & pourtant celuy qui aura entendu la precedente, & ce que nous auons dit sur icelle, pourra facillement non seulement trouuer trois Quarrez tels qu'on demande, mais infinis, tellement que la somme des deux premiers soit vn Quarré, la somme des trois premiers soit encore vn quarré, la somme des quatre premiers sont de rechef vn Quarré, & ainsi en infini, & que la sõme de tous soit vn nõbre Quarré.

Des nombres Congruens chap. IIII.

TRouuons vn nombre quarré, duquel si nous ostons vne certaine quantité, reste vn quarré, & si nous y adioustons la mesme quantité, la somme soit encor vn quarré : Frere Luc du Bourg (ainsi qu'il dit) a tiré ceste proposition ou question auec les suiuantes d'vn particulier traité de Leonard Pisan, intitulé des nombres quarrez. Pour laquelle il s'efforce de donner des reigles pour auoir solution des questions semblables, mais elles ne sont generales pour toutes, dont il conuient y proceder à tastons. Or pour retourner à nostre propos il nous faut dõner vne autre espece de nombres, lesquels sont appellez nombres Congruens, sans la

cognoiſſance deſquelles il eſt impoſſible de pouuoir reſoudre infinis cas & queſtions ſemblables: leſquels nombres Congruens ont certainement vn ordre naturel entr'eux, & à chacun nombre Congruent reſpond ſon quarré Congruent, ainſi que nous dirons cy apres.

Or le nombre Congruent, eſt appellé vn nombre qui adiouſté auec vn quarré fait vn quarré, & oſté de ce quarré, laiſſe encor vn quarré, & tel quarré eſt dit le quarré Congruent. Le premier nombre Congruent eſt 24, ſon quarré eſt 25. Le ſecōd eſt 120, ſon quarré 169. Le troiſiéme eſt 336, ſon quarré 625. Le quatriéme 720, ſon quarré 1681. Le cinquiéme 1320, ſon quarré 1721: & ainſi conſequemment.

De l'origine ou creation des nōbres Congruens, ſelon l'intention de Leonard Piſan (comme teſmoigne Frere Luc) & ſemblablement de leur Quarrez.

Chap. V.

Les nombres Congruens ſont creez par ceſt ordre, ou reigle, à ſçauoir le premier eſt formé de 1 & 2, le ſecōd de 2 & 3, le troſiéme de 3 & 4, le quatriéme de 4 & 5, le cinquiéme de 5 & 6, & ainſi cōſequemment. Leur Quarrez ſemblablemēt ont leur origine des meſmes nombres: Comme pour exemple. Pour trouuer le premier nombre Congruent, nous adiouſterons 1 & 2, & ſera la ſomme 3, laquelle nous doublerons, pour la reigle, & ferons 6, lequel double nous garderōs, puis nous multiplierōs les deux nombres l'vn par l'autre, c'eſt à ſçauoir 1

par 2, & ferons 2, lequel produit nous multiplierõs par le double, que nous auõs gardé, à sçauoir par 6, & sera ce produit 12, lequel dernier produit nous doublerons encor tousiours, & sera le double 24, qui sera nostre premier Congruent : Apres pour trouuer son quarré Congruent, nous procederons en ceste maniere, premierement nous prendrõs les quarrez de ces deux nombres à sçauoir de 1 & 2, lesquels sont 1 & 4, & d'iceux quarrez nous prendrõs la somme, qui est 5, de laquelle somme, qui est 5, nous prendrons le quarré, qui est 25, lequel nous disons estre le quarré Congruẽt de nostre premier nombre Congruẽt, qui est 24: Nous ferons le semblable pour trouuer les autres. Dauantage dit en cet endroit Frere Luc du Bourg par l'authorité de Leonard Pisan, qu'il faut icy auoir sel en bouche, pour estre matiere tres-difficile, pourautant qu'il dit que beaucoup de fois on nous proposera vn nõbre, à sçauoir si on luy pourra trouuer vn quarré Cõgruent, ce qui est tres-difficile à cognoistre, ainsi que l'experiẽce le monstrera: Or pour trouuer vn quarré Congruent à quelque nombre, nous disons qu'il faut y proceder en ceste façon, c'est que nous irons chercher à tastons par tous les nombres Cõgruens, & voir s'il s'en trouue quelcun, qui estant diuisé par le nombre donné, rend au quotient vn quarré, & quand nous aurons trouué que le quotient sera vn quarré, nous prendrons le quarré Congruent de ce nombre Congruent, lequel nous diuiserons par ce quotient, & le quotient dernier sera le quarré demandé, comme pour exemple.

Trouuons vn nombre quarré, auquel si nous adioustons 6, nous facions vn quarré, & si nous en ostons 7, il nous reste encor vn quarré: Pour resoudre cecy, nous voulons qu'on aye des nõbres Congruens, tant qu'on pourra disposer en vne table, auec leur quarré: ainsi nous irons experimentans (en commenceant au premier) s'il y en a aucun, qui diuisé en 6, donne au quotient vn nombre quarré, sçachans doncques que c'est 24, qui est le premier Congruent, qui diuisé en 6, rend au quotient 4, qui est vn nõbre quarré, nous prendrons le Quarré Congruent de 24, qui sera 25, & iceluy nous diuiserons nostre quotient, qui est 4, & sera le quotient $\frac{25}{4}$, ainsi nous dirons que le quarré Congruent de 6 sera $\frac{25}{4}$, & qu'il soit vray, adioustons 6 à $\frac{25}{4}$, nous ferons $\frac{49}{4}$, qui est vn quarré, dont le costé est $\frac{7}{2}$: ostons 6 de $\frac{25}{4}$, restera $\frac{1}{4}$, qui est encor vn quarré, dont le costé est $\frac{1}{2}$: Et combien que ceste Reigle d'aller ainsi cherchans à tastons ne soit beaucoup prisee des Mathematiciens: mais seulement des Naturels: neantmoins nous l'auons icy expliquee pour estre matiere assez ingenieuse, & inuentee d'vn homme de grand bruit & renom, combien que Frere Luc l'ait mise en ses œuures assez mal à propos.

Vne autre plus ample Reigle dudit Leonard Pisã, pour trouuer les nombres Congruens, & leur Quarrez, qui a esté mise & enregistree par Frere Luc, laquelle reigle dit precisement en ceste façon.

Chap. VI.

SI nous voulons trouuer les nombres Congrués, nous ferons ainsi: c'est que nous prendrõs deux quelcõques nombres, comme pour exemple 3 & 8, nous prendrõs les quarrez d'iceux, qui sont 9 & 64, lesquels nous adiousterons, & sera la somme 73, dõt le quarré est 5329, & ce quarré sera le quarré Congruent, pour trouuer son nombre Congruent, nous doublerons ces deux nombres donnez, à sçauoir 3 & 8, & ferons 6, & 16, que nous multiplierons l'vn par l'autre, & sera le produit 96, que nous garderõs: apres nous prendrons la somme de 3 & 8, qui est 11, laquelle nous multiplierons par ce produit, qui est 96, & ferons 5280, qui sera le nombre Congruent: La preuue sera, que si nous adioustons 5329 auec 5280, nous aurons 10609, lequel est nombre quarré, encor nous osterons 5280 de 5329, & resteront 49, qui est semblablement vn nombre quarré.

GOSSELIN.

Ceste reigle est bien vraye ainsi que Frere Luc la baille au cinquiesme article de la secõde distinction, mais ou nostre autheur ne la point fidellement recueillie, ou en la recueillant il s'est oublié, car en ce qu'il dit

qu'il faut multiplier la somme des deux nõbres dõnez, qui est 11, par le produit, qui est 96, cela est vray, toutesfois le produit ne sera pas 5280, mais il sera 1056 : or pour faire 5280 par la reigle de Frere Luc: nous prendrons la difference des deux nombres, qui est 5, laquelle nous multiplierons par 1056, qui est le produit de 11 en 96, & terõs 5280, pour le nombre Congruent.

Table de plusieurs nombres Congruens, auec leur Quarrez. Chap. VII.

LE premier quarré Congruent est 25, lequel reçoit & donne 24

Le ij.	100, qui reçoit & donne	96
Le iij.	169, qui re. & don.	120
Le iiij.	225, qui re. & don.	216
Le v.	289, qui re. & don.	240
Le vj.	400, qui re. & don.	384
Le vij.	625, qui re. & don.	336 & 600
Le viij.	676, qui re. & don.	480
Le ix.	841, qui re. & don.	840 & 1369
Le x.	900, qui re. & don.	864
Le xj.	1156, qui re. & don.	960
Le xij.	1225, qui re. & don.	1176
Le xiij.	1600. qui re. & don.	1536
Le xiiij.	1681, qui re. & don.	720
Le xv.	2025, qui re. & don.	1944
Le xvj.	2500, qui re. & don.	2400

Et ainsi procedant en infiny.

GOSSELIN.

Reigles Generales & briefues pour trouuer les nombres Congruens.

Chap. VIII.

La premiere reigle.

AYONS sel en bouche, & demonstrons non seulement la generation des nombres Congruens, mais aussi leur dissolution, qui est vne matiere tres-difficile par l'authorité de Leonard Pisan, de Luc Paccioli, & de nostre autheur: Or combié que la generation ait esté desia trouuee, ainsi qu'on a peu voir par les chap. precedens de ce liure, si est-ce que la dessolution d'iceux n'a point encor esté inuentee, non pas par Forcadel excellent Mathematicien de nostre temps, ny par Cardan, ny par les trois autheurs dont nous auõs parlé: tous en ont baillé vne lõgue & fascheuse composition, mais nul n'a entreprins d'en bailler la dissolution: sinon qu'à tastõs, ainsi cõme parle nostre autheur. Nous doncques apres auoir exposé trois generatiõs de ces nom-

bres ſelon la petiteſſe de noſtre eſprit, nous nous efforcerõs par apres de les diſſoudre, & non à taſtons, mais par demonſtrations tirées d'Euclide. Noſtre premiere reigle pour compoſer les nombres Cõgruens dit en ceſte façon:

Les nombres congruẽs ont leur origine des Cubes des nõbres impers, en cõmençant à 3, apres en auoir oſté leur coſtez Cubiques, comme pour exemple; le Cube de 3 eſt 27; oſtons en ſon coſté, qui eſt 3, reſteront 24, pour le premier Congruẽt, ſi nous voulons trouuer ſon Quarré Congruent, nous prendrons la moytié de 3, apres en auoir oſté 1, pour la reigle, qui ſera 1, & l'autre partie 2, nous prendrõs les Quarrez de ces deux parties, qui ſont 1 & 4, la ſomme d'iceux eſt 5, le Quarré 25, qui ſera le Quarré Congruent de 24.

Trouuons le ſecond Congruent, le ſecõd imper en commençant à 3, eſt 5, ſon Cube 125, oſtons en 5, qui eſt ſon Coſté, reſteront 120, qui ſera le ſecond Congruent, oſtons 1 de 5, reſteront 4, la moytié eſt 2, l'autre partie doncques de 5 ſera 3, les Quarrez de ces parties ſont 4 & 9, la ſomme 13, le Quarré de ceſte ſomme 169, qui

sera le Quarré Congruent de 120, & ainsi en infiny.

La seconde Reigle.

Les nombres Congruens ont encor leur origine de la proportion Arithmetique: car si nous prenons trois termes en proportion Arithmetique, & que nous les multiplions ensemble, & le produit encore par leur difference, nous aurons vn nombre Congruent, & son Quarré sera le Quarré de la sõme des Quarrez des moytiez des deux extremes: cõme pour exemple: prenons *2*, 4, *6*, multiplions 2 par 4, & nous ferons 8, & encor 8 par *6*, & sera le produit 48, apres 48 par la difference, qui est 2, & ferons *96*, qui sera vn nombre Cõgruẽt: pour trouuer son Quarré, nous prendrons la moytié des deux extremes, à sçauoir de 2 & *6*, qui serõt 1 & 3, leurs Quarrez sont 1 & 9, la somme d'iceux est 10, le Quarré de ceste somme est 100, qui sera le Quarré Congruent de *96*.

La troisiéme Reigle.

Nous prendrons deux Quarrez qui adioustez font vn Quarré, & ce Quarré sera le

Quarré Congruẽt, duquel le nombre Cõgruent sera le double du produit du costé d'vn Quarré par le costé de l'autre. Soient les deux Quarrez, qui adioustez ensemble font vn Quarré 9 & 16, lesquels nous pouuons trouuer par beaucoup de voyes, & manieres, ainsi que nous auõs enseigné sur le troisiesme chapitre de ce liure, la somme de ces Quarrez 9 & 16, qui est 25, sera le Quarré Congruent, le double du produit de la multiplication du costé de 9, qui est 3, par le costé de 16, qui est 4, est 24, qui est le nombre Congruent de 25. Or ceste reigle est beaucoup plus generale, & facile que pas vne de celles de nostre Autheur, & que les deux precedentes, de laquelle la demonstration est manifeste.

Demonstration de nostre Reigle

Nous entendrons la somme des costez de 9 & 16, qui sont 3 & 4, la somme 7, diuisee en 3 & 4. & partant par la quatriesme du second, le Quarré de 3 qui est 9, le Quarré de 4, qui est 16, & le double du produit de 3 en 4, seront egaux au Quarré de 7, si nous adioustons dõcques le double du produit de 3 en 4 à la somme de 16 & 9, nous ferons vn

Quarré, ainſi la premiere partie eſt demõſtree : or la ſeconde partie, c'eſt à dire que le double du produit de 3 en 4 oſté de la ſomme des Quarrez de 3 & 4, laiſſe encor vn Quarré, c'eſt le pur Theoreme de uoſtre Autheur ſur la quatrieſme du ſecond de Euclide, au ſixieſme liure de ceſte ſeconde partie.

Quatrieſme Reigle.

Nous pouuons encor tirer vne quatrieſme reigle du XX. Probleme du ſecõd liure de Diophante, & du neufieſme du troiſieſme, laquelle nous laiſſerõs pous le preſent, & la remettrons à l'Algebre : cependant nous en aduertirõs ceux qui ſont quelque peu verſez aux fictions de Diophante, & amateurs de ces contemplations.

Reigle generale pour la diſſolution des nombres, & Quarrez Congruens, Chap. IX.

Premiere Reigle.

Nous eſtant donné le nõbre Congruẽt, trouuer ſon Quarré. Soit dõné le nombre Congruent 96. Nous le reduirons en tous

ſes coſtez, leſquels ſeront tous pers ſeulement, ne nous ſouciãs point des impers, & ſes coſtez ſeront 2, 48 : 4, 24 : 6, 16 : 8, 12: Apres auoir ainſi reduit 96 en tous ſes coſtez, nous prendrons ces deux pairs de coſtez, dont la difference des vns ſoit egale à la ſomme des autres, que ſ'il n'y en a point en ces coſtez de 96, nous conclurons quãt & quãt, que ce nombre 96 n'eſt point nõbre Congruent, mais nous pouuons voir que ces coſtez de 96 ſeront 4, 24:8, 12 : car la difference de 4 à 24 eſt egale à la ſomme de 8 & 12 : nous prendrons donques la moitié de ceſte differẽce qui eſt 20, la moitié ſera 10, dont le Quarré, qui eſt 100, ſera le Quarré Congruent de 96.

Demonſtration de noſtre Reigle.

Si le Quarré de la moytié de la difference de 4 à 24, ou de la ſomme de 8 & 12, eſt le Quarré Congruent, au produit de 4 en 24, ou de 8 en 12, àſçauoir 96: ſi nous adiouſtons ce Quarré à 96, il faut que la ſomme ſoit vn nombre Quarré, & ſi nous oſtõs 96 de ce Quarré, il faut encor qu'il reſte vn nombre Quarré. Demonſtrõs l'vne & l'autre partie: & premierement que 96 adiou-

ftez à ce Quarré font vn nombre Quarré; nous entendrons la ſomme de 4 & 24, qui eſt 28, diuiſee en 4 & 24, & partant le produit de la multiplication de 4 en 24, c'eſt à ſçauoir 96, auec le Quarré de l'exces de 24 par deſſus la moytié de 28, qui eſt 14 (lequel excés eſt la moytié de la difference de 24 à 4) ſera egal au Quarré de la moytié de 28, qui eſt 14, par la cinquiéme du ſecond de Euclide, donques 96 auec le Quarré de la moytié de la difference de 4 à 20, c'eſt à ſçauoir de la ſomme de 8 & 12, font vn Quarré: ainſi nous auons demonſtré la premiere partie. Il nous reſte encor à demonſtrer la ſeconde, c'eſt que 96 oſtez du Quarré de la moytié de 8 & 12, laiſſent vn Quarré, car nous auons demonſtré que 96 y eſtans adiouſtez, la ſomme eſt vn nombre Quarré. Pour ce faire nous entendrons la ſomme de 8 & 12, qui eſt 20, eſtre diuiſee en 8 & 12, & pourtant par la meſme cinquiéme du ſecond, le produit de la multiplication de 8 en 12 à ſçauoir 96, auec le Quarré de l'excés de 12 par deſſus la moytié de 20, qui eſt 10, eſt egal au Quarré de la moytié de 20, qui eſt la ſomme de 8 & 12, oſtons donques 96 du Quarré de la moytié de la ſomme de 8

& 12, restera ce Quarré, mais nous auons demonstré que ce mesme Quarré estant adiousté à 96 fait encor vn Quarré, donques le Quarré de la moytié de 8 & 12, ou de la difference de 4 à 24, qui est 10, est le Quarré Congruent de 96, ce qu'il falloit demonstrer.

Nous pouuons encor faire cecy par l'Algebre auec la double æqualité de Diophāte, toutesfois nous laisserons à en parler en l'Algebre, afin que ceste science ne soit cōfonduë, & que nous n'embrouillons les esprits de ceux qui commencent.

Seconde reigle.

Nous estant dōné le Quarré Congruēt, trouuer son nombre Congruent. Soit donne le Quarré Congruent 100: nous prendrōs son costé qui est 10: Apres nous trouuerons quelque nombre Congruent, auec son Quarré, par les reigles precedentes, cōme pour exemple 24 & 25, nous prendrons le costé du Quarré, qui est 5, puis nous adiousterons 24 à 25, & sera la somme 49, dōt le costé du Quarré est 7. Nous dirōs maintenant par la reigle de trois: Si 5, qui est le costé d'vn Quarré Congruent, nous dōne 7, qui est le costé du Quarré de la somme

du Quarré Congruent & de ſon nombre Congruent, combien nous donneront 10, qui eſt le coſté du Quarré Congrutẽ, qu'õ nous propoſe ? & nous aurons 14, dont le Quarré eſt 196, qui ſera la ſomme du nõbre Congruent, & de ſon Quarré, qui eſt 100; nous oſterons 100 de 196, & reſteront 96, pour le nombre Congruẽt de 100: la preuue ſera, que ſi nous adiouſtõs 100 à 96, no^9 aurons vn Quarré, & ſi nous oſtons 96 de 100, il nous reſtera encor vn Quarré : c'eſt à ſçauoir 4. La pratique de ceſte façon eſt la demonſtration meſme.

Nous pouuons encor faire cecy par l'Algebre, auec l'aide de la reigle precedente, & encor ſans l'aide d'icelle, par le VIII. & IX Probleme du ſecõd de Diophante : ce que toutesfois nous remettrons en l'algebre.

Reigle generalle pour la diſſolution des nombres Congrus Quarrez.

Chap. X.

Nous eſtant donné quelcõque nombre, trouuer vn autre nombre, qui adiouſté au nombre donné, face vn Quarré, & le nombre donné oſté d'iceluy, laiſſe vn Quarré. Cecy eſt beaucoup different des choſes preceden-

precedentes. Soit donné le nombre Congru quelconque nombre, car tout nombre peut estre nombre Congru, mais non pas Congruent, car le nombre Congruent est celuy nombre, qui adiousté & osté de son Quarré, donne vn Quarré, mais le nombre Congru est celuy qui adiousté à quelque nõbre, soit Quarré soit non Quarré, & osté, donne vn Quarré. Dõnons donques quelque nombre Congru, comme pour exemple 10: nous prendrons la moitié de 10, qui est 5, de laquelle nous prendrons le costez, car autãt de fois qu'vn nõbre multipliãt vn autre, aura fait ceste moitié, qui est 5, autãt on trouuera de nombres tels qu'on demãde, les costez de 5 sont 1 & 5, & n'en a point d'autres en nõbres entiers. Nous adiousterons les Quarrez de ces costez 1 & 5, & aurõs 26, qui sera le nõbre demãdé. La preuue sera, que si nous adioustõs 10 à 26, nous aurons vn Quarré par la IIII. du II. d'Euclide, & si nous ostõs 10 de 26, nous restera vn Quarré par le Theoreme de nostre Autheur sur la IIII. du II. tellemẽt que la demonstration de cecy est semblable à la demõstration de nostre troisiesme reigle sur la composition des nombres Congruens.

Nous pouuons encor faire cecy par l'Algebre, & ensemble la dissolution de ces nõbres Congrus, laquelle n'a point encor esté trouuee par Arithmetique, nõ pas ainsi que ie croy par l'Algebre: car nous en auons tiré la façon d'vn Probleme de Diophante, par le moyen de sa fiction d'æquation.

Reigle generale, pour la dissolution des nombres Congrus *Cubiques.*

Chap. XI.

Nous estant donné vn nombre, trouuer s'il est possible quelque autre nombre, duquel si nous ostons le nombre donné, reste vn Cube, & si nous luy adioustõs, no⁹ ayõs encor vn Cube. Soit le nombre donné 28: Nous osterons quelcõque Cube de 28, qui en puisse estre osté, en telle sorte qu'il reste trois fois autant quelque Quarré, combien il y a d'vnitez au costé de ce Cube, que no⁹ auons osté: comme maintenãt, nous ostõs 1 de 28, restẽt 27, il faut donques que 27 cõtiennent quelque quarré trois fois, & si nous eussions osté le Cube de 2, il eust esté necessaire, que 27 eussent contenu quelque Quarré six fois, à sçauoir trois fois autant

que le costé du Cube, que nous en tirõs: le triple de 1, qui est le costé du Cube, que no° auons osté de 28, est 3, nous diuiserõs le reste, qui est 27, par 3, & sera le quotient 9, duquel Quarré le costé est 3, la difference de 3, qui est le costé de ce Quarré à 1, qui est le costé du Cube, est 2, dont le Cube est 8, que nous adioustons à 28, qui est le nõbre donné, la somme est 36, qui est le nombre demandé, tellement que si nous adioustons 28 à 36, no° aurõs vn Cube, à sçauoir 64, & si nous ostõs 28 de 36, il nous restera vn Cube, à sçauoir 8, & ainsi és autres nombres.

Trouuons vn nombre quarré, duquel si nous ostons trois costez, reste vn quarré, & si nous y adioustons trois costez, nous ayons encor vn quarré.

Pour satisfaire à semblables questions & demandes, nous prendrons vn nombre Congruent auec son Quarré, comme pour exemple 24 & 25: nous diuiserons le nombre Congruent, qui est 24, par 3, car on ne fait mentiõ que de trois costez, & si on nous parloit de 4 costez, nous diuiserions 24 par 4, si de cinq, nous diuiserions par 5, & ainsi cõsequemmẽt: nous diuisons donques 24 par 3, & est le quotient 8, par lequel quotient nous diuisons le quarré Congruent de 24, qui est 25, & sera le quotient $3\frac{1}{8}$, dont nous prendrons le quarré, qui sera $9\frac{49}{64}$, c'est à sçauoir le quarré qu'on nous demandoit: la preuue sera, que si nous ostõs le triple du costé de $9\frac{49}{64}$, c'est

à sçauoir le triple de $3\frac{1}{8}$, qui est $9\frac{3}{8}$, de son Quarré, qui est $9\frac{49}{64}$, resteront $\frac{25}{64}$, qui est vn nombre Quarré, & si nous adioustons le triple du costé, qui est $9\frac{3}{8}$, nous aurons $19\frac{9}{64}$, qui est encor vn nombre Quarré.

De la generation des nombres parfaits.

Chapitre. XII.

EVclide en la derniere proposition de son neufiesme liure, pour demonstrer theoriquement cõment sont formez ou trouuez les nombres parfaits, dit en ceste sorte.

Si on met par ordre autant de nombres qu'on voudra en double proportion, en commençant à l'vnité, la somme desquels soit vn nõbre premier, le produit de la multiplication du dernier par la somme de tous, sera vn nombre parfait : donques pour trouuer le premier nõbre parfait, nous mettrons 1, puis apres 2, lesquels nombres nous adiousterons, & sera la somme 3, que nous multiplierons par 2, qui est le dernier, & ferõs 6, qui sera vn nõbre parfait, à cause que la somme de 2 & 1, qui est 3, est vn nombre premier, c'est à dire, qui n'est multiple à aucun nombre, qu'à l'vnité: Pour trouuer le second, nous poursuiurons nostre proportion double, c'est à sçauoir nous mettrons 4 apres 2, la somme desquels sera 7, qui est vn nõbre premier, nous la multiplierons par 4, & sera le produit 28, qui est le second nombre parfait, & ainsi consequemment, nous aurons pour le troisiéme nombre parfait 496,

le quatriéme ſera 8128 : le cinquiéme 130816 : le ſixiéme 2096128 : le ſeptiéme 33550336 : le huictieſme 536854528 : le neufiéme 8589869056: le dixieſme 137438691328:l'onzieſme 1114612206976:le douzieſme 35184367894528:le treizieſme 5629499;6644096:le quatorzieſme 90071991876;2128: le quinzieſme 144115187807420416:le ſeizieſme 2305843008139952128 : le dixſeptieſme 36893488143124135936: le dixhuictieſme 590:95810341525782528: le dixneufieſme 9444732965670570950656 : le vingtieſme 151115727451553768931328 : & ainſi en infiny : or les nombres parfaits ont cecy remarquable, c'eſt que le premier ſe termine en 6, le ſecond en 8,& encor le troiſiéme en 6,le quatriéme en 8, & encor le cinquiéme en 6, le ſixiéme en 8, & ainſi en infiny.

Comment on peut trouuer les parties d'vn nombre parfait. Chap. XIII.

TROVVONS les parties de ce nombre parfait 496, nous mettrõs 496, ainſi comme on peut veoir,& tirerons deſſous vne ligne,ainſi nous prendrons la moitié de 496, qui eſt 248, laquelle nous mettrons deſſous la ligne, puis nous prendrons la moitié de 248, qui ſera 124, & $\frac{1}{4}$, de 496: puis nous prendrons la moitié de 124, qui eſt 62, & $\frac{1}{8}$ de 496: encor nous prẽdrons la moitié de 62, qui eſt 31, & $\frac{1}{16}$ de 496. Or pour autant que 31 eſt vn nombre imper, dont on ne peut prendre la moitié, nous retournerons,& diuiſerons premierement 496 par 31, & ſera le quotient 16, & $\frac{1}{31}$ de 496:puis nous diuiſerõs

496 par 60, & ſera le quotient 8, & $\frac{1}{62}$ de 496: apres nous diuiſerons 496 par 124, & ſera le quotient 4, & $\frac{1}{124}$ de 496: encor nous diuiſerons 496 par 248, & ſera le quotiẽt 2, & $\frac{1}{248}$ de 496: finalement nous diuiſerons 496 par 496, & ſera le quotient 1, & $\frac{1}{496}$ de 496: toutes leſquelles parties nous eſcrirons l'vne deſſous l'autre, ainſi qu'il apparoiſt, & nous trouuerons que la ſomme d'icelles ſera preciſémẽt 496.

Le troiſiéme nombre parfait.

496

La $\frac{1}{2}$	248
La $\frac{1}{4}$	124
La $\frac{1}{8}$	62
La $\frac{1}{16}$	31
La $\frac{1}{31}$	16
La $\frac{1}{62}$	8
La $\frac{1}{124}$	4
La $\frac{1}{248}$	2
La $\frac{1}{469}$	1

La ſomme 496.

GOSSELIN.

Le nombre parfait eſt celuy, qui eſt egal à tous ſes coſtez prins enſemble, l'vnité y eſtant comprinſe, leſquels coſtez doiuent eſtre entendus nombres entiers, & non parties, car ainſi nul nombre ſeroit parfait

Fin du neufiéme liure.

RECVEIL DV DIXIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia Brescian, grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Comment on peut trouuer vne quantité, qui multipliee par vne quantité irrationelle, face vne quantité rationelle.

CHAPITRE I.

TROVVONS vne quantité, qui multipliee par vn Binomie donné, face vne quantité rationelle: nous trouuerons simplement le Residu de ce Binomie, ou quelque quantité multiple à ce Residu, & nous aurons la quãtité demãdee, cõme pour exẽple: Trouuõs vne quãtité: qui multipliee par le ℞ 15 P 3, face vne quantité ratio-

nulle: nous prendrons le Reſidu de ce Binomie le ℞ 15 P 3, qui ſera le ℞ 15 M 3 : ainſi nous dirons que le ℞ 15 M 3, eſt la quantité demandee, qui multipliee par le ℞ 15 P 3, fait 6, qui eſt vne quantité rationelle: le ſemblable nous euſſions fait, ſi nous euſſiõs prins le double du ℞ 15 M 3, qui eſt ℞ 60 M 6, car icelle quantité multipliee par ℞ 15 P 3, fait 12 preciſément, qui eſt encor quantité rationelle.

Trouuons vne quantité, qui multipliee par vn Reſidu donné, face vne quantité rationelle. Nous procederons au contraire de la precedente, & prendrons ſimplement ſon Binomie: comme pour exẽple, trouuons vne quantité, qui multipliee par le ℞ 20 M ℞ 7 produiſe vne quantité rationelle: nous prendrons le Binomie de ce Reſidu ℞ 20 M ℞ 7, qui eſt ℞ 20 P ℞ 7, lequel multiplié par ſon Reſidu ℞ 20 M ℞ 7, fait preciſement 13, qui eſt vne quantité rationelle.

Trouuons vne quantité, qui multipliee par vn Binomie Cubique propoſé, face vne quãtité rationelle: nous trouuerons trois termes continuellemẽt proportionels en la proportiõ des deux noms du Binomie donné, par la ſeconde propoſition de l'huitieſme d'Euclide, & noterons le terme du milieu des trois auec le ſigne Moins, & tel Trinomie Cubique ſera la quantité demandee, comme pour exemple: trouuons vne quantité qui multipliee par ℞ cu. 6 P ℞ cu, 4, produiſe vne quantité rationelle.

Nous trouuerons trois termes continuellement proportionels en la proportion du ℞ cu. 6 au ℞ cu. 4, & noterons le terme du milieu auec le ſigne de

Moins, ainsi nous aurons ces trois termes ℞ cu. 36 M ℞ cu. 24. P ℞ cu.16 : qui sera la quãtité demãdee, & ce Trinomie multiplié par le Binomie donné ℞ cu.6 P ℞ cu. 4, produira 10 precisément, qui est vne quãtité rationelle, ainsi qu'on peut voir cy dessous.

℞ cu.36 M ℞ cu. 24 P ℞ cu. 16

℞ cu. 6 P ℞ cu.4

produisent———————————10.

Trouuons vne quantité, qui multipliee par vn Residu Cubique donné, face vne quantité rationelle: nous trouuerons, comme au precedent, trois nombres continuellement proportionels, selon la proportion des deux noms du Residu donné, & noterons tous les trois termes auec le signe de Plus, & ce Trinomie Cubique sera la quantité cherchee, comme pour exemple: Trouuons vne quantité qui multipliee par le ℞ cu. 6 M ℞ cu. 4, produise vne quantité rationelle.

Nous trouuerons trois termes en la proportion du ℞ cu. 6 au ℞ cu. 4, lesquels nous escrirons auec le signe de P, & seront ces trois termes par la seconde propositiõ du huitiéme, d'Euclide. ℞ cu. 36, ℞ cu. 24, ℞ cu.16, & estans notez auec le signe Plus, nous aurons ce Trinomie Cubique ℞ cu. 36 P ℞ cu. 24 P ℞ cu16 : & ce Trinomie sera la quantité demandee, qui multipliee par ce Residu Cubique ℞ cu. 6

M ℞ cu. 4 produit 2 precisément, qui est vne quantité rationelle, ainsi qu'il apparoist.

℞ cu. 36 P ℞ cu. 24 P ℞ cu. 16

℞ cu. 6 M ℞ cu. 4

produisent ——————————— 2.

GOSSELIN.

Si nous auons à trouuer vne quãtité, qui multipliee par vn Binomie Quarré de quarré, ou Residu, produise vne quantité rationelle, nous trouuerõs 4 termes cõtinuellemẽt proportionels en la proportiõ d'vn des nõs de ce Binomie à l'autre. Si le Binomie ou Residu donnez sont Relates premiers, no⁹ trouuerõs cinq termes. Si le Binomie ou Residu sont cubes de Quarré, ou Quarrez de Cube, qui est vne mesme chose, nous trouuerons 6 termes. S'ils sont Relates seconds, nous trouuerons 7 termes, & ainsi consequẽmẽt & n'est point de besoing de dire ou que le second terme soit escrit auec le signe de Moins, ou le quatriesme ou que l'vn ou plusieurs des termes soient notez auec le signe de Plus: seulement il faut prẽdre garde à cecy, c'est que si on nous dõne

vn Binomie, nous chercherons les termes en la proportion des noms du Residu, ainsi qu'ils serõt notez: & au cõtraire, si on nous donne vn Residu, nous cherchérõs les termes proportionels en la proportiõ des nõs du Binomie, ainsi qu'ils serõt notez: & ceste reigle que nous dõnõs est generale pour tous Binomies & Residus de quelconque dignité qu'ils seront, car veritablemẽt ainsi cõme nostre autheur traite cecy, la chose est obscure, & qui sçait vne façõ par luy, ne sçait pas l'autre, ce qui est toutesfois grandement necessaire en l'Algebre, & qui ne nuit pas pour entendre le dixiesme de Euclide.

Reigle generale inuentee par le present Autheur pour diuiser quelconque quantité par quelconque espece de Binomie, ou Residu.
Chap. II.

SI nous voulons reellement partir & diuiser vne quantité par vn Binomie, Quarré, il est premierement necessaire, de touuer vne quantité, qui multipliée par ledit Binomie, produise vn nombre rationel, & apres auoir trouué ceste quantité, nous la multiplierons par ledit Binomie donné, & garderons ce produit, puis nous multiplierons ce que on nous donne pour diuiser par celle quantité, que

nous auons trouuee, qui multipliee par le Binomie donné, a produit vne quantité rationelle, qui est le produit, que nous auons gardé, & finalement nous diuiserons ce dernier produit par le premier, à sçauoir par nostre quantité rationelle, & ce quotient sera le quotient, ou nombre, que nous demandons.

Exemple.

Diuisons 10 par ℞ 15 P 3, nous trouuerons vne quantité, qui multipliee par ℞ 15 P 3, produise vne quantité rationelle, ainsi que nous auons enseigné au chapitre precedent, & combien qu'il s'en puisse trouuer infinies, ainsi que demonstre Euclide en la proposition 113 & 114 du dixiéme, toutesfois nous prendrons simplement le Residu du ℞ 15 P 3, qui est ℞ 15 M 3: lequel nous multiplierons par son Binomie, à sçauoir par ℞ 15 P 3, & sera le produit 6, que nous garderons pour nostre diuiseur, apres nous multiplierons le nombre qu'on nous donne à diuiser, qui est 10, par ce mesme Residu, que nous auons troué, à sçauoir par ℞ 15 M 3, & sera le produit le ℞ 250 M 30, lequel produit nous diuiserons par nostre diuiseur, que nous auons gardé, c'est à sçauoir par 6, & sera le quotient ℞ $41\frac{3}{2}$ M 5, qui est le quotient que nous aurons, en diuisant 10 par ℞ 15 P 3. La preuue sera, qu'en multipliant ℞ $41\frac{2}{3}$ M 5 par ℞ 15 P 3, nous ferons 10, ainsi nostre operation aura esté bien instituee.

Nous procederons en semblable façon, si nous voulons diuiser vne quantité par quelque Residu

comme pour exemple : Diuisons encor 10 par le ℞ 15 M 3, nous trouuerons vne quantité qui multipliée par le ℞ 15 M 3, puisse produire vne quantité rationelle, & telle quantité sera le Binomie du ℞ 15 M 3, à sçauoir ℞ 15 P 3, laquelle multipliee par le ℞ 15 M 3, sera 6, que nous garderons pour nostre diuiseur : Apres nous multiplierons la quantité qu'on nous donne pour diuiser, qui est 10, par ceste mesme quantité, que nous auons cherchee, qui est ℞ 15 P 3, & sera le produit ℞ 250 P 30, lequel produit nous diuiserons par nostre partiteur, qui est 6, & sera le quotient ℞ 41 $\frac{2}{3}$ P 5, qui sera le quotient apres auoir diuisé 10 par ℞ 15 M 3, la preuue sera que si nous multiplions ℞ 41 $\frac{2}{3}$ P 5 par ℞ 15 M 3 nous aurons 10.

GOSSELIN.

REIGLE GENERALE.

Soit donques ceste reigle generale. Nous trouuerons vne quantité, qui multipliee par le Binomie ou Residu donné, face vne quantité rationelle, laquelle estant trouuee nous la multiplierons par le Binomie, ou Residu donné, & garderons le produit pour nostre diuiseur : Apres nous multiplierons celle quantité qu'on nous aura donné pour diuiser,

par la quantité, qui multipliee par le Binomie, ou Residu dõné, a fait vne quãtité rationelle, que nous auons gardee pour nostre diuiseur. Finalement nous partirõs ce dernier produit par le diuiseur, que nous auons gardé, & le quotient sera le nombre, qui viendra apres auoir diuisé la quantité donnee par le Binomie ou Residu donné, soit Quarré, soit Cube, soit Quarré de Quarré, Relate premier, & de toute autre dignité.

Fin du dixiéme liure.

RECVEIL DE L'ONZIESME LIVRE DE LA SECONDE PARTIE *du traité general des nombres & mesures, de Nicolas Tartaglia* Bresciam,*grand Mathematicien, & Prince des Praticiens.*

Explications pour le dixiéme d'Euclide.

GOSSELIN

TOVTE quantité, ou elle est commensurable, ou imcommensurable.

Toute quantité commensurable, ou elle est commensurable en longueur, ou en puissance, ou en longueur & puissance: & semblablement toute quantité incommensurable, est incommensurable en l'vne de ces trois sortes.

La puissance d'vne quantité est son Quarré.

Les quantitez commensurables sont celles, qui ont vne commune mesure, selo

leur genre, & les quantitez incommensurables, sont celles, qui n'ont point de commune mesure selon leur genre.

Les quantitez commesurables de longueur, sont celles, qui ont vne cõmune mesure de longueur: & faut noter qu'aux quãtitez continuës non seulemẽt l'vnite peut estre mesure, qui n'est pas mesure aux nombres, mais aussi la partie, ou fraction de nõbre, & dauantage la commune mesure peut estre vne quantité irrationelle en nombre, car ie dy & soustien, que la quantité irrationelle en nombre peut estre, & est veritablemẽt quantité rationelle en quantité continuë, consideré qu'en la quantité continuë, le costé Quarré de tout le nõbre, tant rationel, que sourd, & irrationel accommodé à la matiere, peut estre exactemẽt dõné: or nous manifesterõs la chose par exẽples.

Vne ligne de 2 pieds, & vne autre de 3 pieds, seront dites quantitez commensurables, desquelles la cõmune mesure sera vn pied en longueur: vne ligne de 4 pieds, & vne autre de 6 pieds, seront dites quantitez commensurables en lõgueur, desquelles la commune mesure sera 2 pieds en lõgueur: vne ligne de 3 pieds, & vne autre de 2 pieds

& $\frac{1}{2}$, serõt dites quãtitez cõmensurables en lõgueur, desquelles la cõmune mesure sera vne moitié de pied: sẽblablemẽt vne ligne de 2 pieds, & vne autre de 3 pieds 2 palmes 4 poulces & $\frac{1}{3}$, seront dites deux quantitez commẽsurables en longueur, desquelles la commune mesure sera $\frac{1}{3}$ de poulce: encor vne ligne de 2 pieds 3 palmes 4 poulces & $\frac{1}{2}$, vne autre de 3 pieds & 5 $\frac{2}{7}$ de poulce, serõt dites quãtitez cõmensurables en lõgueur, & pour sçauoir quelle est leur cõmune mesure, nous reduirons ces parties de la plus petite mesure qui sont $\frac{1}{3}$ de poulce & $\frac{2}{7}$ de poulce, en semblable denominatiõ, & nous aurons $\frac{7}{21}$ & $\frac{6}{21}$, & pourtãt nous dirons que leur commune mesure sera vne de ces parties, c'est à sçauoir $\frac{1}{21}$ de poulce: encore vne ligne qui sera le ℞ 56 pieds Quarrez, & vne autre qui sera le ℞ 126 pieds Quarrez, seront deux quantitez commensurables en longueur: or pour trouuer leur commune mesure, nous osterons la moindre quantité de la plus grande, à sçauoir le ℞ 56 du ℞ 126, & restera le ℞ 14, c'est à dire le costé de 14 pieds Quarrez, lequel ℞ 14 sera la cõmune mesure du ℞ 56 & du ℞ 126, si qu'en diuisant le ℞ 56 par le ℞ 14, nous aurons au quo-

tiẽt le ℞ 4, lequel est 2, & encor en diuisant le ℞ 126 par le ℞ 14, le quotient sera le ℞ 9; qui est 3, ainsi le ℞ 14 mesure le ℞ 56, par 2, & le mesme ℞ 14 mesure le ℞ 126 encor par vn autre nombre rationel, qui est 3, & pourtant la ligne qui sera le ℞ 56 mesures Quarrees, & vne autre qui sera le ℞ 126, telles mesures Quarrees, serõt deux quantitez commẽsurables, desquelles la commune mesure sera la ligne, qui est le ℞ 14 telles mesures Quarrees: encor vne ligne qui cõtiendra 2 ℞ 5 pieds Quarrez, & vne autre qui aura 2 ℞ 80 tels pieds Quarrez, seront deux lignes commensurables en longueur, car apres auoir osté la plus petite quantité de la plus grande, à sçauoir 2 ℞ 5 de 2 ℞ 80, restent 2 ℞ 45, lequel reste mesure 2 ℞ 5 par $\frac{1}{3}$, & 2 ℞ 8℞ par $1\frac{1}{3}$: & faut prẽdre garde que si les deux quantitez en nombre irrationels, sont de telle sorte, que la plus petite puisse estre ostee de la plus grande, tellement que le reste soit vn ℞ simple, & qu'on ne soit contraint d'en faire vn Binomie composé des deux quantitez, telles quantitez proposees seront necessairemẽt cõmensurables: nous pourrions demõstrer cecy, mais la demonstration seroit longue & ennuyeuse, princi-

palement à celuy, qui n'auroit gousté du dixiéme d'Euclide, toutesfois ie diray que la demonstration depēd de la demonstration que Nonius a apporté pour la soustraction de ces nombres irrationels.

Les quātitez commensurables de puissance, sont celles les Quarrez desquelles ont pour cōmune mesure quelque superficie, or non seulemēt les quātitez peuuent estre cōmesurables en nōbres rationels, en l'vnité, entiers, que partie d'vnité ou d'ētiers, mais aussi en nombres, ou tous deux irrationels, ou bien l'vn rationel, & l'autre irrationel, comme pour exemple.

Vne quantité de 4 pieds en longueur, & vne autre de 6 pieds en longueur, seront dites deux quantitez commensurables en puissance, car le Quarré de 4 est 16, & de 6 est 36, lesquels ont pour commune mesure le Quarré de 2, qui est 4, car 4 sont en 16 quatre fois, & en 36 neuf fois: encor vne lige de 1 pied, & vne autre de 2 pieds, sont deux quantitez commensurables en puissance, car leur quarrez sont 1, & 4, lesquels mesure cōmunement le quarré de 1, qui est 1: encor vne ligne de 2 pieds, & $\frac{1}{2}$, & vne autre de 3 pieds & $\frac{1}{2}$, sont deux quātitez

cõmensurables en puissance, car leur Quarrez sont $\frac{25}{4}$, & $\frac{49}{4}$, lesquels mesure le Quarré de $\frac{1}{2}$, qui est $\frac{1}{4}$, l'vn 25 fois, l'autre 49 fois: sẽblablemẽt deux lignes, dont l'vne seroit de 2 pieds en lõgueur, & l'autre de $\frac{1}{2}$ pied, icelles lignes seront commensurables en puissance, car leur Quarrez sont $\frac{1}{4}$ & 4, desquels la commune mesure est $\frac{1}{4}$, le Quarré de $\frac{1}{2}$, & les quotiens 1 & 16.

Sẽblablemẽt vne ligne qui soit de 8 pieds en longueur, & vne autre qui soit le ℞ 12 pieds, telles quãtitez seront commensurables en pussance, car le Quarré de 8 est 64, & le Quarré du ℞ 12 est 12, desquels deux Quarrez la commune mesure est le Quaré de 2, à sçauoir 4, car 4 mesurent 64, 16 fois, & 12, 3 fois.

Finalement s'il y auoit deux lignes, dont l'vne fust le ℞ 32 pieds, & l'autre le ℞ 72 pieds, telles lignes seroient commensurables en puissance, car le Quarré du ℞ 32 est 32, & du L 72 est 72, desquelles quantitez la commune mesure se peut former en beaucoup de sortes, mais faisons que leur mesure soit 8, qui est le Quarré du ℞ 8, laquelle mesurera 32 par 4, & 72 par 9: & ainsi consequément le L 24 & le ℞ 60, car leur Quar-

rez ſont 24 & 60, leſquels meſure le Quarré de 2 qui eſt 4.

Des choſes precedentes on peut cognoiſtre facilement, qui ſont les quantitez commenſurables en longueur & puiſſance tout enſemble: Or poſons les deux quantitez ou lignes, le ℞ 32 & le ℞ 72, que nous auons demonſtré eſtre commenſurables en puiſſance, & que leur meſure eſtoit le Quarré du ℞ 8, demonſtrons auſſi qu'elles ſont encor commenſurables en longueur, & que leur meſure eſt encor le ℞ 8, car le ℞ 8 meſure le ℞ 32 par le ℞ 4, qui eſt 2, & meſure encor le ℞ 72 par le ℞ 9, qui eſt 3: & ainſi ces deux quantitez ſont commenſurables en longueur & puiſſance.

Les quantitez incommenſurables en longueur, ſont celles, leſquelles n'ont aucune meſure de longueur, comme pour exemple.

Vne ligne qui a 2 pieds, & vne autre qui eſt le ℞ 5, ces deux quantitez ſont dites incommenſurables en longueur, à cauſe qu'elles n'ōt point de cōmune meſure, & la raiſon eſt, pource que l'vne quātité ne peut eſtre ſouſtraite de l'autre, ſinon que

par le ſigne de M, en faiſant vn Reſidu, qui ſeroit 4 M ℞ 5, pour ceſte meſme raiſon ℞ 6, & le ℞ 30, ſont quantitez incommenſurables en longueur.

Les quantitez incõmenſurables en puiſſance ſont celles, les Quarrez deſquelles ne peut meſurer quelque commune ſuperficie, comme pour exemple.

Vne ligne qui ſoit le ℞ 2, & vne autre qui ſoit le ℞℞ 5, telles lignes ſeront incommẽſurables en puiſſance, car leur Quarrez ſont 2 & ℞ 5, leſquels n'ont aucune meſre commune, ny en nõbre Quarré, ny en autre, car 2 ne peuuent eſtre oſtez du ℞ 5 ſans faire vn Seſidu, ou bien 2 multiplians le ℞ 5, ne font vn nombre Quarré, & pourtant 2 & ℞ 5 ſont incommenſurables en lõgueur, & encor pour ceſte cauſe ℞ 2 & ℞℞ 5 incõmẽſurables en puiſſance, ou en puiſſance & longueur tout enſemble.

Des choſes precedentes on peut cognoiſtre, quelles ſont les quantitez incommenſurables en longueur & puiſſance.

Toute ligne droite propoſee quelle qu'elle ſoit, ſelon laquelle nous ratiocinons, ſoit appellee rationelle.

Et les lignes qui luy ſeront commenſura-

bles ou en lõgueur & puissance, ou en puissance seulement, seront dites rationelles: dont il s'ensuit, que toute ligne, qui est denommee d'vn nõbre sourd ou irrationel, comme la ligne qui est le L 10, ou le ℞ 7, est dite rationelle, pour autant que son Quarré est rationel.

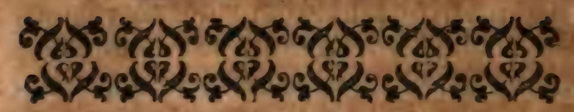
Et les lignes qui seront incommesurables à la ligne prinse pour rationelle, & sur laquelle nous ratiocinons, seront dites irrationelles, ou sourdes.

Le Quarré de nostre ligne rationelle, ou bien toute superficie Quarree, sur laquelle nous ratiocinons, est dite rationelle.

Et les superficies Quarrees, qui sont commesurables à ce Quarré, sont appelles rationelles.

Et semblablement les superficies Quarrees, qui luy sont incommesurables, soient dites irrationelles, ou sourdes.

Et les costez de ces superficies Quarrees qui sont commesurables, soient appellez rationels, mais les costez des superficies Quarrees, qui sont incõmesurables, soient dites sourds, ou irrationels.



OBSERVATIONS DV PRESENT Traducteur, ſur ce que Euclide ſuppoſe, c'eſt que vne ligne puiſſe eſtre incõmenſurable à vne autre ligne: ou bien que les proprietez & affectiõs de la ligne ſoient la commeſurance & incommeſurance, la rationalité & irrationalité, auſsi bien que du nombre.

C'Eſt vne choſe qu'on doit grandement conſiderer, que c'eſt qu'on ſuppoſe au commencement de quelque ſcience, & comment on ſuppoſe, ſur quels principes on ſ'appuie, & ſur quelles definitions & diuiſions, cõſideré que tout ce qui eſt traité en la ſcience, eſt baſti & fondé ſur les ſuppoſitions, que ſi elles ſont ou difficiles à comprendre, ou obſcures, ou fauſſes & abſurdes, auſſi tout ce qu'on en tirera ſera ou difficile, ou obſcur, ou abſurde, tellement que tout le progrés de la ſciẽce tiendra totalement des ſuppoſitions d'icelle.

Or noſtre Euclide me ſẽble auoir eſté en ce dixiéme liure autant obſcur, qu'il a eſté facile aux precedens, veu les ſuppoſitions

qu'il nous baille assez difficiles à digerer: la supposition & fondemēt de tout son X. est qu'vne ligne peut estre incommensurable à vne autre ligne, laquelle chose pourroit sembler absurde, que si elle l'est, consequémment tout le dixiéme sera faux & absurde, or que la ligne ne reçoiue point l'incommesurance, nous le poursuiurons par les fondemens, conclusions, & propositions suiuantes.

Obiections que pourroit faire l'Aduersaire,

Premier fondement.

Le costé irrationel, ou sourd en nombre, est vne quantité rationelle en ligne, ainsi que nous auons demonstré cy deuant, & cōme on peut tirer de la vj. definitió du X.

Second fondement.

Toute quantité moindre est partie d'vne quantité plus grande.

Troisiéme fondement.

Toute partie est denommee par nombre comme pour exemple, ou c'est $\frac{1}{3}$, ou $\frac{1}{21}$, ou $\frac{1}{100}$, ou $\frac{1}{1000}$, ou $\frac{2}{351}$, ou $\frac{3}{302}$, ou $\frac{7}{45678}$, ou $\frac{10}{3586723}$, bref c'est quelque partie de nombre, qui est en la nature.

Quatriesme fondement.

Toute ligne & generalement toute quãtité contiuë peut estre diuisée en infinies parties, & chaque partie en infinies, & encor chacune de ceux-cy en infinies autres, & ainsi en infiny: Arist. aux Physiq. au traité de l'infiny: mais non pas ainsi du nombre, car l'vnité est indiuisible.

Cinquiesme fondement.

Nous pouuõs trouuer le costé exacte par ligne de quelconque quantité donnee, & non pas par nombre, mais seulemẽt en approcher.

Premiere conclusion.

Pour ceste cause nous auons quelques nombres sours, à raison que l'vnité ne se diuise point, & que nous ne pouuons passer l'vnité en diuisant, car si elle se pouuoit diuiser, nous ferions en sorte, que nous trouuerions le costé exacte de toute dignité de nõbre, c'est à sçauoir Quarré, Cube, Quarré de Quarré, &c. & ainsi nous auons des nombres sours, & irrationels: mais la plus petite ligne qui se puisse donner, peut estre infiniement diuisee: dõc il ne se peut faire, qu'il y ait vne ligne incommensurable, ou irrationelle.

Secondeconclusion.

Pour ceste cause nous auõs des nombres irrationels, à raison que le costé ne se peut donner exacte, mais le costé se peut dõner exacte en lignes: dõc la ligne ne peut auo l'irrationalité & incommesurance, tout ainsi que le nombre.

Troisième conclusion.

Si vne ligne peut estre incommensurable à vne autre: soit la ligne A——B à la C—D, & que la C, D, soit la plus petite des deux, nous osterons la C, D de la A, B, tant de fois que nous pourrõs, & q'uapres l'auoir ostee deux fois, reste la E—F, & posons que la C, D soit d'vn pied, & pour autant que la E, F, est plus petite que la C, D, elle sera donques partie de la C, D, cest à sçauoir, qui aura quelque nom en la nature & ne se peut faire que ce nom ne soit en nõbre rationel, ou partie, car si c'estoit vn nombre irrationel, comme pour exemple, le ℞7, cela supposeroit vn Quarré, ce que nous ne voulons, & dauãtage ce costé irrationel ne pourroit estre partie de la ligne entant que ℞ sourd, ou irrationel: le nom donc de ceste partie E, F, sera denommé de nombre rationel, ou d'vne partie d'iceluy,

faisons que ce soit $\frac{1}{7}$, ainsi nous entendrons vn pied estre diuisé en 7 parties, donc la quãtité C, D, qui estoit d'vn pied estoit de 7 telles parties, & la A, B, qui estoit de 2 pieds & de $\frac{1}{7}$, cõtenoit 15 telles parties, desquels nombres 15 & 7, l'vnité est la mesure, & pourtant la mesure commune de A, B, & C, D, sera $\frac{1}{7}$ d'vn pied, & y aura telle raison de A, B, à C, D, que de 15 à 7 dõques la ligne A, B, n'est point incommensurable à la C, D.

Quatriesme conclusion.

Encor Euclide en tout son dixiesme accõmode tousiours les costez sours des nõbres aux lignes, & ne ratiocine que selon iceluy costé, & non pas selon la ligne qui est le vray costé, mais selon le costé irrationel du Quarré, entant qu'il est nombré de mesures, dõcques tout ce qu'il demonstre n'appartient qu'aux nõbres, qu'il prẽd pour demonstrer, & sur lesquels il s'appuie du tout, & non pas sur les lignes cogneues, car si la demonstration valoit en lignes, il demonstreroit sur les lignes Geometriquement, cõme costez exactes, mais il demonstre sur les nombres pour les lignes, & pour

iceux costez exactes, prend les costez irrationels, qui retiennent le nom du Quarré, lesquels costez, ainsi que nous auōs predit, sont irrationels à cause du nombre, & non pas à cause de la ligne: ce n'est pas donques la ligne qui reçoit l'irrationité, mais c'est le nombre, ce que nous admettons.

Cinquiesme conclusion.

S'il estoit ainsi que la ligne peust receuoir l'incommesurance & irrationalite, tout ainsi que les nombres irrationels ont quelque proffit & vtilité, principalement en ceste diuine Algebre, aussi les lignes & quantitez irrationelles auroient quelque vsage, mais tant s'en faut qu'ils puissent auoir quelque vsage, proffit, ou vtilité, que tout ce qui deuroit estre resolu par ces lignes irrationelles, est resolu par les nombres, tellement que les nombres irrationels seruent tant pour resoudre toutes sortes de questiós Arithmetiques, q̃ toutes questiós Geometriques, ausquelles il est mentió de ces quātitez incōmesurables, & irrationelles, pour lesquelles trouuer, ou expliquer,

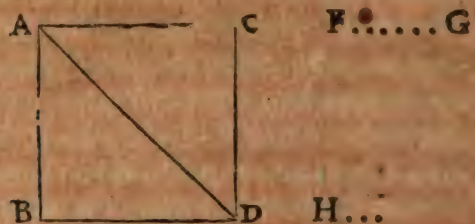
ceste irrationalité & incommesurence de lignes est du tout inutile, & pour ce faire la Geometrie confessante qu'elle ne pourroit faire cecy de soymesme, l'emprunte de l'Arithmetique, dont il est manifeste que la ligne ou quãtité continuë ne reçoit l'irrationalité & incommesurance, tout ainsi que le nombre, & que tãt s'en faut, si elle l'estoit, qu'elle peut ayder & proffiter aux autres sciences, qu'elle ne se pourroit pas seruir de soymesme pour s'expliquer, mais imploreroit l'ayde de l'Arithmetique, laquelle seule veritablement reçoit ces deux proprietez, ainsi qu'il est manifeste.

Sixiesme Conclusion.

Finalement, il n'y a qu'vne seule proposition au dixiesme d'Euclide, laquelle demõstre ceste incommesurance pouuoir aduenir à la ligne, c'est que le Diametre d'vn Quarré est incommesurable au costé, & toutesfois tous les interpretes n'ont encor demonstré ceste proposition nettement & sincerement, ce que nous manifesterõs en ceste sorte, & premierement ie dy & declare, qu'on peut auoir deux nombres sourds commensurables, ainsi que nous auons dit

par cy deuant, & cõme demonstre Nonius en son Algebre, comme pour exemple, le ℞ 56 & le ℞ 126 desquels la commune mesure est le ℞ 14: Or Theon commẽce sa demonstration en ceste sorte:

Soit le Quarré A, B, C, D, le diametre A, D, & si A, D, est



incommẽsurable à A, B, qu'il luy soit commensurable, tout ainsi que F G à H, lesquels nombres soiẽt les moindres termes, & partant F G n'est pas l'vnité, *Baste pour cela*, combien que ie le puisse desia nier: doncques F, G, est vn nombre: *voila bien conclud ce n'est pas vnité, ergo c'est nõbre*, Ie dy que c'est vn costé irrationel, qui n'est ny vnité, ny nombre, & encor que H est vn nombre irrationel, qui n'est ny vnité, ny nombre, & si sont commensurables, ainsi que nous auõs dit par cy deuant, & exposé deux tels nombres, quels sont ℞ 56 & ℞ 126, combien que ce en soient pas ceux cy, mais quelques au-

tres, qui ont la raison demãdee: ainsi voila sa ratiocination, à laquelle on a dõné empeschement & destourbier, & luy est impossible maintenant de pouuoir venir à ce qu'il pretendoit demonstrer, c'est que H estoit per & imper.

Encor l'autre demonstration qu'aportẽt les autres pour ceste proposition, est qu'ils doublent le Quarré de l'vn des costez, or posons que le costé soit 3, son Quarré est 9, qu'ils doublent, & font 18, donques le diametre sera le ℞ 18, ils demonstrent que 3 & le ℞ 18 sont incommesurables: mais ceste demonstration est à reieter, premierement pour autãt qu'elle est Arithmetique, & nõ Geometrique, car il faut demonstrer par le Diametre, entant qu'il est ligne & non pas entant qu'il est ℞ 18: secondement par ce que combien que le ℞ 18 & ce Diametre soient vne mesme chose en existence, si est ce qu'ils ne sont pas mesme en essence, car ce Diametre consideré simplement comme il est Diametre, peut estre quantité rationelle, mais lr 18 ℞ considere comment on voudra, ne peut iamais estre que nombre irrationel: & pour ceste cause telle demonstration est fallacieuse, & cõbiẽ que

le Natu-

le Naturel la puisse admettre, si est ce encor qu'elle n'est pas pure Mathematique, dauãtage ce ℞ 18, cõbien que ce soit vne ligne, si est-ce encor que pour autãt qu'il est adioint à ce nõbre 18, qui signifie vn Quarré, il fait qu'on compare la superficie auec la ligne, ce qui ne peut pas estre admis.

Septiesme conclusion.

Si vne ligne peut estre incommensurable à l'autre, soit la ligne A——B à la C——D, & qu'apres auoir osté la C, D, de la A, B, reste la E—B, il est manifeste par la troisiesme conclusion, que si elle est denõmée de nombre rationel, ou partie d'iceluy, toutes les deux lignes dõnées A, B, & C, D, serõt commensurables, soit dõcques la E, B. denommée de nombre irrationel, c'est à dire le costé de quelques vnitez, ou partie d'vnitez, nous osterons la E, B, de la C, D, car elle est plus petite par l'Hypothese, d'autant que nous auons osté la C, D de la A, B tant que nous auons peu: & qu'il reste la G, D, ainsi la G, D, & la E, B, seront egales à la C, D, & partant la C, D, cõmensurable à la composée des deux autres: soit la C, D, de quelques vnitez, comme pour exemple de vn pied, ou quelque autre mesure, il

est donques necessaire que la E, B, & G, D, adioustées facẽt vn pied, c'est à dire vn nõbre rationel, mais vn nombre irrationel & vn nõbre rationel ne peuuent faire qu'vn irrationel, & encor deux irrationels ne peuuent faire qu'vn irrationel, soit doncques ou que G, D soit denõmee de nombre rationel ou irrationel, si la E B, est denõmee de nõbre irrationel, la cõposee des deux ne pourra estre denõmee que de nombre irrationel, & puis que par l'Hypothese elle est denõmee de nõbre rationel, c'est à sçauoir d'vn pied, il s'ensuyura si la E, B, n'est denommee de nombre rationel, qu'vne mesme ligne sera denommee de nombre rationel, & irrationel, ce qui semble absurde, & partant la E, B, est denommee de nombre ou partie d'iceluy, dont il s'ensuit par la troisiesme conclusion, que les deux lignes donnees A, B, & C, D, sont commensurables.

Conclusion du present Traducteur.

Or nous conclurons, que la quantité ne peut estre incõmensurable, & encor qu'elle peut estre incommensurable: mais considerees en diuerses sortes: nous disons que

la ligne prinse selon son essence, c'est à dire sans estre appliquee au nombre, mais seulement comme elle est vne quantité continuë longue sans largeur, diuisible en infini, alors elle n'est n'y commẽsurable, n'y incommensurable, & de la ligne prinse en ceste sorte font mention les fondemens superieurs, & quelques vnes des conclusiõs. Que si desia nous accõmodõs la quãtité au nõbre, & à ses vnitez, il n'y a point de doute tout ainsi que ce nombre sera rationel, aussi la quantité sera rationelle, & si il est irrationel & sourd, aussi necessairement, puis que les parties de ceste quãtité suyuent les vnitez de ce nombre, elle sera aussi bien irrationelle que le nombre: & cecy veut Euclide, quand il dit que la symmetrie des lignes est comme de nombre à nombre, & la symmetrie n'est point cõme de nõbre à nõbre: & afin que la chose s'entẽde mieux, & ceste supposition d'Euclide soit manifeste, laquelle nul Interprete a manifestemẽt expliqué, au contraire si obscuremẽt, qu'il est impossible qu'on la puisse comprendre par le moyen de leurs escris, nous respondrons premierement aux obiections precedẽtes, & puis nous expliquerons le sens

de ceste supposition, qui est, la quãtité estre commensurable, ou incommẽsurable, car icelle estant entenduë, tout le reste du dixiesme d'Euclide est facile,

Dissolution des fondemens, & conclusions procedentes.

Premierement nous admettons le premier & second fondement, & reietons le troisiesme, car cõbien qu'vne moindre ligne soit partie d'vne plus grande, si est-ce qu'incontinent il ne s'ensuit pas qu'elle soit denõmée de nõbre, comme pour exẽple, soit $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, & ainsi consequemment: pour entendre cecy manifestement nous nous reduirons en memoire, que le nombre non Quarré multipliant le nombre Quarré, ne fait point de Quarré, ainsi qu'on peut tirer du liure VIII. d'Euclide, soit maintenãt la A——B de deux pieds, sur l'extremité de laquelle nous luy dresserons A, C, perpendiculairement, & tirerons la ligne B, C, laquelle soustiendra l'ãgle droit A, ainsi par la XLVII. du premier, ou XXXI. du VI, le Quarré de la ligne C, B, sera egal aux Quarrez de la

C, A, & A, B, c'eſt à dire, au double du quarré de la C, A, mais le Quarré de la C, A, ſera 4 pieds Quarrez, car elle eſt de 2 pieds lineels, & le double de ce Quarré eſt 8 pieds Quarrez, lequel nõbre 8 ne pourroit eſtre Quarré, car il eſt produit de 2, qui eſt vn nõbre nõ Quarré, en 4, qui eſt vn Quarré par l'Hypotheſe, ſon coſté donques ne pourra eſtre prins que par nombre irrationel, c'eſt à dire le ℞ 8: q̃ ſi nous euſſions fait la ligne A, B, eſtre de quelconque nõbre d'autre ſorte de meſures, encor la ligne C, B, ſeroit coſté irrationel du double du Quarré des vnitez qui ont eſté prinſes en la ligne A, B, & puis que la A, B, eſtoit rationelle, il ſ'enſuit que la C, A, & C, B, ſont incõmenſurables, car le nombre rationel & irrationel ne ſe contiennent point l'vn l'autre par nombre rationel: dont il apparoiſt que la derniere du dixiéme eſt neceſſaire. Quãt aux deux derniers fondemens, nous les admettons.

La premiere & ſeconde concluſion ſont vrayes, ſi nous conſiderons vne ligne ſans reſpect ou habitude à quelque autre ligne, mais ſimplement comme elle eſt ſeule, & n'eſt point comparée à vne autre, & cecy

veut Euclide, quant il dit que toute ligne par laquelle nous ratiocinons eſt dite rationelle. La troiſieſme concluſion eſt faulſe, pour eſtre prinſe du troiſieſme fondement lequel nous auons demonſtré eſtre faux & abſurde. La IIII. & V. concluſion ne concluent rien, car nous voulons que la ligne reçoiue la ſymmetrie, & a ſymmetrie à raiſon dunombre, & que la quantité cõtinuë ſe ſerue du nombre pour ſ'exprimer, & cõbien que toutes les demonſtrations ſe baſtiſſent ſur le nombre, & que toute l'Algebre ſ'ayde du nõbre pour reſoudre les Problemes Geometriques, ſi eſt-ceque ce nõbre n'eſt conſideré ſimplement, mais conioint à la quantité continue, eu eſgard aux vnitez, par leſquelles nous auons diuiſé la quantité, ſur laquelle nous auõs cõmẽcé à ratiociner, laquelle demõſtratiõ n'eſt deſia plus Arithmetique, mais Geometrique. La ſixiéme cõcluſiõ eſt faulſe, car ou A, D eſt vne quãtité rationelle à A, B, ou irrationelle, ſi elle eſt rationelle, nous auõs ce que nous voulõs, car auſſi la quãtité prinſe pour ratiociner A, B, eſt rationelle, elle eſt donc irrationelle ſelon l'aduerſaire, c'eſt àſçauoir
uoir la A, D, à la A, B, & ſont les moindres

termes ces deux nombres F,G,& H,donc F,G,eſt vnité,ou non,il n'eſt pas vnité, cõme demõſtre bien Theon, mais il ne s'enſuit pas incontinẽt, *ergo il eſt nombre*: monſtrons que neceſſairement il faut qu'il ſoit nombre,que s'il n'eſt nombre,qu'il ſoit vn coſté irrationel de nombre, & puis que les deux termes doiuẽt eſtre cõmenſurables, il eſt neceſſaire qu'encor l'autre terme H, ſoit vn coſté irrationel, car vn nombre rationel & vn nombre irrationel ne peuuent eſtre commenſurables,ainſi que nous auõs demõſtré par cy deuant, & ainſi les moindres termes ſeront comme de coſté irrationel à coſté irrationel,mais par l'hypotheſe, la C,B,eſt à C,A,comme de nõbre à nombre,ainſi que veut l'aduerſaire,car il s'enſuiuroit que la C,A,ſeroit coſté irrationel,laquelle eſt de 2 pieds,& encor rationelle par l'hypotheſe:il eſt donc neceſſaire que le terme H,ſoit vn nombre,mais encor comme veut l'aduerſaire ces termes ſont commenſurables,& l'vn des deux eſt rationel, l'autre donc ſera neceſſairement rationel, car s'il eſtoit irrationel ils ne ſeroient commenſurables,& pourtãt le terme F,G,qui eſt le plus grand,ſera rationel,& nombre, dont

s'ensuit la falcité de ceste cõclusiõ, laquelle vouloit que les termes fussent nombres irrationels.

La seconde partie ne conclud rien, ainsi qu'il est manifeste de ce que nous auõs dit sur le III. fondement.

La septiesme & derniere conclusion est biẽ vraye, si nous entẽdõs parler de la rationalité & incommesurance du nombre, mais desia si elle cõclud de la rationalité & incommesurance qui est en la ligne, elle est faulse, car combien que les deux lignes adioustées cõposent vne quantité denõmée de nõbre irrationel, si est-ce que ceste quãtité sera rationelle à l'autre, consideré que elle est égale à l'autre, & que l'autre peut estre aussi vne quantité denommée de costé irrationel en nombre, toutesfois toutes les deux quantitez sont quantitez rationelles en ligne, combien qu'elles soient denommees de coste irrationel, car par l'vne des deux, nous auons commencé à ratiociner, & peuuent estre costez exactes d'vn mesme Quarré, pour estre égalles l'vne à l'autre: & pourtant nous conclurons auec Euclide & tous les Mathematiciens, que la ligne peut estre incommensurable.

Comment il faut entendre vne ligne estre incommensurable à vne autre.

Apres auoir dõné la solutiõ de toutes les obiections superieures, il nous reste finalemẽt à expliquer ce passage le plus difficile de toute la Geometrie, sur lequel ont dit si peu de chose, & si obscuremẽt tous les Interpretes, qu'à grãde difficulté pourroit on entendre de leur cõmẽtaires, que c'est que veut dire cecy, qu'vne quãtité soit dite incommensurable, & en quelle maniere.

La ligne n'est pas dite incommensurable, tout ainsi que le nõbre, car le nõbre prins selon soy, & sans aucune habitude ou relation à vn autre, peut estre irrationel, cõme le ℞ 10, lequel en nombre est vne quantité irrationelle, mais en ligne, c'est vne quantité rationelle, pour autant qu'on peut dõner exactement en ligne le costé d'vn tel nombre 10: la symmetrie donques de la ligne est, quand en vne ligne comparee auec vne autre, il ne se peut trouuer en icelles vne commune mesure, qui les puisse mesurer toutes deux par nombre, ou egal, ou inégal : La cause de ceste asymmetrie, ou incommesurance, n'est pas la ligne entant qu'elle est seulement consideree

comme ligne, mais entant qu'elle est diui-
fee en parties, & ses parties appliquees &
conioinctes auec le nombre, tellement que
chacune de ses parties soit estimee auoir
raison de nombre, & n'affecte plus la diui-
sion, mais soit vnité indiuisible, & de ceste
partie de ligne qui est desia prinse comme
vnité en nombre, c'est à dire selon les vni-
tez de laquelle nous ratiocinōs, comme si
c'estoit nombre, sans auoir plus esgard à la
diuision, que ceste partie de ligne pourroit
encor receuoir en infiny, & que nous com-
parions vne autre ligne à ceste cy, qui est di
uisee en tant de parties qu'on veut, laquel-
le ligne soit denommee d'vn costé irratio-
nel des vnitez de la premiere, selon la gran-
deur desquelles vnitez nous l'auōs diuisee,
telles lignes seront dites incommensura-
bles, car elles ne serōt pas comme de nom-
bre à nombre, à cause que l'vne contiendra
quelque nōbre de parties, & l'autre vn co-
sté irrationel denōmé des vnitez de chacu-
ne de ces parties: or afin que la chose puisse
estre entenduë plus facilemēt, nous propo-
serōs quelques exēples: soit la ligne A—B,
posons de 6 pieds, & qu'elle soit diuisee en
6 pieds, soit encor vn Parallelogrāme de 12

piedsQuarrez, duquel le costé exacte soit la ligne C–D, ie dy que la ligne A, B, & C, D, sont incô mẽsurables, la raison est, pourautãt que la A, B, contient 6 pieds exactemẽt, mais la C, D, n'en contiẽt que 3, vn peu dauantage, leq̃l surplus ne peut estre expliqué par nõbre, car no⁹ n'auõs plus egard à l'vnité de ce pied, cõme estant ligne, mais comme estant vnité Arithmetique, lequelle ne se peut diuiser, tellement que la raison d'vne ligne à l'autre, ne peut estre comme de nombre à nombre, mais comme de nombre à costé irrationel, c'est à dire, cõme de 6 au ℞ 12; semblablement la ligne A——B sera incommẽsurable à la C ————D, qui soit le costé de 75 pieds Quarrez, car la raison de 6 au ℞ 75, n'est pas comme de nõbre à nombre, & encor E——F, qui soit de 5 pieds, est incommẽsurable à M——N, laquelle soit le ℞ 27 piedsquarrez, car la raison de E, F, à M, N, est comme de 5 au ℞ 27, qui n'est pas raison de nõbre à nombre, & ainsi en infiny,

Que c'est que le costé Vniuersel, & comment il se represente. Chap. I.

SI nous voulons cognoistre & entendre infinis problemes, qui sõt faits en la pratique generale

des nombres& mesures, il nous est necessaire de definir premierement quelques especes de costez, qui sont appellez costez Vniuersels, & tels costez se font, quand nostre entendement ne peut comprẽdre auec nombre discret, n'y representer le costé de vne quãtité composee de deux, ou plusieurs noms: comme pour exemple, s'il nous falloit representer le costé general de ce Trinomie 10 P ℞ 7 P ℞ 5, encore que l'art ne puisse donner reigle generale de pouuoir reellement tirer le costé d'vne telle quantité, & infinies semblables, neantmoins elle a trouué le moyen de les pouuoir representer par escrit, en sorte que nostre entendement les puisse comprendre, & que nous nous en puissions seruir en nostre derniere conclusion: laquelle representation au superieur Trinomie sera faite en telle sorte, ℞ V. 10 P ℞ 7 P ℞ 5, tellement que le ℞ V. signifie le costé Vniuersel de tout ce Trinomie, c'est à dire le costé de la somme de tous ces trois noms, ou de ces trois quãtitez, & afin que la chose soit mieux entenduë, nous baillerons vn Trinomie ou Binomie feint en quantité rationelle. Exemple. Le ℞ V. 11 P ℞ 9 P ℞ 4, ceste quantité ne veut dire autre chose que 4, pour autant que nous sçauons que le costé de 9 est 3, & le costé de 4 est 2, tellemẽt que les trois nombres sont 11, 3, 2, lesquels adioustez ensemble font 16, & le costé de ceste somme, c'est à sçauoir de 16, est 4, tellement que le ℞ V. 11 P ℞ 9 P ℞ 4 sera 4. Ainsi le ℞ V. du ℞ 49 P ℞ 36 M ℞ 16, n'est autre chose que 3, car le ℞ 49 est 7, le ℞ 36 est 6, & le ℞ 16 est 4, & pour autant que ce ℞ 16 est Moins, nous aurons M 4, & pourtant nous l'osterons de 6, qui est le ℞ 36, & resteront 2,

& 7 à sçauoir 9, dont le costé est 3, &c.

Or le ℞ V. ne vient pas seulement és Binomies, Trinomies, ou plusieurs noms Quarrez : mais encore sur toutes quantitez d'vn ou plusieurs noms Quarrez, Cubes, Quarrez de Quarré, Relates premiers, & de toutes autres dignitez.

Encor faut il noter, que le costé Vniuersel n'est pas seulement costé Quarré, mais aussi Cubique, Quarré de Quarré, Relate premier, & de toutes autres dignitez.

Comment il faut prendre le Quarré du costé Vniuersel Quarré, & prendre le Cube du costé Vniuersel Cubique, &c.

Chap. II.

SI nous voulons prendre le Quarré du ℞ V. quarré, nous osterons ce signe de ℞ V. comme pour exemple : prenons le quarré du ℞ V. 11 P ℞ 9 P ℞ 4, nous osterons ce signe de ℞ V. ainsi resteront 11 ℞ 9 P ℞ 4, qui sera le Quarré du ℞ V. de 11 P ℞ 9 P ℞ 4 : semblablement si nous voulons prendre le Cube du ℞ V. d'vne quantité Cubique, nous osterons ce signe de costé Vniuersel: nous ferons encor le semblable en toutes les autres dignitez, comme Quarrez de Quarré, Relates premiers, Quarrez de Cube, &c.

Camment il faut Multiplier les costez Vniuersels par nombre, ou par costé.

Chap. III.

SI nous voulõs multiplier quelque costé Vniuersel quarré par vn nõbre, costé, Binomie, Residu,

ou quelconque autre quantité d'vn ou plusieurs noms. Nous prendrons les Quarrez du costé Vniuersel, & de l'autre quantité, lesquels nous multiplierons l'vn par l'autre, comme nous auõs enseigné cy deuãt, & le costé vniuersel Quarré du produit, sera le produit de nostre multiplicatiõ. Exemple. Multiplions le ℞ V. 7, P ℞ 3 par 2, nous prendrõs le quarré du ℞ V. de 7 P ℞ 3, qui sera 7 P ℞ 3, & le quarré de 2, qui sera 4, puis nous multiplierons 7 P ℞ 3 par 4, ainsi que nous auõs enseigné par cy deuant, nous aurons 28 P ℞ 48, ainsi le ℞ V. 28 P ℞ 48 sera le produit de nostre multiplication : nous procederons semblablemẽt en tous costez Vniuersels, en prenant telle dignité de l'vne & l'autre quãtité, de laquelle sera costé le costé Vniuersel.

Comment il faut diuiser les costez Vniuersels par nombre, ou costé.
Chap. V.

SI nous voulons diuiser quelque costé Vniuersel par quelconque autre sorte de quantité nous prendrons telle dignité de l'vne & l'autre quantité dont sera costé nostre costé Vniuersel, puis nous diuiserõs les produits l'vn par l'autre, & le costé Vniuersel du quotient, sera le quotient que nous demãdions. Exemple, Diuisons le ℞ V. Quarré de 28 P ℞ 48, par 2, nous prendrons les quarrez de toutes les deux quantitez, puis que le ℞ V. est costé quarré, & aurons 28 P ℞ 48, & 4, apres nous diuiserons 28 P ℞ 48 par 4, ainsi q̃ nous auons enseigné aux liures precedens, & sera le quotient 7 P ℞ 3, & le costé

Vniuersel quarré de 7 P ℞ 3, à sçauoir ℞ V. de 7 P ℞ 3, sera le quotient cherché, & ainsi aux autres dignitez.

Comment il faut adiouster les costez Vniuersels, ou les oster de toutes sortes de quantitez. Chap. VI.

Nous les adiousterons auec le signe Plus, & les osterons l'vn de l'autre auec le signe Moins: exemple. Adioustons ℞ V. de 20 P ℞ 6 auec 12, la somme sera 12 P le ℞ V. de 20 P ℞ 6: semblablement adioustons le ℞ V. de 10 M ℞ 6 auec ℞ V. 15, P ℞ 7, la somme sera le ℞ V. de 15 P ℞ 7 P ℞ V. de 10 M ℞ 6: Ostõs ℞ V. de 5 P ℞ 10 de 20, resteront 20 M ℞ V, de 5 P ℞ 10, & ainsi en toutes autres quantitez.

Regle generale, pour diuiser vne quãtité en deux telles parties, qu'ẽtre l'vne & l'autre y ait vne autre quantité donnee moyenne proportionelle, ou bien que le produit de l'vne partie par l'autre, face vne quantité donnee. Chap. VII.

SI nous voulons diuiser vne quantité en deux telles parties, qu'entre icelles y ait vne autre seconde quantité en continuelle proportion, nous diuiserõs la quãtité qu'on nous donne à diuiser en deux parties egales, puis nous prendrons le quarré de l'vne de ces deux parties, & nous osterons le quarré de ceste seconde quantité, du quarré de ceste moitié, & le costé quarré du reste adiousté à l'vne

de ces parties, fera la plus grande partie, & osté d'icelle, laissera la plus petite partie. Exemple: diuisons 10 en deux telles parties, qu'entre l'vne & l'autre y ait le ℞ 21 en continuelle proportion, nous prendrons la moitié de 10, qui est 5, le quarré d'icelle est 25, dont nous osterons le Quarré de ceste seconde quantité, qui est le ℞ 21, son Quarré est 21, que nous osterons de 25, & resteront 4, duquel reste le costé Quarré est 2, que nous adiousterons à la moitié de 10, qui est 5, & ferons 7, qui sera la plus grande partie: nous osterons encor 2 de 5, & resteront 3, pour la plus petite: ainsi seront ces trois nombes continuellemẽt proportionels, 7, ℞ 21, 3: la preuue est, que le produit de 3 en 7 est 21, & le quarré du ℞ 21, est aussi 21, donques nous auons diuisé 10 en deux telles parties, entre lesquelles est le ℞ 21 moyen proportionel.

Or afin que la chose s'entende mieux, nous donnerõs encor cest exemple. Diuisons 10 en deux telles parties, que l'vne multipliee par l'autre face 21; cecy n'est pas autre chose, que diuiser 10 en deux telles parties, entre lesquelles soit le ℞ 21 en cõtinuelle proportionalité, & pourtant ces deux parties serõt comme au precedent exemple, 3 & 7.

Diuisons 10 en deux telles parties, que l'vne multipliee par l'autre face 15, nous prendrons la moitié de 10, qui est 5, le Quarré 25, dont nous osterons 15, & resteront 10, duquel reste le costé est le ℞ 10, que nous adiousterons à la moitié de 10, qui est 5, & sera la premiere partie 5 P ℞ 10, semblablement nous osterons le ℞ 10 de 5, & resteront 5 M le ℞ 10, tellement que 5 P ℞ 10 multiplians 5 M ℞ 10, font 15.

GOSSELIN.

Comment on peut sçauoir quel nombre vn autre aura songé, par le moyen de la reigle precedente, ou du cinquiesme Theoreme du second d'Euclide, qui est au sixiesme liure de ceste seconde partie.

Nous ferons diuiser le nombre songé en deux quelconques parties, lesquelles nous ferons multiplier l'vne par l'autre, & en demanderons le produit, nous demanderons encor la difference de l'vne partie à l'autre, de laquelle nous prendrōs la moitié, & adiousterons le Quarré d'icelle au produit de l'vne partie par l'autre, nous prendrons le costé Quarré de ceste somme, lequel nous doublerons, le double sera le nōbre songé.

Pozons qu'vn ait songé 10, lequel nombre il ait diuisé en 7 & 3, le produit de 7 par 3, est 21, lequel nous cognoissons, la difference de 7 à 3 est 4, laquelle encor il nous donne, la moitié de ceste difference est 2, son Quarré 4, que nous adiousterons au produit, qui est 21, la somme sera 25, dont le co-

ſté Quarré eſt 5, le double 10, qui eſt le n
bre ſongé.

Pozons qu'il ait encore ſongé $\frac{3}{4}$, qu'il
diuiſé en $\frac{2}{4}$, & $\frac{1}{4}$, le produit d'vne partie p
l'autre, eſt $\frac{2}{16}$, c'eſt à dire $\frac{1}{8}$, la difference $\frac{1}{4}$,
moitié $\frac{1}{8}$, le Quarré $\frac{1}{64}$, que nous adiouſt
rons à $\frac{1}{8}$, qui eſt le produit, & ſera la ſomn
$\frac{9}{64}$, dont le coſté Quarré eſt $\frac{3}{8}$, le double
qui eſt le nombre ſongé.

Pozons encore qu'il ait ſongé le ℞ 18, l
quel il ait diuiſé au ℞ 2, & ℞ 8, le produit
l'vne partie en l'autre, eſt le ℞ 16, qui eſt 4,
difference eſt le ℞ 2, la moitié eſt le ℞ $\frac{1}{2}$, ſo
Quarré $\frac{1}{2}$, auquel nous adiouſtons ce pr
duit, qui eſt le ℞ 16, c'eſt à dire 4, la ſõme e
$\frac{9}{2}$, dont le coſté eſt le ℞ $\frac{9}{2}$, le double eſt ℞ 1
qui eſt le nombre ſongé, & ceſte regle e
belle, ſubtile, & generale en toutes ſorte
de nombres, ſoit rationels, ſoit irrationels.

Autre façon tirée d'vne meſme ſource, plus prompte.

Nous prendrons le quadruple du pro
duit, lequel nous adiouſterons au Quarr
de la difference, le coſté Quarré de la ſom
me ſera le nombre ſongé.

Pozons qu'vn ait ſongé 13, qu'il ait diuiſé en 9 & 4, le produit de 9 & 4, eſt 36, le quadruple 144, la difference de 9 à 4, eſt 5, le Quarré 25, la ſomme de 144, & 25, eſt 169, dont le coſté eſt 13, qui eſt le nombre ſongé: or ceſte façon qui eſt tirée de la quatrieſme du ſecond eſt plus facile, à raiſon que par le moyen d'icelle nous euitons les parties, ce que nous ne pouuons pas faire par l'autre, qui eſt tirée de la cinquieſme du ſecond, & ſont autant generales l'vne que l'autre.

Demonſtration de la Reigle de noſtre Autheur.

La demonſtration de cecy eſt manifeſte à celuy qui entendra la cinquiéme d'Euclide, & le probleme du premier liure de Diophante, & ce qu'a dit deſſus le Scholiaſte Xylandre: nous pourrions auſſi demonſtrer briefuement, comment la troiſiéme reigle de l'æquation composée en Algebre à eſté prinſe de ce probleme, & comment nous en pouuons tirer la demonſtration, toutefſfois nous laiſſerons à traiter de ces ſubtilitez en l'Algebre, afin que nous ne confondions les eſprits de ceux qui commencent

en ceste sciéce, pour l'amour desquels nous auons entreprins ce labeur.

FIN.

Honneur & gloire à Dieu.

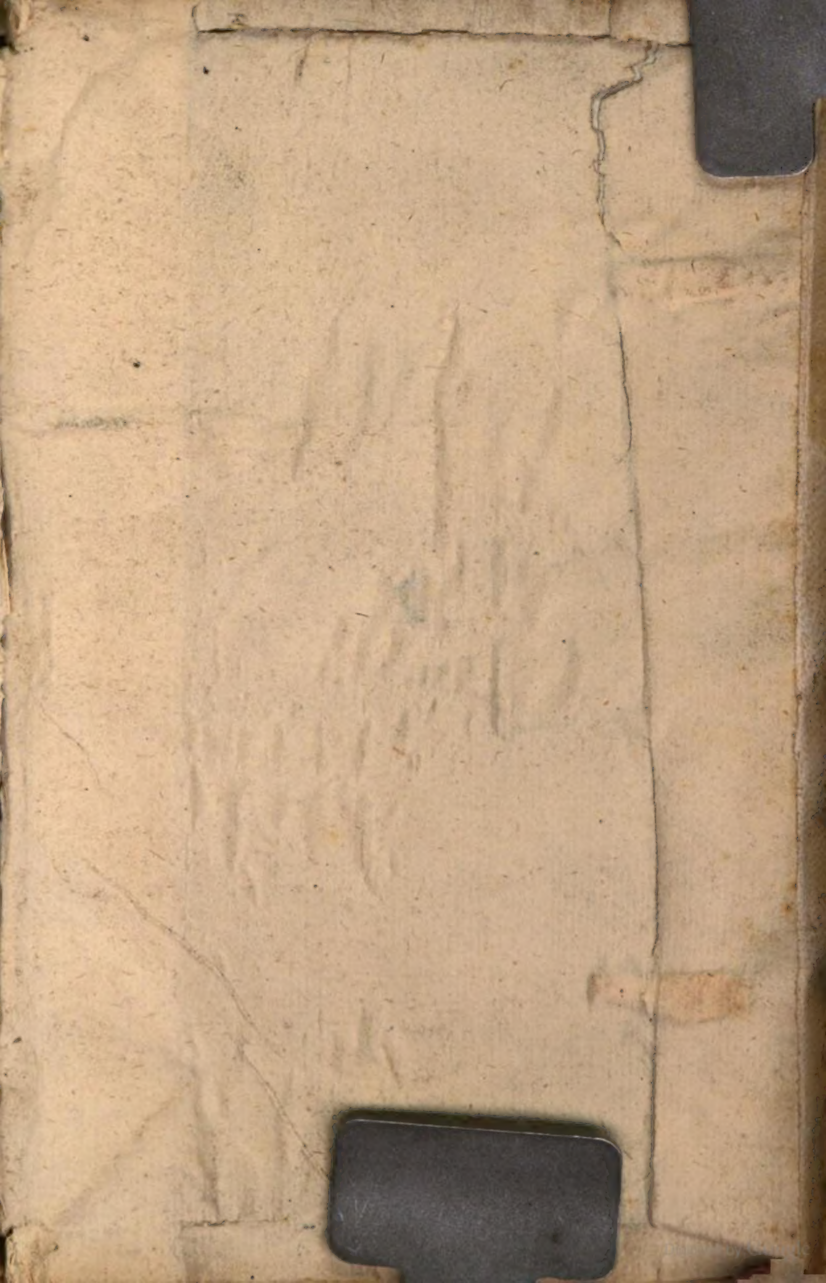
Fautes suruenues en l'impreßion, f, *signifie fueillet*, p, *page*, a *premiere page*, b, *seconde*, l, *ligne*.

Corrigez ainsi les fautes.

Au f.38.p.b.lig.2.lisez qui luy soit égale: en la mesme page l.20.lisez lequel quotient seroit 9:f.39. p.a. l.6.lisez Relates premiers:f.52.p.a,l.5.lisez de ce Residu f. 78.p b,l.3. lisez de combien de tons: vn peu apres l 4.lisez de combien de Commes;f.83.p. b, en la figure,lisez 81: f.119.p.b,l.8.lisez & s'il estoit ainsi.

EXTRAIT DV PRIVILEGE du Roy.

IL est permis à Gilles Beys Libraire Iuré en l'vniuersité de Paris, d'Imprimer ou faire Imprimer, & exposer en vente ce present liure intitulé *l'Arithmetique de Nicolas Tartaglia Brescian &c.* diuisée en deux parties, recueillie & traduite d'Italien en François, par GVILLAVME GOSSELIN de Caen, &c. & defences sont faites à tous autres Libraires & Imprimeurs, n'en Imprimer n'y vendre d'autre impression que de celle dudit Beys, ou de son consentement, iusques à neuf ans entiers, finis & accomplis apres la premiere impression qui en sera faite: à peine de confiscation, & d'amende, comme plus amplement est porté par lettres sur ce données à Paris le 17. Septembre. 1577.

Signé

YVER.